Junior High School Teaching Guide for the Japanese Course of Study:

Mathematics

(Grade 7-9)

中学校学習指導要領解説

数学編

日英対訳

2010年1月

Edited by Masami Isoda

儀田正美 編

文部科学省国際協力イニシアティブ事業

「青年海外協力隊必携としての日本の教育情報の整備と活用」

筑波大学教育開発国際協力センター

CRICED, University of Tsukuba

はじめに

例年、多くの関係者が、日本の教育経験を基礎に国際協力に取り組んでいます。本資料は、日本の教育経験を背景に海外で教育協力に取り組む皆さんのために翻訳された日本の教育課程の解説文書「中学校学習指導要領解説 数学編」(2008) の和英対訳です。本対訳は、文部科学省国際協力イニシアティブ事業「青年海外協力隊必携としての日本の教育情報の整備と活用」（代表者：佐藤眞理子／筑波大学教育開発国際協力研究センター）によって「小学校学習指導要領解説　算数編」と同時に翻訳されました。以下、本書の背景と利用法を記すことにします。

１）教育課程基準の改定[1]

日本の教育課程基準は「学習指導要領」及び教科の授業時数等を定めた「学校教育法」により構成されます。

日本の教育課程は、上位法令並びに上位審議会の定める枠組みにおいて、文部科学省の実施する学力調査、実験校での授業研究、国際学力比較研究、そして学会による教育研究成果の調査などを前提に、教育課程審議会のもとで設置される教科毎の協力者会議において編成されます。今回の教育課程は、占領下に定められた教育基本法の改定を受けて編成されました。

教育基本法は、平成 18 年 12 月 22 日、以下の理念のもとで改正されました。

「我々日本国民は、たゆまぬ努力によって築いてきた民主的で文化的な国家を更に発展させるとともに、世界の平和と人類の福祉の向上に貢献することを願うものである。我々は、この理想を実現するため、個人の尊厳を重んじ、真理と正義を希求し、公共の精神を尊び、豊かな人間性と創造性を備えた人間の育成を期するとともに、伝統を継承し、新しい文化の創造を目指す教育を推進する。ここに、我々は、日本国憲法の精神にのっとり、我が国の未来を切り拓く教育の基本を確立し、その振興を図るため、この法律を制定する。」

改正教育基本法のもとで、平成 19 年 6 月 27 日、学校教育法が改正され、学校教育の目標が以下のように改正されました。

「生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない。」

この学校教育法改正のもとで、平成 20 年 3 月 28 日義務教育段階の学習指導要領が公示され、平成 21 年 4 月より移行処置に入り、平成 23 年 4 月より完全実施されます。

文部科学省は、法律文書としての性格を備えた学習指導要領（本文）に対して、法的拘束力はないものの、その本文の主旨を記す解説書を発行しています。「小学校学習指導要領解説　算数編」は、その解説書に相当します。

[1]法律上は改正である。教育課程は、学校毎に教育課程の基準に準じて改定される。

Preface

For a number of years, many Japanese educators have been engaging in international cooperation with their educational experiences. English translation of '*The Teaching Guide of the Course of Study for Junior High School Mathematics'(2008)* as a guidebook on Japanese curriculum standards[2] is contained in this material along with original Japanese sentences. This was made for those who participate in international education cooperation abroad with Japanese educational background. As well as the English translation of the Elementary School Mathematics, the translation work was conducted as a part of the project "Preparing the Educational Information of Japan for Japan Overseas Cooperation Volunteers (JOCV)" (Representative: Mariko Sato / CRICED, University of Tsukuba) of International Cooperation Initiative by Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology (MEXT). The following is the background and how to use of this book.

1) Revision of the Curriculum Standard in Japan[3]

In Japan, curriculum standards are determined by the Course of Study and School Education Law (Act). School Education Law defines the number of classes and subjects.

Japanese curriculum standards are designed within the frameworks designated by superior laws and councils and course of study is set by the committee for each subject established under Curriculum Council. The course of study is developed based on the information given from the academic achievement survey conducted by MEXT, lesson studies at laboratory schools, international comparative studies of students' achievement, and researches on the results of educational studies by academic societies.

Fundamental Law of Education was amended in December 22, 2006, under the following objective of the law.

"We, the citizens of Japan, desire to further develop the democratic and cultural state we have built through our untiring efforts, and contribute to the peace of the world and the improvement of the welfare of humanity. To realize these ideals, we shall esteem individual dignity, and endeavor to bring up people who long for truth and justice, honor the public spirit, and are rich in humanity and creativity, while promoting an education which transmits tradition and aims at the creation of a new culture. We hereby enact this Act, in accordance with the spirit of the Constitution of Japan, in order to establish the foundations of education and promote an education that opens the way to our country's future."

Under the amended Fundamental Law of Education, School Education Law (Act) was revised on June 27, 2007, and the goal of the school education was changed as follows.

"Particular attention must be paid to achieve basic knowledge and skills, to cultivate thinking, decision making and expressing ability to solve problems by using those knowledge and skills, and to nurture the attitude to willingly pursue leaning in order to lay foundation for lifelong learning."

In accordance with this revision of School Education Law, the new course of study for compulsory education was announced on March 20, 2008. Shift to the revised version started in April, 2009 and it will be implemented completely from April, 2011.

While the Course of Study is regarded as a legal document, MEXT has published guides for the course of study, though they are not legally binding, to explain the gist of it. 'The Teaching Guide of the Course of Study for Junior high School Mathematics' is one of those guidebooks.

[2]'Course of Study' is an English translation for 'Gakushu Shidou Youryo' adopted in the Occupation after World War II. Today it could be regarded as Curriculum Standards.

[3]The revision process of Japanese curriculum standards and school curriculum is well descried following articles: Isoda, M., Stephen, M. Ohyara, Y., Miyakawa, T. (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics*. NJ: World Scientific.

2) 教育制度上の教育課程の統制方法

一般論として、カリキュラムには、意図したカリキュラム、実施したカリキュラム、実現したカリキュラムがあると言われています。日本語で教育課程と言う場合には意図したカリキュラムを指す場合が多いようです。それは教育課程の基準の実現をめざしてカリキュラムが検討されるためです。日本の法制では、意図したカリキュラムは、教育課程の基準としての学習指導要領によって定められます。実際の教育課程は、各学校毎に定めることが求められています。一方で、教科書は 90 %の頁数を教育課程基準に基づいて構成されることが求められており、各学校はその教科書を利用することが求められています。すなわち、教育課程を編纂することは教師の役割ですが、教科書を利用する限り、実施されるカリキュラムは、意図したカリキュラムに準拠したものとなります。そして、評価規準は教育課程基準に沿って作られ、全国学力学習状況調査も、教育課程基準に準じて課されるため、カリキュラムの実現状況も、教育課程の基準に準じてなされるように配慮されています。

3）本書の利用法

本書は、日本の教育課程の解説書がどのような内容で構成されているのかを示すと同時に、日本における新しい算数科の教育課程の在り方を示しています。本書の利用法は、大きく 2 通りあります。

一つは、和英対訳にすることを通して、英語圏での言い回しを知るためのソースブックとしての利用法です。青年海外協力隊に派遣される教員のおよそ半数が、理数隊員であり、その多くが、数学教育の質の改善に取り組んでいます。小学校の先生方は、英語活動に取り組むことを迫られています。その先生方が、任地で英語で教育を語られる際に、英語での言い回しを知る際の参考資料が必要になります。また、任国が英語圏でない場合でも、英語で何と言うかを知ることは、現地語でどのように表現すればよいかを知る一つの方策となります。

もう一つは、根拠文書としての活用方法です。根拠文書としての学習指導要領は、日本国内においても、毎日読む文書ではありません。世界のどの国に行っても、学校の先生方の中には、教育課程の基準を読まなくとも指導できると語られる方が実際においでです。他方で、日本の場合、教科書は、教育課程の基準を根拠に編纂されており、教室で何故それを教えるのかを話題にする場合に、その根拠を解説した文書の典型は、本書のような学習指導要領の解説書となります。

現在、日本国外・国内で、数千人を超える海外関係者が、日本の教育経験を背景にもつ指導教員による研修を受ける状況があります。その際、「日本」の状況を正しく説明することが求められます。海外において教員研修を実施する際、また、国内で研修員や留学生を指導する際、そして教育の国際比較研究をする際に、「日本では」と指導教員が発言することはしばしばあります。海外では、日本で支持されない個人体験が、「日本では」と勘違いされて伝わることもよくあることです。

例えば、JICA では、日本の教育の特徴を、「子ども中心の教育」「系統的な教育課程」「授業研究による改善」においています。「子ども中心の教育とは、日本の教育課程文書ではどのように記されているのか？」「系統的な教育課程とはどのような教育課程を記すのか？」を語る際の基本資料が本書で翻訳した「中学校学習指導要領解説数学編」に該当します。

2) Control Methods of Curriculum Implementation on National Level by the Course of Study

Generally, curriculum has usually three meanings: Intended curriculum, Implemented curriculum and Achieved curriculum. On the other hand, in Japan, when we say curriculum in Japanese, it usually means intended curriculum, i.e. curriculum standards, because curriculum implementation is controlled by the standards. In Japanese Education System, intended curriculum is given by the national curriculum standards and each school defines their original curriculum based on the national standards. At the same time, in the textbook certification system, teacher must use textbooks on the standards. Each textbook receives the certification if 90 schools. On this context, curriculum implementation is supported by the textbook certification system. Children's achievement is evaluated according to the evaluation standards which are given by the national curriculum standards and national achievement test is also based on the national curriculum standards. In national law, at the end of each school year, children's achievement should be described in the special format given by the law based on the standards. Until assessment, curriculum implementation is also controlled by the standards in the case of Japan.

3) How to use this book

This book shows the composition of Guidebook for the curriculum standards in Japan and the elementary mathematics curriculum in Japan. There are roughly two ways of using this book.

The first is to use the book as a reference book to learn verbal expressions in English-speaking countries by listing parallel translation in Japanese and in English. Half of teachers sent as Japan Overseas Cooperation Volunteers (JOCV) are mathematics and science teachers, and many of them directly work on improvement of mathematics education at secondary school. They are expected for the first time in their life to work and develop activities in English. This book is useful to help those teachers to find expression when they talk about education in English. Even if they are posted in non-English speaking area, knowing English expression could be a clue to find right expression in the native tongue of the area.

Another usage is as an evidence document. The Course of Study as an evidence document is not for everyday reading even in Japan. There are a number of teachers who believe they can teach without reading curriculum standards all around the world. In Japan, on the other hand, textbooks are developed based on the curriculum standards of education. Therefore, when it comes to discussing why a theme is taught in a classroom, typical documents for explaining the reason as evidence are guidebooks for the Course of Study like this book.

At present, thousands of educators are trained within and outside of Japan by teacher trainers with background in Japanese education. On the training, it is required to explain situation in Japan precisely. When holding teacher training outside of Japan, when training trainees and exchange students in Japan, and when conducting cross-national research on education, teacher trainers often use a phrase "in Japanese cases". In some cases, personal experiences which would not gain support in Japan were transmitted to abroad as "Japanese case".

For example, JICA recognizes following characteristics in Japanese Education: "child-centered approach", "well-sequenced curriculum", and "Improvement through lesson studies". To discuss questions like " How 'children-centered approach' was described in Japanese education curriculum documents?" and "What type of education curriculum is described as 'well-sequenced curriculum'?", this translation of The Teaching Guide of the Course of Study for Junior High School Mathematics will become the foundation.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

末筆ながら、英訳をお引き受けくださった米国デュポール大学高橋昭彦氏、そして共訳者としてご支援下さった渡邊忠信（ケネソウ州立大学)、Thomas McDougal（デュポール大学）氏、そして Regan Tieff (デュポール大学）氏、バックトランスレーションし、日本語と照らして補遺すべき内容を示し、編集を手伝って下さった当センターの宇佐美茉莉さん、讃岐勝研究員の貢献に感謝するとともに、当初より, 文部科学省版を基盤に多くのご教示を賜った文部科学省吉川成夫視学官、永田潤一郎調査官に改めてお礼申し上げます。

2009 年 12 月 24 日
和英対訳「小学校学習指導要領解説 算数編」
編者 礒田正美

I would like to express our sincere appreciation to the team of translators without whom this project would not have been completed in such a timely fashion: Akihiko Takahashi, Ph.D., DePaul University, Tad Watanabe, Ph.D., Kennesaw State University, Thomas McDougal, DePaul University, Regan Tieff, DePaul University.

At the same time, I would like to deeply acknowledge Shigeo Yoshikawa, Inspector, Ministry of Education, Culture, Sports and Science (MEXT), Japan who gave the editor necessary information, guidance and clear suggestion for translation based on the edition of the ministry of education, Japan, Nagata Junichiro, Investigator, MEXT and Mari Usami & Masaru Sanuki, CRICED, University of Tsukuba who support this translation through the back translation to Japanese from English translation and compared it with the original Japanese document.

Without their contributions, suggestions and supports, I could not complete this work.

24, January, 2010.

Masami Isoda
Editor of the English translation of
The Guide of the Course of Study for Junior High School MATHEMATICS
with the translation on the opposite page

Junior High School Teaching Guide for the Japanese Course of Study: Mathematics (Grade 7-9)
with the English translation on the opposite page
中学校学習指導要領解説　数学編
日英対訳

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

目　　次

第 1 章 総説 …… 4
　1　改訂の経緯 …… 4
　2　数学科改訂の趣旨 …… 8
　3　算数科改訂の要点 …… 14
第 2 章 算数科の目標及び内容 …… 32
　第 1 節 目標 …… 32
　　1 教科の目標 …… 32
　　2 学年の目標 …… 40
　第 2 節 内容 …… 52
　　1　内容構成の考え方 …… 52
　　2　各領域の内容の概観 …… 68
　　A 数と式 …… 68
　　B 図形 …… 78
　　C 関数 …… 88
　　D 資料の活用 …… 98
　第 3 節 各学年の内容 …… 110
　　1　第 1 学年 …… 110
　　2　第 2 学年 …… 166
　　3　第 3 学年 …… 220
第 3 章 指導計画の作成と内容の取扱い …… 250
　1　指導計画作成上の配慮事項 …… 250
　2　内容の取扱いについての配慮事項 …… 254

Junior High School Teaching Guide for the Japanese Course of Study: Mathematics (Grade 7-9)
with the English translation on the opposite page
中学校学習指導要領解説 数学編
日英対訳

Contents

Chapter 1. General Overview 5
1. Background of this Revision 5
2 Aims of reforms in mathematics 9
3. Main Points of the Revision for Mathematics 15
Chapter 2. Objectives and Content of Mathematics 33
Section 1: Objectives 33
1. Objectives of Mathematics 33
2. Objectives for each grade 41
Section 2: Content 53
1. Approaches to Content Organization 53
2. Overview of the contents in Each Domain 69
A. Numbers and Algebraic Expressions 69
B. Geometrical Figures 79
C. Functions 89
D. Making Use of Data 99
Section 3: Contents of Each Grade 111
1. Grade 1 of Lower Secondary School 111
2. Grade 2 167
3. Grade 3 203
Chapter 3 Syllabus Design and Handling the Content 251
1. Consideration Points for Designing a Syllabus 251
2. Consideration Points for Handling the Content in Chapter2 255

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

第1章 総説

1 改訂の経緯

21 世紀は，新しい知識・情報・技術が政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す，いわゆる「知識基盤社会」の時代であると言われている。

このような知識基盤社会化やグローバル化は，アイディアなど知識そのものや人材をめぐる国際競争を加速させる一方で，異なる文化や文明との共存や国際協力の必要性を増大させている。

このような状況において，確かな学力，豊かな心，健やかな体の調和を重視する「生きる力」をはぐくむことがますます重要になっている。

他方，ＯＥＣＤ (経済協力開発機構) のＰＩＳＡ調査など各種の調査からは，我が国の児童生徒については，例えば，

① 思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題，知識・技能を活用する問題に課題，
② 読解力で成績分布の分散が拡大しており，その背景には家庭での学習時間などの学習意欲，学習習慣・生活習慣に課題，
③ 自分への自信の欠如や自らの将来への不安，体力の低下といった課題，

が見られるところである。

このため，平成 17 年 2 月には，文部科学大臣から，21 世紀を生きる子どもたちの教育の充実を図るため，教員の資質・能力の向上や教育条件の整備などと併せて，国の教育課程の基準全体の見直しについて検討するよう，中央教育審議会に対して要請し，同年 4 月から審議が開始された。この間，教育基本法改正，学校教育法改正が行われ，知・徳・体のバランス (教育基本法第 2 条第 1 号) とともに，基礎的・基本的な知識・技能，思考力・判断力・表現力等及び学習意欲を重視し (学校教育法第 30 条第 2 項)，学校教育においてはこれらを調和的にはぐくむことが必要である旨が法律上規定されたところである。中央教育審議会においては，このような教育の根本にさかのぼった法改正を踏まえた審議が行われ，2 年 10 か月にわたる審議の末，平成 20 年 1 月に「幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」答申を行った。

Chapter 1. General Preview

1. Background of this Revision

The 21st century is the so-called, “era of the knowledge-based society” where new knowledge, information, and technology have become dramatically important in various aspects of life, such as politics, the economy, and culture.

This process of moving into a knowledge-based society and globalization will intensify international competition for ideas, knowledge, human resources, and at the same time will emphasize the importance of the coexistence and global cooperation among different cultures and civilizations of the world.

In this atmosphere, it will become more and more important to nurture a “zest for living” that emphasizes scholastic ability, a rich heart and mind, and the harmony of a healthy body. On the other hand, various studies such as the Programme for International Student Assessment (PISA) study done by the Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) indicate the following about students in Japan:

① a difficulty in reading comprehension and in writing problems that require thinking, decision-making, and expressing;

② a problem in widening the distribution of scores in reading comprehension, which indicates problems at home where not enough time is spent studying, a lack of motivation to learn, as well as a poor study and living environment;

③ a lack of confidence in their abilities; feelings of insecurity about the future; and lowered physical strength

Consequently, to enrich the education for students who will live in the 21st century, in February 2005 the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology-Japan (MEXT) requested the Central Education Council reform the standards for the curriculum, and also to improve the quality and skill of teachers and the infrastructure of education. In April of the same year, the discussion on these subjects commenced. During this period, the Fundamental Law of Education and the School of Education Law were amended, the balance between knowledge, morality, and health was reaffirmed (the Fundamental Law of Education, Article 2,1), as was the importance of fundamental and basic knowledge and skills, of the ability to think, to make decisions, to express, and of the motivation for learning (School Education Law, Article 30,2). For school education, it is now stated in the law that it is necessary to promote these objectives in a harmonious way. Based on the amendment of the laws, these fundamental issues in education were discussed in the Central Education Council. The discussion lasted 2 years and 10 months, and in January 2008 the report, *The Reform of the Curriculum for Kindergarten, Elementary Schools, Lower Secondary Schools, Upper Secondary Schools and Special-Needs Schools*, was submitted.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

この答申においては，上記のような児童生徒の課題を踏まえ，

① 改正教育基本法等を踏まえた学習指導要領改訂

② 「生きる力」という理念の共有

③ 基礎的・基本的な知識・技能の習得

④ 思考力・判断力・表現力等の育成

⑤ 確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保

⑥ 学習意欲の向上や学習習慣の確立

⑦ 豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実

を基本的な考え方として，各学校段階や各教科等にわたる学習指導要領の改善の方向性が示された。

具体的には，①については，教育基本法が約 60 年振りに改正され，21 世紀を切り拓ひらく心豊かでたくましい日本人の育成を目指すという観点から，これからの教育の新しい理念が定められたことや学校教育法において教育基本法改正を受けて，新たに義務教育の目標が規定されるとともに，各学校段階の目的・目標規定が改正されたことを十分に踏まえた学習指導要領改訂であることを求めた。

③については，読み・書き・計算などの基礎的・基本的な知識・技能は，例えば，小学校低・中学年では体験的な理解や繰り返し学習を重視するなど，発達の段階に応じて徹底して習得させ，学習の基盤を構築していくことが大切との提言がなされた。

この基盤の上に，④の思考力・判断力・表現力等をはぐくむために，観察・実験，レポートの作成，論述など知識・技能の活用を図る学習活動を発達の段階に応じて充実させるとともに，これらの学習活動の基盤となる言語に関する能力の育成のために，小学校低・中学年の国語科において音読・暗唱，漢字の読み書きなど基本的な力を定着させた上で，各教科等において，記録，要約，説明，論述といった学習活動に取り組む必要があると指摘した。

また，⑦の豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実については，徳育や体育の充実のほか，国語をはじめとする言語に関する能力の重視や体験活動の充実により，他者，社会，自然・環境とかかわる中で，これらとともに生きる自分への自信を持たせる必要があるとの提言がなされた。

この答申を踏まえ，平成 20 年 3 月 28 日に学校教育法施行規則を改正するとともに，幼稚園教育要領，小学校学習指導要領及び中学校学習指導要領を公示した。中学校学習指導要領は，平成 21 年 4 月 1 日から移行措置として数学，理科等を中心に内容を前倒しして実施するとともに，平成 24 年 4 月 1 日から全面実施することとしている。

Based on the problems our students are facing, this report gives the following points that were considered as the basis for reform as well as directions for each school level and subject:

① Reform of the curriculum based on the amendment of the Fundamental Law of Education

② Establishing a shared concept of the "zest for life"

③ Acquiring fundamental and basic knowledge and skills

④ Fostering the ability to think, to make decisions, and to express

⑤ Allocating the necessary hours of classes to acquire solid academic ability

⑥ Motivating students to learn and helping them develop sound study habits

⑦ Enriching teaching for fostering rich minds and good physical health.

Specifically regarding ①, in order to develop Japanese people who are courageous and rich in spirit who can lead the world of the 21st century, the Fundamental Law of Education was amended for the first time in approximately 60 years, and new ideals for future education were established. In the School Education Law amended by the Fundamental Law of Education, the new objectives of compulsory education were ordained, and reform of the curriculum is required to be fully grounded in the revision of the objectives of each school level.

In ③, fundamental and basic skills such as reading, writing, and calculation are to be completely acquired, so that they can form the foundation for future learning as appropriate to each developmental stage. For example, in grades 1 through 4, the emphasis is given on understanding obtained through experience and repeated practice.

Building on this foundation, in order to foster the ability to think, make decisions, and to express as described in ④; learning activities, such as experiments, observations, and writing reports and essays, in which knowledge and skills are utilized are enhanced according to each developmental stage. In addition, in order to develop language ability to support these activities, it was pointed out that in each subject it is necessary to acquire basic Japanese language skills — reading out loud, reading silently, reading and writing kanji characters — followed by learning activities such as recording, summarizing, describing, and writing essays.

In order to foster a rich mind and good physical health as described in ⑦, in addition to enriching character education and physical education classes, by emphasizing language skills in Japanese language class and other classes and by nurturing learning through experience, it was suggested that it is necessary to let students gain confidence in life by interacting with others, with society, nature, and the environment.

Based on the report of 3/28/2008, the School Education Law Enforcement Regulation was amended, and educational guidelines for kindergarten and elementary and lower secondary schools were made public. Educational guidelines for elementary schools will be implemented ahead of schedule for courses such as mathematics and science from 4/1/2009, and will be fully implemented by 4/1/2011.

2 数学科改訂の趣旨

1でも述べたように，平成20年1月の中央教育審議会答申「幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」(以下，中教審答申とする) において，学習指導要領改訂の基本的な考え方や教育課程の基本的な枠組み，教育内容に関する主な改善事項が示されるとともに，各教科・科目等の内容に関する主な改善事項がまとめられている。このたびの中学校数学科の改訂は，これらを踏まえて行われたものである。

ア 改善の基本方針

この中教審答申の中で，小学校算数科，中・高等学校数学科の改善の基本方針については，次のように示されている。

(ア) 算数科，数学科については，その課題を踏まえ，小・中・高等学校を通じて，発達の段階に応じ，算数的活動・数学的活動を一層充実させ，基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け，数学的な思考力・表現力を育て，学ぶ意欲を高めるようにする。

(イ) 数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能は，生活や学習の基盤となるものである。また，科学技術の進展などの中で，理数教育の国際的な通用性が一層問われている。このため，数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図る観点から，算数・数学の内容の系統性を重視しつつ，学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて，発達や学年の段階に応じた反復 (スパイラル) による教育課程を編成できるようにする。

(ウ) 数学的な思考力・表現力は，合理的，論理的に考えを進めるとともに，互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため，数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に，根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや，言葉や数，式，図，表，グラフなどの相互の関連を理解し，それらを適切に用いて問題を解決したり，自分の考えを分かりやすく説明したり，互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。

(エ) 子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要である。そのために，

- 数量や図形の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を取り入れて，数量や図形の意味を実感的に理解できるようにすること
- 発達や学年の段階に応じた反復 (スパイラル) による教育課程により，理解の広がりや深まりなど学習の進歩が感じられるようにすること
- 学習し身に付けたものを，日常生活や他教科等の学習，より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。

(オ) 算数的活動・数学的活動は，基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに，数学的な思考力・表現力を高めたり，算数・数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために，重要な役割を果たすものである。 算数的活動・数学的活動を生かした指導を一層充実し，また，言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために，小・中学校では各学年の内容において，算数的活動・数学的活動を具体的に示すようにするとともに，高等学校では，必履修科目や多くの生徒の選択が見込まれる科目に「課題学習」を位置付ける。

2. Aims of reforms in mathematics

As noted in section 1, the Central Education Council, in its January 2008 report, "The Reform of the Curriculum for Kindergarten, Elementary Schools, Lower Secondary Schools, Upper Secondary Schools and Special-Needs Schools", indicated the basic ideas for revising the Course of Study, the framework of curriculum, and the main points of reform in educational contents; the report also summarized the main points of reform for each subject. The revision of the mathematics curriculum is based on those recommendations.

A. Main reform policies

The Central Education Council report indicates the main reform policies for elementary and lower and upper secondary school mathematics as follows:

(a) In mathematics, considering its challenges, mathematical activities must be further enriched so that students will acquire fundamental and basic knowledge and skills, develop the ability to think and express mathematically, and increase their motivation to learn throughout elementary, lower secondary, and upper secondary school, according to their developmental stage.

(b) The fundamental and basic knowledge and skills of numbers, quantities, and geometrical figures are the foundation for daily living and learning. With the advancement of scientific technology, it is actively being discussed more than ever that mathematics and science education should meet international competitive levels. Consequently, to firmly establish the fundamental and basic knowledge and skills of numbers, quantities, and geometrical figures in students, while retaining the importance of a systematic nature of mathematics, the curriculum may adopt repeated learning (spiral) according to developmental stages and grade levels of students by overlapping some of the content across grades.

(c) Mathematical thinking and expression play an important role in rational and logical thinking as well as in intellectual communication. For this reason, instructional content and activities that foster mathematical thinking and expression should be clearly indicated. We will enrich the kind of teaching where students are taught to think systematically, in logical steps, by reasoning, and to understand the connections among words, numbers, algebraic expressions, figures, tables, and graphs. This kind of teaching will also allow students to learn appropriate usage, problem solving, how to explain one's ideas clearly, and how to express and communicate one's ideas to others.

(d) It is important that we motivate students to learn mathematics, and students should experience the meaning of learning and utilize what was learned. For this reason, the following objectives are emphasized: ・Help students understand numbers, quantities, and geometrical figures through learning activities which serve as a basis for understanding their meanings.

- Help students feel progress in learning, such as a depth and broadening of understanding through repeated learning (spiral) that is designed according to the developmental stage and grade level of each student.
- Help students apply what has been learned to activities in daily life, to the study of other subjects, and to learning more advanced mathematics.
- Help students feel progress in learning, such as a depth and broadening of understanding through repeated

(e) Mathematical activities play an important role in helping students acquire fundamental and basic knowledge and skills, in increasing students' ability to think and express mathematically, and in enabling students to feel a joy and purpose in learning mathematics. To enrich the teaching of mathematics through mathematical activities — with experiential activities and an emphasis on language — concrete examples of mathematical activities should be provided in the curriculum for elementary and lower secondary school; and in upper secondary school, project -based learning is introduced in the required subjects and in more popular elective courses.

(ア) では，小・中・高等学校を通じての改善の基本的な方針が示されている。これは，学校教育法第 30 条 2 項 (中学校については第 49 条，高等学校については第 62 条でこれを準用することが示されている) の内容「基礎的な知識及び技能を習得させるとともに，これらを活用して課題を解決するために必要な思考力，判断力，表現力その他の能力，主体的に学習に取り組む態度を養うこと」に算数科，数学科として対応していくことを意図したものである。

また，その具体的な対応については，それぞれ (イ)，(ウ)，(エ)，(オ) で述べられている。なお (ア) の「その課題」とは，教育課程実施状況調査や国際的な学力調査の結果から導かれた課題，例えば「基礎的な計算技能の定着については低下傾向は見られなかったが，計算の意味を理解することに課題が見られた」,「身に付けた知識・技能を実生活や学習等で活用することが十分にできていない」などである。

(イ) では，科学技術の進展や理数教育の国際的な通用性の観点から，数量や図形などに関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図ることの重要性とそのための指導の改善の方向について述べられている。

(ウ) では，論理的な思考や知的なコミュニケーションを図るという観点から，算数科，数学科における思考力，判断力，表現力等の育成の重要性とそのための指導の改善の方向について述べられている。

(エ) では，実感を伴って理解することや学習の広がりや深まりなどの進歩を感じること，学んだことを活用できるようにすることを重視して，学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが述べられている。

(オ) では，算数的活動・数学的活動を生かした指導を一層充実し，言語活動や体験活動を重視した指導が行われるように，学習指導要領の各学年の内容において算数的活動・数学的活動を具体的に示すことが述べられている。

In (a), the basic policies for the reform for elementary and lower and upper secondary schools are shown. These policies show how mathematics curriculum will respond to the content of School Education Law, Article 30, 2 (Article 49 for lower secondary schools and Article 62 for upper secondary schools), “To develop an attitude of actively engage in learning activities as well as the ability necessary for problem solving such as the ability to think, to make decisions, and to express, while mastering the basic knowledge and skills”.

In (b) through (e), specific responses are discussed. Incidentally, “the challenges” mentioned in (a) refers to the challenges identified by the surveys of the curriculum implementation and international achievement studies; for example, “as for the mastery of basic calculation skills, although the achievement levels have not declined, understanding of the meaning of calculation was a challenge”, and “it is apparent that students weren’t able to fully utilize learned knowledge and skills in their everyday situations and their further study”.

Item (b) states the importance of the mastery of basic knowledge and skills about numbers, quantities, and geometric figures for the advancement of scientific technology and international competitiveness and sets the direction for reform.

Item (c) states the importance of the ability to think, make decisions and express ideas in mathematics in order to promote logical thinking and intellectual communication and it sets the direction for reform from those perspectives.

Item (e) emphasizes understanding with experiences, sensing the broadening and deepening of one’s own learning, using what has been learned, and it states the necessity of increasing the motivation to learn and experiencing the values and usefulness of learning.

Item (e) states that concrete examples of mathematical activities must be indicated in the grade level content of the curriculum so that mathematics teaching is further enhanced by the use of mathematical, experiential, and linguistic activities.

イ 改善の具体的事項

中教審答申の中で，中学校数学科の改善の具体的事項については，次のように示されている。

中学校においては，数学的活動に主体的に取り組み，基礎的・基本的な知識・技能を習得し，数学的に考える力をはぐくむとともに，数学のよさを知り，数学が生活に役立つことや数学と科学技術との関係などについての理解を深め，事象を数理的に考察する能力と態度を養うことを重視して，次のような改善を図る。

(ア) 領域構成については，現行の「数と式」,「図形」,「数量関係」の 3 領域から，確率・統計に関する領域「資料の活用」を新設するとともに,「数量関係」を「関数」と改め,「数と式」,「図形」,「関数」,「資料の活用」の 4 領域とする。

(イ) 生徒のつまずきに対応し，時間をかけてきめ細かな指導ができるようにする。また，新たな内容を学習する際に，一度学習した内容を再度学習できるようにするなど学び直しの機会を設定することを重視する。

(ウ) 数学的活動を今後も一層重視していくため，各学年の内容において，数学的活動についての記述を位置付けるようにする。その際，小学校と中学校との接続に配慮する。

例えば，数学を生み出す活動，数学を利用する活動，数学的に伝え合う活動，数学的に実感する活動など，数学的活動を具体的に示す。

また，現行の課題学習については，数学的活動が実現される場面と位置付け，既習内容を総合して問題を解決する学習に取り組むことができるようにするなどの改善を図る。

(エ) 「数と式」の領域では，文字を用いて一般的に考えることの必要性やよさについての理解を深めたり，身の回りの数量やその関係を数や文字を用いた式で表現したり，式を手順にしたがって能率的に処理したり，式の意味を積極的に読み取り自分なりに説明したりすることを重視する。

例えば，不等式を用いて数量の大小関係を表すことや比例式，有理数・無理数の用語と概念，二次方程式の解の公式などを指導する。

(オ) 「図形」の領域では，体験に基づく実感的な理解をもとに，身の回りにあるものを図形としてとらえてその性質や関係などを明らかにすることや，図形の性質などを根拠を明らかにして筋道を立て説明したり，その説明から新たな性質や関係を読み取ったりすることを重視する。

例えば，図形の移動，投影図，球の表面積や体積，図形の面積比・体積比などを指導する。

(カ) 「関数」の領域では，身の回りで起こることを関数としてとらえ，表，式，グラフなどを用いて変化や対応の様子を調べてその特徴を説明したり，表，式，グラフなどから新たな関係や特徴を読み取って，それを具体的な場面で解釈したりすることを重視する。

例えば，関数という概念のもとで比例，反比例などを理解することができるよう，第 1 学年から「関数」の用語と概念を指導する。また，いろいろな事象と関数を指導する。

(キ) 「資料の活用」の領域では，資料に基づいて集団の傾向や特徴をとらえ，それをもとに判断することを重視する。

例えば，従来から指導している確率に加え，ヒストグラムや代表値を用いて全体の傾向をとらえたり，標本を取り出して調べることで母集団の傾向をとらえたりすることを指導する。

B. Specific points for reform

The Central Education Council report indicates the following specific points for reform.

In lower secondary school, the following points of reform are emphasized so that students will engage actively in mathematical activities, master fundamental and basic knowledge and skills, develop the ability to think mathematically, know the value of mathematics, and deepen their understanding of relationships between mathematics and scientific technology:

(a) The content domains will be changed from the current three domains, "Numbers and Algebraic Expressions", "Geometrical Figures", and "Quantitative Relations": to a new domain related to probability and statistics called "Making Use of Data", while the domain, "Quantitative Relations" will be changed to "Functions". There will be 4 content domains, "Numbers and Algebraic Expressions", "Geometrical Figures", "Functions", and "Making Use of Data".

(b) In order to respond to students' struggles, a sufficient amount of time will be allocated so that careful and detailed instruction can be provided. Moreover, an emphasis is placed on establishing opportunities to review what has been learned as new content is introduced.

(c) In order to further emphasize mathematical activities, a section will be created to discuss mathematical activities within the discussion of the content of each grade. Special attention must be given to the articulation between elementary and lower secondary school.

For example, concrete examples of mathematical activities such as those that produce mathematics, utilize mathematics, communicate mathematically, and that experience mathematics directly.

Moreover, project study discussed in the current curriculum is positioned as an opportunity to realize mathematical activities; instruction should provide such opportunity as solving problems by integrating what students have learned so far.

(d) In the domain, "Numbers and Algebraic Expressions", the following will be emphasized: to deepen students' understanding of the need for and the value of thinking generally using literal variables, to represent quantities in the surrounding and their relationships using numbers and algebraic expressions with letters, to process algebraic expressions efficiently by using appropriate procedures, and to explain the meaning of algebraic expressions by interpreting them.

For example, ideas such as expressing the size relationships of quantities using inequalities, proportions, the concepts and the terms of rational and irrational numbers, and the quadratic formula will be taught.

(e) In the domain, "Geometrical Figures", the following will be emphasized: to base empirical understanding on experiences, to clarify the properties and relationships of objects in the surroundings by considering them as geometrical figures, to logically explain properties of geometrical figures by clearly stating the reasons, and to identify new relationships from such explanations.

For example, ideas such as geometric transformations, projections, the surface area and volume of spheres, and the ratios of area and volume of geometrical figures will be taught.

(f) In the domain, "Functions", the following will be emphasized: to consider phenomena in the surroundings as functions and to represent the way they change and correspond by using tables, algebraic expressions and graphs, to identify new relationships and features from tables, algebraic expressions and graphs, and to interpret what such relationships and features may mean in actual situations.

For example, in order to understand direct and indirect proportion relationships based on the concept of functions, the concept and the term, "function" will be taught starting in the first year. Moreover, other phenomena and functions will be taught.

(g) In the domain, "Making Use of Data", the emphasis is on capturing trends and features of populations based on data and making decisions based on such analysis.

For example, in addition to probability, which has been taught in lower secondary school, ideas such as identifying trends of a population by using histograms and representative values and by examining samples from a population.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

3 数学科改訂の要点

ア 中学校数学科の目標の改善

中学校数学科の指導は，与えられた問題を解いて答えを求められるようにすることだけを目指すものではない。これまで述べてきたように，基礎的・基本的な知識及び技能を習得し，それらを活用して問題を解決するために必要な思考力，判断力，表現力等をはぐくむことと，数学の学習に主体的に取り組む態度を養うことにバランスよく取り組む必要がある。そこで，以下の①から③に示すように目標の改善を図った。

① 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することができるようにすること

生徒が数学の学習に主体的に取り組むことができるようになるためには，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切であり，そのためには数学的活動を通して指導することが重要である。新たに「数学的活動を通して」及び「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」と示すことでこの点を明確にした。

「数学的活動の楽しさ」については，これまでと同様，単に楽しく活動をするという側面だけではなく，それによって生徒にどのような知的成長がもたらされるかという質的側面にも目を向ける必要がある。

「数学のよさ」を実感できるようにすることは，数学の学習に意欲的に取り組むことができるようにすることに本来のねらいがある。「数学のよさ」には，例えば「数量の関係を方程式で表すことができれば，形式的に変形して解を求めることができる」といった数学的な表現や処理のよさがある。

また，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ，数学的な見方や考え方のよさなども含まれる。さらに，数学が生活に役立つこと，数学が科学技術を支え相互にかかわって発展してきていることなどにかかわる知識も「数学のよさ」である。

② 事象を数理的に考察し表現する能力を高めること

事象を数理的に考察することは，日常生活や社会における事象と数学の世界における事象とを対象とするものである。それぞれの特性をとらえ，事象を数理的に考察する能力を高めるようにすることが必要である。

事象を数理的に考察する過程やその成果についての認識は，表現することによって深められる。新たに「表現する能力を高めること」を示すことで，数や図形の性質などを的確に表したり，根拠を明らかにして筋道立てて説明したり，自分の思いや考えを伝え合い，それらを共有したり質的に高めたりすることが重要であることを明確にした。

③ 活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てること

数学を活用しようとする態度を育てることは，数学の学習に主体的に取り組むことにつながる。新たに「活用して考えたり判断したりしようとする態度」と示すことで，数学を活用することの趣旨を明らかにし，生徒が数学を活用して考えたり判断したりする機会を設け，その必要性や有用性を実感を伴って理解できるようにすることが重要であることを明確にした。

3. Main points of revision for mathematics

A. Improving the goals of lower secondary school mathematics

The goal of mathematics instruction in lower secondary school is not just enabling students to solve given problems. As stated above, we need to seek a balance among helping students master fundamental and basic knowledge and skills; nurturing the abilities necessary for problem solving such as the ability to think, to make decisions, and to express; and developing the attitude to actively engage in the study of mathematics. To achieve this balance, the following three points of improvement were identified.

① To experience the joy of mathematical activities and the values of mathematics

In order for students to actively engage in the study of mathematics, they must experience the joy of mathematical activities and the values of mathematics. To do so, it is important that instruction is done through the use of mathematical activities. By including the statements, "through mathematical activities" and "experiencing the joy of mathematical activities and the values of mathematics", this point was made explicit.

As for "the joy of mathematical activities", as it has been the case, we must pay attention not only to simply enjoying activities but also to the qualitative aspect, that is how intellectual growth can be brought to students.

The primary purpose of experiencing "the values of mathematics" is to motivate students to actively engage in the study of mathematics. "The values of mathematics" include, for example, the values of mathematical representations and procedures such as "if we express relationships of quantities in equations, we can solve them by transforming them procedurally".

Other values of mathematics include values of fundamental concepts and properties/laws about quantities and geometrical figures, and values of mathematical ways of observing and thinking. Furthermore, the fact that mathematics may be useful in daily life and the knowledge that mathematics and scientific technologies have developed as they support each other are also "values of mathematics".

② To increase the ability to examine and represent phenomena mathematically

To examine phenomena mathematically involves both phenomena in daily life society and phenomena in the world of mathematics. It is necessary to increase the ability to examine phenomena mathematically by each of their characteristics.

The understanding of the processes and the results of mathematical examination of phenomena may be deepened by representing them. By including the new phrase, "to increase the ability to represent", the importance of representing the properties of quantities and geometrical figures appropriately, giving logical explanations with clear rationale, communicating one's own ideas and reasoning to share and improve qualitatively is made clear.

③ To nurture the attitude to think and make decisions by using mathematics

Nurturing the attitude to use mathematics leads to the active engagement in the study of mathematics. By including the new phrase, "the attitude to think and make decisions using mathematics", the importance of clarifying the purpose of the use of mathematics, providing opportunities for students to think and make decisions using mathematics, and helping them understand the usefulness of mathematics experientially is made clear.

イ 中学校数学科の内容の改善

中学校数学科においては，中教審答申における提言を基に内容の改善を行うとともに，内容の学習指導要領への記述の仕方にも工夫を加えている。以下これらについて述べる。

① 領域構成と数学的活動について

領域構成を 3 領域から「数と式」,「図形」,「関数」,「資料の活用」の 4 領域に改めるとともに，各学年の内容に数学的活動を位置付けた。また，数学的活動として，既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動や日常生活や社会で数学を利用する活動，数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動などを示すとともに，数学的活動の指導にかかわる 配慮事項を「第 3 指導計画の作成と内容の取扱い」に示した。

中学校数学科の内容の構成について，学年別，領域別の概略を図 1 (22，24，26 ページ) で示している。小学校算数科の内容の構成についても，図 2 (28，30 ページ) で示している。

② 具体的な内容について

基礎的・基本的な知識及び技能の習得と思考力，判断力，表現力等の育成を図るために，小学校において学習したことを素地として中学校において活用することや，義務教育としての国際的な通用性などを踏まえて，一部の内容の指導時期を改めた。

小・中・高等学校間で移行された内容，中学校において学年間で移行された内容及び中学校において新たに指導することになった内容は次の通りである。

B. Improvement of the content of lower secondary school mathematics

In lower secondary school mathematics, to address the recommendations made by the Central Education Committee, changes have been made to not only the content but also in the way they are stated. Those changes are explained below.

① About the structure of the content domains and mathematical activities

The content domains have been increased from three to the following four: "Numbers and Algebraic Expressions", "Geometrical Figures", "Functions", and "Making Use of Data". In addition, mathematical activities are discussed in the discussion of content section in each grade. Mathematical activities discussed will include activities used to identify and extend properties of numbers and geometrical figures based on what have been learned, activities to use mathematics in everyday life and in society, and activities to explain one's own ideas logically by utilizing mathematical expressions and by clearly expressing the rationale. Moreover, some points of considerations for instruction of mathematical activities are indicated in "III. THE CONSTRUCTION OF TEACHING PLANS AND HANDLING THE CONTENT".

The summary of content of lower secondary school mathematics for each grade and for each content domain is shown in the table 1 (pp. 23, 25 & 27). Table 2 (29 & 31) shows the content of elementary school mathematics.

② About specific content

In order to master the foundational and basic knowledge and skills and to develop the ability to think, make decisions, and express, students should use what they learned in elementary school. For this reason, also by considering the international competitiveness at the compulsory education level, the grade level placements of some content have been changed.

The table below shows the materials that have been shifted across the levels of elementary, lower and upper secondary school, the materials that have been shifted across grades within lower secondary school, and the materials that have been newly included in lower secondary school.

中学校数学科における内容の移行について

第1学年	数の集合と四則計算の可能性←高等学校「数学」から 大小関係を不等式を用いて表すこと←高等学校「数学」から (一部) 簡単な比例式を解くこと 平行移動，対称移動及び回転移動 投影図 球の表面積と体積←高等学校「数学」から 関数関係の意味←中学校第 2 学年から 資料の散らばりと代表値←高等学校「数学基礎」,「数学 B」から 図形の対称性 (線対称，点対称) →小学校第 6 学年へ 角柱や円柱の体積→小学校第 6 学年へ
第2学年	円周角と中心角の関係→中学校第 3 学年へ 起こり得る場合を順序よく整理すること→小学校第 6 学年へ
第3学年	有理数と無理数←高等学校「数学」から 二次方程式の解の公式←高等学校「数学」から 相似な図形の面積比と体積比←高等学校「数学」から○円周角と中心角の関係 中学校第 2 学年から (一部，高等学校「数学 A」から) いろいろな事象と関数←高等学校「数学」から 標本調査←高等学校「数学基礎」,「数学 C」から

注意：●…高等学校から中学校に移行する内容,
○…中学校の学年間で移行する内容
◎…中学校で新規に指導する内容,
◆…中学校から小学校へ移行する内容

なお，文字を用いた式，縮図や拡大図，反比例など，小学校と中学校の間でスパイラルな教育課程を編成して指導するという観点から小学校においても取り扱うことになった内容についてはここでは示さず，第 2 章などにおいて述べることとする。

③ 内容の示し方について

中学校数学科においては，指導する内容に大きな変更がない場合についても，項目としてのまとめ方を見直すなどして授業における指導の目標を明らかにし，基礎的・基本的な知識及び技能の習得と思考力，判断力，表現力等の育成のための指導がバランスよく実現されるよう改善を図っている。

また，学年進行に従い，領域ごとに系統付けた内容の指導を通して，生徒が身に付けるべき能力を次第に高めていけるようにすることを意図して,「培う→養う→伸ばす」という表現を用いた。習得すべき内容については,「～を知ること」と「～を理解すること」という表現を用いている。

今回の改訂では，考えたり判断したりする際に生徒が習得した知識及び技能を活用できるようになることを重視している。「活用」という表現は該当する全ての場面で用いているが，特に日常生活や社会における様々な事象などを対象とする場合には「利用」という表現を用いて，その指導の趣旨を明らかにした。また，どのように活用するのかを明確にする必要がある場合は,「用いて～する」と表現してその意図を示した。

Shifting of content materials in lower secondary school mathematics

	● Sets of numbers and possibilities of four arithmetic operations (from Mathematics I for Upper Secondary School) ● Expressing the size relationships using inequalities (from Mathematics I for Upper Secondary School, partially) ◎ Solving simple proportions ◎ Translation, reflection, and rotation ◎ Projection ● Surface area and volume of spheres (from Mathematics I for Upper Secondary School) ○ Meaning of functional relationships (from Grade 2 of Lower Secondary School) ● Distribution of data and representative values (from "Fundamental Mathematics" and "Mathematics B" for Upper Secondary School) ◆ Symmetry of geometrical figures (line symmetry and point symmetry) (to Grade 6 of Elementary School) ◆ Volume of prisms and cylinders (to Grade 6 of Elementary School)
	○ The relationship between inscribed angles and central angles (to Grade 3 of Lower Secondary School) ◆ To organize all possible events systematically (to Grade 6 of Elementary School)
	● Rational and irrational numbers (from Mathematics I for Upper Secondary School) ● Quadratic formula (from Mathematics I for Upper Secondary School) ● Ratios of area and volume of similar figures (from Mathematics I for Upper Secondary School)The relationship between inscribed angles and central angles (From Mathematics A for Upper Secondary School, partially) ● Various phenomena and functions (from Mathematics I for Upper Secondary School) ● Sampling (from "Fundamental Mathematics" and Mathematics C for Upper Secondary School)

Note:●…Content that is being moved from upper secondary school to lower secondary school
○…Content that is being moved across grades within lower secondary school
◎…New content to be taught in lower secondary school
◆…Content that is being moved from lower secondary school to elementary school

Those materials, such as algebraic expressions with letters, enlarged and reduced drawing, and inverse proportional relationships, that will be discussed both in elementary and lower secondary school as a part of a spiral curriculum, are not listed here. They are discussed in Chapter 2.

③ About the discussion of content

instruction, improvements were made, for example, by re-evaluating the grouping of topics, so that the balance between the mastery of fundamental and basic knowledge and skills and the development of the abilities to think, make decisions, and to express is realized. Furthermore, in order to clarify the intention of gradually raising students' ability through coherent instruction in each content domain across grades, the expressions, "to cultivate → to nurture → to extend", are used. As for the content to be learned, the phrases, "students should know...." and "students should understand..." are used. This revision emphasizes the importance of students' use of previously learned knowledge and skills as they think and make decisions. The word "use" is being employed in all situations where appropriate, but in everyday situations and social phenomena, the word "utilize" is used to distinguish those situations to clarify the purpose of instruction. Moreover, if it is necessary to clarify ways of use, the phrase, "to ... by using" is used.

ウ「指導計画の作成と内容の取扱い」に関する改善

① 学び直しの機会の設定

新たな内容を指導する際に，既に指導した関連する内容を意図的に再度取り上げることが生徒の理解を深めたり拡げたりするために有効な場合には，積極的に学び直しの機会を設けるものとした。

② 数学的活動の一層の充実

数学的活動が各学年の内容に位置付けられたことに伴い，その指導に当たっての配慮事項として次のような機会を設けることを示した。

- 数学的活動を楽しみ，数学を学習することの意義や必要性を実感すること
- 見通しをもって数学的活動に取り組み，振り返ること
- 数学的活動の成果を共有すること

③ 課題学習の位置付け

課題学習を引き続き重視するとともに，今回の改訂においては，各領域の内容を総合するなどして，見いだした課題を解決する学習であると位置付けた。また，課題学習においては，生徒の数学的活動への取組を促すことに配慮して各学年で指導計画に適切に位置付けるものとした。

C. Improvements related to "THE CONSTRUCTION OF TEACHING PLANS AND HANDLING THE CONTENT"

① Establishing opportunities to re-learn

When it may be effective to deepen or broaden students' understanding by intentionally treating those ideas that have already been taught previously as a new content is being introduced, opportunities to re-learn those ideas are to be established.

② Further enrichment of mathematical activities

As mathematical activities are included in the discussion of the content of each grade level, the following types of opportunities are established as points of consideration for instruction.

- To enjoy mathematical activities and to experience the purpose and the necessity of studying mathematics
- To engage in mathematical activities with good perspectives and to reflect on them
- To share the results of mathematical activities

③ The role of project study

Project study is to be emphasized as before. In this revision, project study is considered as the opportunity to solve problems identified by, for example, integrating the content of each content domain. Furthermore, project study is to be included appropriately in teaching plans as they promote students' engagement in mathematical activities.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

	A 数と式	B 図形	C 関数	D 資料の活用	数学的活動
第1学年	**正の数・負の数** ア 正の数と負の数の必要性と意味 (数の集合と四則) イ 正の数と負の数の四則計算の意味 ウ 正の数と負の数の四則計算 エ 正の数と負の数を用いること **文字を用いた式** ア 文字を用いることの必要性と意味 イ 乗法と除法の表し方 ウ 一次式の加法と減法の計算 エ 文字を用いた式に表すこと (不等式を用いた表現) **一元一次方程式** ア 方程式の必要性と意味及びその解の意味 イ 等式の性質と方程式の解き方 ウ 一次方程式を解くことと活用すること (比例式)	**平面図形** ア 基本的な作図の方法とその活用 イ 図形の移動 **空間図形** ア 直線や平面の位置関係 イ 空間図形の構成と平面上の表現 (投影図) ウ 基本的な図形の計量 (球の表面積・体積)	**比例・反比例** ア 関数関係の意味 (中2から) イ 比例，反比例の意味 ウ 座標の意味 エ 比例，反比例の表，式，グラフ オ 比例，反比例を用いること	**資料の散らばりと代表値** (誤差や近似値，$a \times 10^n$ の形の表現) ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味 イ ヒストグラムや代表値を用いること	各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けること ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動 イ 日常生活で数学を利用する活動 ウ 数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動

	A. Numbers and Algebraic expressions	B. Geometrical figures	C. Functions	D. Data Handling	Mathematical activities
Grade 7	**Positive numbers, Negative numbers** a. necessity and meaning of positive and negative numbers [" Set of numbers and four fundamental operations "] b. Meaning of four basic operations with positive and negative numbers c. Four basic operations with positive and negative numbers d. Using positive and negative numbers **Algebraic expressions using letters** a. Necessity and meaning of using letters b. how to express multiplication and division c. Addition and subtraction with linear expressions d. representing with algebraic expressions with letters [" representations with inequality "] **Linear equations with one unknown** a. Necessity and meaning of equations and the meaning of their solutions b. Properties of equations and how to solve them c. Solving and using linear equations [" Proportional expressions "]	**Plane figures** a. Fundamental methods for constructing figures and their application b.[moving basic figures] **Space figures** a. Positional relationship between straight lines and planes b. structure of space figures and their representation on a plane [" projection drawing "] c. measurements in basic figures [" surface area and volume of sphere "]	**Direct proportion, Inverse proportion** a. Meaning of functional relationships (moved from the eighth grade) b. Meaning of direct proportion and inverse proportion c. Meaning of coordinates d. tables, algebraic expressions, and graphs of direct proportion and inverse proportion e. applying direct proportion and inverse proportion	**Dispersion of data and representative values of data** (approximations and errors; using the notation $a \times 10^n$) a.[Necessity and meaning of histograms and representative values] b.[applying histograms and representative values]	In learning content within and across domains, opportunities to do mathematical activities such as shown below should be implemented. a. Activities for finding out the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics. b. Activities for making use of mathematics in daily life c. Activities for explaining and communicating each other in one's own way by using mathematical representations

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

	A 数と式	B 図形	C 関数	D 資料の活用	数学的活動
第2学年	**文字を用いた式の四則計算** ア 簡単な整式の加減及び単項式の乗除の計算 イ 文字を用いた式で表したり読み取ったりすること ウ 目的に応じた式変形 連立二元一次方程式 ア ニ元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味 イ 連立方程式とその解の意味 ウ 連立方程式を解くことと活用すること	**基本的な平面図形と平行線の性質** ア 平行線や角の性質 イ 多角形の角についての性質 **図形の合同** ア 平面図形の合同と三角形の合同条件 イ 証明の必要性と意味及びその方法 ウ 三角形や平行四辺形の基本的な性質	**一次関数** ア 事象と一次関数 イ 一次関数の表，式，グラフ ウ ニ元一次方程式と関数 エ 一次関数を用いること	**確率** ア 確率の必要性と意味及び確率の求め方 イ 確率を用いること	各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けること ア　既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動 イ　日常生活や社会で数学を利用する活動 ウ　数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

	A. Numbers and Algebraic expressions	B. Geometrical figures	C. Functions	D. Data Handling	Mathematical activities
Grade 8	**Calculation of the four basic operations with expressions using letters** a. Calculation of addition and subtraction with simple polynomials, as well as multiplication and division with monomials b. representing and interpreting algebraic expressions using letters. c. Transforming algebraic expressions according to the purpose **Simultaneous linear equations with two unknowns** a. Necessity and meaning of linear equations with two unknowns and the meaning their solutions b. Meaning of simultaneous linear equations with two unknowns and the meaning of their solutions c. solving simultaneous equations and applying them	**Basic plane figures and properties of parallel lines** a. properties of parallel lines and angles b. properties of angles of polygons **Congruence of plane figures** a. Congruence of plane figures, conditions for congruence of triangles b. Necessity, meaning and methods of proof c. basic properties of triangles and parallelograms	**Linear functions** a. phenomena and linear functions b. tables, algebraic expressions and graphs of linear functions c. linear equations with two unknowns and functions d. Using linear functions	**Probability** a Necessity and meaning of probability and finding the probability b. Using probabilities	In learning content within and across domains, opportunities to do mathematical activities such as shown below should be implemented. a. Activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics. b. Activities for making use of mathematics in daily life and society c. Activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

	A 数と式	B 図形	C 関数	D 資料の活用	数学的活動
第3学年	**平方根** ア 平方根の必要性と意味 (有理数・無理数) イ 平方根を含む式の計算 ウ 平方根を用いること **式の展開と因数分解** ア 単項式と多項式の乗法と除法の計算 イ 簡単な式の展開や因数分解 ウ 文字を用いた式でとらえ説明する **二次方程式** ア ニ次方程式の必要性と意味及びその解の意味 イ 因数分解や平方完成して二次方程式を解くこと ウ 解の公式を用いて二次方程式を解くこと エ 二次方程式を活用すること	**図形の相似** ア 平面図形の相似と三角形の相似条件 イ 図形の基本的な性質 ウ 平行線と線分の比 エ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係 オ 相似な図形の性質を活用すること **円周角と中心角** ア 円周角と中心角の関係とその証明 (中 2 から) (円周角の定理の逆) イ 円周角と中心角の関係を活用すること (中 2 から) **三平方の定理** ア 三平方の定理とその証明 イ 三平方の定理を活用すること	**関数 $y = ax^2$** ア 事象と関数 $y = ax^2$ イ 関数 $y = ax^2$ の表，式，グラフ ウ 関数 $y = ax^2$ を用いること エ いろいろな事象と関数	**標本調査** ア 標本調査と必要性と意味 イ 標本調査を行なうこと	

	A. Numbers and Algebraic expressions	B. Geometrical figures	C. Functions	D. Data Handling	Mathematical activities
Grade 9	**Square root** a. Necessity and meaning of square roots [" rational numbers, irrational numbers "] b. calculations of expressions with square roots c. using square roots **Expanding and factoring algebraic expressions** a. multiplication and division of polynomials and monomials b. expanding and factoring of simple expressions c. representing and explaining through expressions using letters **Quadratic equations** a. Necessity and meaning of quadratic equations and the meaning of their solutions b. solving quadratic equations by factoring and completing squares c.[Solving quadratic equations by using the quadratic formula] d. Using quadratic equations	**Similarity of plane figures** a. Similarity of plane figures and conditions for similar triangles b. Basic properties of geometrical figures c. Parallel lines and ratios of line segments. d.[Relationships between the scale factor, the ratio of areas and the ratio of volumes of similar geometric figures] e. Using the properties of similar geometrical figures Inscribed angle and central angle a. Relationship between the inscribed angle and the central angles, and its proof (moved from eighth grade) [" converse of the Central Angle Theorem "] b Using the relationship between an inscribed angle and a central angle (moved from the seventh grade) **Pythagorean Theorem** a. Pythagorean Theorem and its proof b. Using the Pythagorean Theorem	**Function $y = ax^2$** a. Phenomena and the function $y = ax^2$ b. Tables, algebraic expressions, and graphs of the function $y = ax^2$ c. Using the function $y = ax^2$ d. [Various concrete phenomena and functional relationships]	**Sample survey** [a. Necessity and meaning of a sample survey] [b. Carrying our sample surveys.]	

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

	A 数と計算	B 量と測定	C 図形	D 数量の関係	算数的活動
第1学年	**整数の意味と表し方** ・2 位数，簡単な 3 位数など **整数の加・減** ・1 位数の加・減， 簡単な 2 位数の加・減	**量の大きさの比較** ・長さ，面積・体積の大きさの比較 **時刻の読み方** (小 2 から移行)	**図形** ・身の回りにあるものの形 (平面図形，立体図形) の観察や構成	**式による表現** ・ 加法や減法の場面を式に表す (「A 数と計算」から移行) **絵や図を用いた数量の表現**	ア 具体物を数える活動 イ 計算の意味や仕方を表す活動 ウ 量の大きさを比べる活動 エ 形を見付けたり，作ったりする活動 オ 場面を式に表す活動
第2学年	**整数などの表し方** ・3 位数，4 位数，1 万，簡単な分数 (1/2，1/4 など) など **整数の加・減** ・2 位数の加・減，簡単な 3 位数の加・減など **整数の乗法** ・乗法九九，簡単な 2 位数の乗法など	**量の単位と測定** ・長さの単位 (mm，cm，m) ・体積の単位 (mℓ，dℓ，ℓ) (小 3 から移行) **時間の単位 (日，時，分)** (小 3 から移行)	**図形** ・三角形，四角形 ・正方形，長方形，直角三角形（小 3 から移行） ・箱の形（小 3 から移行）	**式による表現** ・加法と減法の相互関係 (「A 数と計算」から移行) ・乗法の場面を式に表す (「A 数と計算」から移行) **簡単な表やグラフ** (「A 数と計算」から移行)	ア 整数が使われている場面を見付ける活動 イ 乗法九九表からきまりを見付ける活動 ウ 量の大きさの見当を付ける活動 エ 図形をかいたり，作ったりする活動 オ 図や式に表し説明する活動
第3学年	**整数の表し方** ・万の単位，1 億など **整数の加・減** ・3 位数や 4 位数の加・減など **整数の乗法** ・2 位数や 3 位数の乗法 (3 位数 ×2 位数 など) など **整数の除法** ・1 位数による簡単な除法（商が 1 位数や2 位数）など小数 (小 4 から移行) **小数** (小 4 から移行) ・小数の意味と表し方，小数 (1/10 の位) の加・減分数 (小 4・5 から移行) **分数** (小 4・小 5 から移行) ・分数の意味と表し方，簡単な分数の加・減 **そろばん** ・数の表し方と加・減	**いろいろな単位と測定** ・長さ (km) や重さの単位 (g，kg，t) **計器による測定** **時間の単位（秒），時刻や時間の計算**	**図形** ・二等辺三角形，正三角形 (小 4 から移行) ・角 (小 4 から移行) ・円・球 (小 4 から移行)	**式による表現** ・除法の場面を式に表す (「A 数と計算」から移行) ・式と図形の関連付け， □ などを用いた式など **表や棒グラフ**	ア 計算の仕方を考え説明する活動 イ 小数や分数の大きさを比べる活動 ウ 単位の関係を調べる活動 エ 正三角形などを作図する活動 オ 資料を分類整理し表を用いて表す活動

	A. Numbers and Calculations	B. Quantities and Measurements	C. Geometrical figures	D. Mathematical Relations	Mathematical activities
Grade 1	**Meaning and Representation of integers** ・2-digit numbers and simple 3-digit numbers **Addition and subtraction of integers** Addition and subtraction of simple 2-digit numbers	**Comparing sizes of quantities** ・comparing length, comparing [area and volume] **Reading clock times** (moved from grade 2)	**Geometrical figures** ・observing and composing the shapes of familiar objects (plane figures, solid figures)	**Representation with algebraic expressions** ・representing situations where addition and subtraction are used by using algebraic expressions (moved from "A. Numbers and Calculations") **Representing the number of objects using pictures or figures**	a. Activities to count concrete objects b. Activities to express the meaning and ways of calculation c. Activities to compare quantities d. Activities to find and compose various shapes e. Activities to express situations with algebraic expressions
Grade 2	**Representation of numbers such as integers** ・3-digit numbers, 4-digit numbers, 10000, simple fractions (1/2, 1/4 etc.), etc. Addition and subtraction of integers ・Addition and subtraction of 2-digit numbers and addition and subtraction of simple 3-digit numbers **Multiplication of integers** ・multiplication table (ku-ku) [up to 9×9] ・multiplication of simple 2-digit numbers	**Units and measurements of quantities** ・units of length (mm, cm, m) ・units of volume, (mℓ, dℓ, ℓ) (moved from grade 3) **Units of time: (days, hours, minutes)** (moved from grade 3)	**Geometrical figures** ・triangles, quadrilateral ・squares, rectangles, right triangles (moved from grade 3) ・shape of a box (moved from grade 3)	**Representation with algebraic expressions** ・relationship between addition and subtraction (moved from "A. Numbers and Calculations") ・representing situations where multiplication is used by using algebraic expressions (moved from "A. Numbers and Calculations") **Simple tables and graphs** (moved from " A. Numbers and Calculations ")	a. Activities to find situations where integers are used b. Activities to find rules from multiplication tables. c. Activities to estimate the sizes of quantities d. Activities to draw and construct geometrical figures. e. Activities to express relationships by using figures, diagrams and algebraic expressions
Grade 3	**Representation of integers** ・the unit of ten-thousands (man in Japanese), 100 million (oku in Japanese) Addition and subtraction of integers ・addition and subtraction of 3-digit numbers and [4-digit numbers] Multiplication of integers ・multiplication of 2-digit numbers and 3-digit numbers, (for example, [3-digit number × 2-digit number]) Division of integers ・division in simple cases when the divisors are 1-digit numbers (the quotients are 1-digit or 2-digit numbers) Decimal numbers (moved from grade 4) ・The meaning and the representation of decimal numbers, addition and subtraction of decimal numbers (the tenths place) Fractions (moved from grade 4 and 5) ・The meaning and the representation of fractions, simple addition and subtraction of fractions Soroban (Japanese Abacus) ・The representations of numbers on soroban addition and subtraction	**Various units and measurements** ・Units of length (km) and weight (g, kg, [ton]) Measurement using instruments Units of time(seconds), calculations with time	**Geometrical figures** ・isosceles triangle, equilateral triangle (moved from grade 4) ・angle (moved from) ・circle, sphere (moved from grade 4)	**Representation with algebraic expressions** ・representing situations where divisions are used, by using algebraic expressions (moved from " A. Numbers and Calculations ") ・[making connections between algebraic expressions and diagrams; algebraic expressions that use □] Tables and bar graphs	a. Activities to explore and explain ways of calculation b. Activities to compare sizes of decimal numbers and fractions c. Activities to investigate the relationships among the units d. Activities to construct geometrical figures such as equilateral triangles e. Activities to organize data and to represent the data in tables

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

	A 数と計算	B 量と測定	C 図形	D 数量の関係	算数的活動
第4学年	**整数の表し方** ・億、兆の単位など **およその数** ・概数，四捨五入，四則計算の結果の見積り (小 5，6 から移行) **整数の除法** ・2 位数などによる除法など **整数の四則計算の定着と活用** **小数の計算** ・小数の加・減 (1/10，1/100 の位など) ・小数の乗・除 (小数 × 整数，小数 ÷ 整数)(小 5 から移行) **分数の計算** ・同分母分数 (真分数，仮分数) の加・減など (小 5 から移行) **そろばん** ・加・減	**面積** ・面積の単位 (cm^2, m^2, km^2, a, ha) と測定 ・正方形・長方形の面積の求め方 **角の大きさの単位 (度 (°))**	**図形** ・直線の平行や垂直の関係 (小 5 から移行) ・平行四辺形，ひし形，台形 (小 5 から移行) ・立方体，直方体 (小 6 から移行) ・ものの位置の表し方	**伴って変わる二つの数量の関係** ・数量の変化の様子を折れ線グラフの関係を調べる **式による表現** ・四則混合の式，(　) を用いた式，公式 ・□，△ などを用いた式 **四則計算の性質** (小 5 から移行) **資料の分類整理** ・二つの観点の表，折れ線グラフ	ア 計算の結果の見積もりをし判断する活動 イ 面積の求め方を考え説明する活動 ウ 面積を実測する活動 エ 平行四辺形などを敷き詰め，図形の性質を調べる活動 オ 身の回りの数量の関係を調べる活動
第5学年	**整数の性質** ・偶数と奇数，約数と倍数 (小 6 から移行)，素数 **整数と小数の記数法** **小数の計算** ・小数の乗・除 (1/10，1/100 の位など) **分数の計算** ・異分母分数 (真分数，仮分数) の加・減など (小 6 から移行) ・分数の乗・除 (分数 × 整数，分数 ÷ 整数)	**面積** ・三角形，平行四辺形の面積の求め方 ・ひし形　台形の面積の求め方 **体積** (小 6 から移行) ・体積の単位 (cm^3，m^3) と測定 ・立方体　直方体の体積の求め方 **測定値の平均** **単位量当たりの大きさ (人口密度など)**(小 6 から移行)	**図形** ・多角形や正多角形 ・図形の合同 (中学校から一部移行) ・図形の性質 ・円周率 ・角柱，円柱 (小 6 から移行)	**簡単な比例の関係** **数量の関係の見方や調べ方** ・簡単な式で表されている二つの数を調べる **百分率** **円グラフや帯グラフ**	ア 計算の仕方を考え説明する活動 イ 面積の求め方を考え説明する活動 ウ 合同な図形をかいたり，作ったりする活動 エ 図形の性質を帰納的に考え説明したり，演繹的に考え説明したりする活動 オ 目的に応じて表やグラフを選び活用する活動
第6学年	**分数の計算** ・分数の乗・除 (分数・小数の混合計算など) **小数や分数の四則計算の定着と活用**	**概形** ・およそ面積など **面積** (小 5 から遂行) ・円の面積の求め方 **体積** ・角柱円柱の体積の求め方 (中学校から移行) **速さ** ・速さの意味及び表し方，速さの求め方 **メートル法の単位の仕組み**	**図形** ・縮図や拡大図 (中学校から移行) ・対称な図形 (中学校から移行)	**比** **比例と反比例** (中学校から一部移行) **文字を用いた式** (a，x など) (中学校から一部移行) **資料の調べ方** ・資料の平均 ・度数分布 **起こり得る場合** (中学校から移行)	ア 計算の仕方や考えを説明する活動 イ 単位の関係を調べる活動 ウ 縮図や拡大図，対照な図形を見付ける活動 エ 比例の関係を用いて問題を解決する活動

	A. Numbers and Calculations	B. Quantities and Measurements	C. Geometrical figures	D. Mathematical Relations	Mathematical activities
Grade 4	**Representation of integers** The units such as hundred million (oku in Japanese) and trillion (cho in Japanese), Round numbers ・round numbers, rounding, estimate the results of four basic calculation (moved from grades 5 and 6) **Division of integers** ・division in the cases where the divisor is a 2-digit number. Acquisition and utilization of the four basic operations with integers **Calculation of decimal numbers** ・addition and subtraction of decimal numbers (the tenths and hundredths places, etc.) ・multiplication and division of decimal numbers (decimal number × integer, decimal number ÷ integer) (moved from grade 5) Calculation of fractions ・addition and subtraction of fractions with like denominators (proper fraction, [improper fraction]), etc. (moved from grade 5) Japanese Abacus ・addition and subtraction	**Area** ・Units of area (cm^2, m^2, km^2, [a, ha] and measurements ・finding areas of squares and rectangles Units of angles (degree (°))	**Geometrical figures** ・relationships of parallelism and perpendicularity of lines (moved from grade 5) ・parallelogram, rhombus, trapezoid (moved from grade 5) ・cube, rectangular parallelepiped (moved from grade 6) ・[representing the location of an object]	**relationships between two numbers/quantities as they vary simultaneously** ・represent how the numbers/quantities vary on a broken-line graph and to interpret the features of their variation Representation in algebraic expressions ・algebraic expressions that contain some of the four basic operations and, expressions with ( ), formulas ・[expressions with □, △] Properties of the four basic operations (moved from grade 5) Gathering and organizing data ・table with two viewpoints, broken-line graphs	a. Activities to estimate the result of calculations and to make proper decisions b. Activities to explore and explain ways to determine the area of geometrical figures c. Activities to actually measure the area d. Activities to investigate features of geometric figures, such as parallelograms, by tessellation. e. Activities to investigate how quantities in everyday life relate to each other
Grade 5	**Properties of integers** ・even and odd numbers, divisors and multiples (moved from the six grade), [prime numbers] Numeration system for integers and decimal numbers Calculation of decimal numbers ・multiplication and division of decimal numbers (the tenths and [hundredths] places, etc.) **Calculation of fractions** ・addition and subtraction of fractions with different denominators (proper fraction, [improper fraction]), (moved from grade 6) ・multiplication and division of fractions (fraction×integer, fraction÷integer)	**Area** ・finding areas of triangles and parallelograms ・[finding areas of rhombi and trapezoids] **Volume** (moved from grade 6) ・units of volume (cm3, m3) and measurement ・finding volumes of cubes and rectangular parallelepipeds **Mean of measurements** **Per-unit-quantity** (example: population density) (moved from grade 6)	**Geometrical figures** ・[polygons and regular polygons] ・[congruence of figures (partially moved from lower secondary schools)] ・properties of geometrical figures ・ratio of circumference of a circle to its diameter (pi) ・prisms, cylinders (moved from grade 6	Simple proportional relations Observation and examination of Mathematical Relations ・studying a relation of two quantities that are represented by a simple algebraic expressions Percentage **Pie charts, Bar graphs**	a. thinking about ways of calculating and explaining them b. thinking about ways to calculate areas and explaining them c. drawing and constructing congruent figures d. explaining properties of geometrical figures inductively and deductively e. selecting a graph or a table depending on each objective and applying them
Grade 6	**Calculation of fractions** ・multiplication and division of fractions ([calculations that involve both fractions and decimal numbers], etc.) Consolidation and utilization of the four basic operations with decimal numbers and fractions	**Approximate shape** ・approximate areas, etc. **Area** (moved from grade 5) ・finding area of a circle **Volume** ・[finding volume of prisms and cylinders (moved from lower secondary school)] **Speed** ・meaning and representation, finding speed [Metric system, how it works]	**Geometrical figures** ・[reduced figures and enlarged figures (moved from lower secondary schools)] ・[symmetric figures (moved from lower secondary schools)]	**Ratio** proportional relationships and [inversely proportional relationships (partially moved from lower secondary schools)] [algebraic expressions by using letters such as a, x (partially moved from lower secondary schools)] **Ways to examine data** ・the average of data ・[“ frequency distribution ”] [Possible outcomes (moved from lower secondary schools)]	a. Activities to explore and explain the meaning of calculations b. Activities to find how the units are related c. Activities to find reduced figures, enlarged figures and symmetric figures d. Activities to solve problems by using the proportional relationships.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉、讃岐勝支援

第2章 数学科の目標及び内容

第1節 目標

1 教科の目標

(1) 目標の設定について

中学校は，小学校における教育の基礎の上に，心身の発達に応じて，義務教育として行われる普通教育を施すことを目的としている。したがって，中学校数学科は，この目的に基づき，小学校算数科の基礎の上に，さらにそれを発展させることをねらいとしている。

今回の改訂においては，中学校段階を義務教育の最終段階ととらえることが一層重視されている。

中学校数学科においては，基礎的・基本的な知識及び技能を習得し，数学的に考える力をはぐくむとともに，数学のよさを知り，数学が生活に役立つことや数学と科学技術との関係などについての理解を深め，事象を数理的に考察する能力と態度を養うことが求められている。

また，数学的活動は，基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに，数学的に考える力を高めたり，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために，重要な役割を果たすものである。このような認識から，数学的活動を一層重視し，各学年の内容において数学的活動を具体的に示すこととなった。

(2) 目標について

上述のような背景を踏まえ，学習指導要領の中学校数学科の目標を次のように示した。

> 数学的活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

今回の改訂では，目標に数学的活動を通してと表現する能力が加えられた。これらは，中教審答申における算数・数学の改善の基本方針で示された「算数的活動・数学的活動を一層充実させる」こと及び数学的な思考力・表現力は，合理的，論理的に考えを進めるとともに，互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものであることを受けたものである。また，数学のよさを実感すること，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てることと改められたのは，中教審答申における算数・数学の改善の基本方針に子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要であること及び学習し身に付けたものを，日常生活や他教科等の学習，より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視することとあるのを受けたものである。

この目標は，中学校数学科で身に付けていく知識及び技能，能力や態度を示すもので，いくつかの重要な項目に分けられるが，相互に関連をもちながら全体として達成されるべきことに配慮する必要がある。ここでは，大きく五つに分けて説明する。

Chapter 2. Objectives and Content of Mathematics

Section 1: Objectives

1. Objectives of Mathematics

(1) About establishing objectives

The objective of lower secondary schools is to provide education as a part of the compulsory education based on the foundation established by elementary school education. Therefore, the objective of lower secondary school mathematics is to further develop students based on the foundation established by elementary school mathematics.

In this revision, added emphasis is placed on considering lower secondary schools as the final stage of the compulsory education process.

It is expected that lower secondary school mathematics will help students master fundamental and basic knowledge and skills, and foster their ability to think mathematically, while knowing the values of mathematics, deepening their understanding of relationships between mathematics, science, and technology, and nurturing their ability and inclination to examine phenomena mathematically.

Moreover, mathematical activities play important roles in helping students master fundamental and basic knowledge and skills, improve their ability to think mathematically, and experience the purpose and joy of learning mathematics. Therefore, mathematical activities will be further emphasized and specific examples of mathematical activities are discussed in the content of each grade level.

(2) About objectives

Considering the background discussed above, the following are the goals of mathematics in the Lower Secondary School Mathematics Course of Study.

> Through mathematical activities, to help students deepen their understanding of fundamental concepts, principles and rules regarding numbers, quantities, geometrical figures and so forth, to help students acquire the way of mathematical representation and processing, to develop their ability to think and represent phenomena mathematically, to help students enjoy their mathematical activities and appreciate the value of mathematics, and to foster their attitude toward to making use of the acquired mathematical understanding and ability for their thinking and judging.

In this revision, the phrases “through mathematical activities” and “the ability to represent” are added. This reflects the basic policies for the revision of mathematics courses of study by the Central Education Council, “to further enrich mathematical activities” and “the abilities to think and represent mathematically play important roles in advancing efficient and logical thinking as well as intellectual communication”. Moreover, the phrases “appreciate the values of mathematics” and “to foster their attitude toward to making use of the acquired mathematical understanding and ability for their thinking and judging” respond to the basic policies of revision of mathematics courses of study by the Central Education Council, “it is important that we motivate students to learn mathematics, and students should experience the meaning of learning and utility of what was learned”, and “To help students apply what has been learned to activities in daily life, to the study of other subjects, and to learning more advanced mathematics”.

This objective indicates the knowledge, skills, abilities, and attitudes that must be learned in lower secondary school mathematics, and it is necessary to consider that they must be achieved as a whole composed of several interwoven ideas. In this section, we explain five distinct ideas.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

①「数学的活動を通して」について

数学的活動とは，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みを意味している。

ここで「目的意識をもって主体的に取り組む」とは，新たな性質や考え方を見いだそうとしたり，具体的な課題を解決しようとしたりすることである。

数学的活動を通して，数量や図形などについて実感を伴って理解したり，思考力，判断力，表現力等を高めたりできるようにするとともに，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにするためには，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む活動となるように指導する必要がある。

また，このような数学的活動を通した指導は，各領域において行われる必要がある。なお，このような数学的活動には，試行錯誤をしたり，資料を収集整理したり，観察したり，操作したり，実験したりすることなどの活動も含まれ得るが，教師の説明を一方的に聞くだけの学習や，単なる計算練習を行うだけの学習などは含まれない。

数学的活動のうち，特に中学校数学科において重視しているのは，既習の数学を基にして数や図形の性質などを見いだし発展させる活動，日常生活や社会で数学を利用する活動，数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動である。

これら三つの活動は各学年の内容として示したものであり，本書第 2 章第 2，3 節で詳しく述べる。

今回の改訂では，目標に「数学的活動を通して」を加え，平成 10 年告示の学習指導要領において目標に入れられた「数学的活動の楽しさを知る」ことを「数学的活動の楽しさを実感する」こととした。

数学的活動を通した指導によって，数学を活用して考えたり判断したりすることが一層できるようにするとともに，その楽しさを実感することで数学を学ぶことへの意欲を一層高めることが必要である。

②「数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得しについて

中学校数学科においては，身に付けるべき基礎的・基本的な内容の習得を重視するとともに，その背景にある原理・法則についての理解を深めながら，原理・法則の理解に裏付けられた確かな知識及び技能を習得するようにする必要がある。

例えば，文字を用いた式の計算，方程式を解くことなどの技能を学ぶ際には，その手続きの基に原理・原則があること，原理・原則をうまく使って数学的な処理の仕方が考え出されることを理解することが大切である。

さらに，原理・法則に裏付けられた確かな知識及び技能が，日常生活や社会における事象を数学的に表現し，数学的に処理して問題を解決することに役立てられるようにする。

なお，問題を解決する過程においては，数学的な概念や原理・法則及び数学的な表現や処理の仕方を活用できるようにすることが大切である。それらの理解を深めたり仕方を習得したりする際には，経験を通して学ぶことを重視し，数学的活動を通して学習できるように配慮する。

① About "through mathematical activities"

Mathematical activities are various activities related to mathematics where students engage willingly and purposefully.

"Students engage willingly and purposefully" means students try to find new properties or new ways of thinking or try to solve a concrete problem.

In order to help students experientially understand quantities and geometrical figures, raise their ability to think, make decisions and express ideas, and let them feel the joy and meaning in learning mathematics through mathematical activities, it is necessary to teach in such a way that students will engage in an activity willingly and purposefully.

Moreover, such teaching through mathematical activities needs to be used in each content domain.

Mathematical activities may also include engaging in trials and errors, collecting and organizing data, observing, manipulating and experimenting; however, simply listening to teachers' explanations or engaging in simple computational exercises will not be viewed as mathematical activities.

In the lower secondary school mathematics, the following three types of mathematical activities are particularly emphasized: activities to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics students have learned previously; activities to use mathematics in everyday life and in the society; and activities to explain and communicate logically and with a clear rationale by using mathematical expressions. These three types are discussed explicitly in the content of each grade level and explained in more detail in Sections 2 and 3 of Chapter 2.

In this revision, the phrase "through mathematical activities" is added, and instead of the phrase in the Course of Study 2000, "to know the joy of mathematical activities", the phrase, "to experience the joy of mathematical activities" is used.

It is necessary that students will not only become able to think and make decisions using mathematics from teaching through mathematical activities, but will also experience the joy of learning mathematics and become further motivated to study mathematics.

② As for the objectives, "to help students deepen their understanding of fundamental concepts, principles and rules regarding numbers, quantities, geometrical figures and so forth, to help students acquire the way of mathematical representation and processing"

It is necessary that the lower secondary school mathematics emphasize the mastery of the fundamental and basic content while deepening students' understanding of underlying principles and rules and developing the knowledge and skills that are based on such understanding.

For example, while learning algebraic expressions with letters and solving equations, it is important that students understand not only that the procedures are based on principles and rules, but also that by using principles and rules, mathematical procedures may be developed.

Furthermore, students should be able to utilize the knowledge and skills built on principles and rules in solving problems in their everyday life and in the society by representing and then processing phenomena mathematically.

Moreover, it is important to help students become able to use mathematical concepts, principles and rules as well as mathematical representations and procedures while solving problems. Considerations must be given to teach through mathematical activities so that students can, through experiences, deepen their understanding and master procedures.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

③「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」について

算数・数学教育では，小・中・高等学校を通じて，事象を数理的に考察し表現する能力を高めることを大切にしている。小学校算数科では，日常の事象に関連して数量や図形についての学習が行われるが，中学校数学科では，日常的なものに止まらず，様々な事象を数理的にとらえ，考察し，表現したり処理したりする能力を高めることをねらいとした指導が行われる。

事象を数理的に考察すること

事象を数理的に考察することは，主に二つの場面で行われる。一つは，日常生活や社会における事象を数学的に定式化し，数学の手法によって処理し，その結果を現実に照らして解釈する場合である。またもう一つは，数学の世界における事象を簡潔な処理しやすい形に表現し適切な方法を選んで能率的に処理したり，その結果を発展的に考えたりすることである。

日常生活や社会において事象を数理的に考察する例として，実験や実測を通して得た具体的な資料を基にして予測することがある。例えば，水を熱し始めてからある温度になるまでの時間を知りたいとき，時間と水温の関係を調べてその結果をグラフに表し，おおむね直線上に並んでいることから一次関数とみなして予測することができる。

数学の世界において事象を数理的に考察する例として，数の性質を発展させることがある。例えば，2 桁の自然数について，一の位の数と十の位の数を入れかえてできた数ともとの数の和は 11 の倍数になることを見いだしたあと,「和」を「差」にかえて二つの数の差について調べ，9 の倍数になることを推測し，それを説明し新しい性質を導くことができる。

それぞれの場面の特性をとらえ，事象を数理的に考察する能力を高めるようにすることが必要である。

表現すること表現することは，事象を数理的に考察する過程で，推測したり見いだしたりした数や図形の性質などを的確に表したり，その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道立てて説明したり，既習の数学を活用する手順を順序よく的確に説明したりする場面で必要になる。

表現することにより，一層合理的，論理的に考えを進めることができるようになったり，より簡潔で，的確な表現に質的に高めることになったり，新たな事柄に気付いたりすることも可能になる。

また，考えたり判断したりしたことを振り返って確かめることも容易になる。また，こうした経験を通して，表現のもつはたらきについて実感を伴って理解できるようにすることも大切である。

また，表現することにより互いに自分の思いや考えを伝え合うことが可能となり，それらを共有したり質的に高めたりすることができる。表現することは知的なコミュニケーションを支え，また，知的なコミュニケーションを通して表現の質が高められ，相互にかかわりあいながら学習を充実させることにつながることに留意する必要がある。

③ About "to develop their ability to think and represent phenomena mathematically"

In mathematics education, improving students' ability to think and represent phenomena mathematically is emphasized throughout Elementary, Lower Secondary, and Upper Secondary Schools. In Elementary School mathematics, ideas about numbers, quantities, and geometrical figures are studied in relation to phenomena in students' everyday life. In lower secondary schools, teaching will aim at furthering students' ability to think about and represent mathematically various phenomena, not limited to those that are found in daily life.

To think about phenomena mathematically

We think about phenomena mathematically primarily in two situations. The first situation is where we model phenomena from daily life or society mathematically, process them by using mathematical procedures, then interpret the results in the actual contexts. The other situation is where phenomena in the mathematical world are processed efficiently by selecting representations that are concise and easy to process, and expand on the results.

An example of thinking about phenomena from daily life or in the society is when we make predictions based on data obtained from experiments and actual measurements. For example, if you want to know how long it will take to heat water to a specific temperature, you can graph the relationship between the time and temperature. By noticing that the data points form a roughly linear pattern, you can use a linear function to predict the amount of time.

As an example of situations involving the mathematical world, we can consider the following, which involves properties of numbers. Take any 2-digit natural number. Students may discover that if they add the number to the 2-digit number obtained by reversing the numerals, their sum is always a multiple of 11. Then, they can investigate what happens to the difference of those two numbers. They will conjecture that the difference is always a multiple of 9, and as they try to explain why, they may discover new properties.

It is necessary to help students improve their ability to think about phenomena mathematically by grasping the characteristics of each situation. In the process of thinking about phenomena mathematically, representations become necessary for the following purposes: to concisely express properties of numbers and geometrical figures that are conjectured or discovered; to explain the validity of the conjectures logically with clear rationales; and to orderly and effectively explain the process of using previously learned mathematics.

By representing, it often becomes possible to more effectively and logically advance an argument, to develop more advanced representations that are more concise, and to notice new aspects.

Moreover, representations make it easier to reflect and check the results of one's thinking processes and decisions. Through these types of experiences, it is important to help students understand the roles of representation.

Furthermore, through representations, it becomes possible for ideas and thoughts to be communicated, shared, and even further refined qualitatively. It is necessary to keep in mind that representations support communication, and intellectual communication will lead to an increased quality of representations and enriched opportunities to learn collaboratively.

④ 「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」について

「数学的活動の楽しさ」については「数学のよさ」とともに実感することとしている。これは，これまで以上に情意的な側面を大切にし，数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに，数学的活動に主体的に取り組むことができるようにし，数学を学ぶ過程を大切にするとの趣旨によるものである。すなわち，単にでき上がった数学を知るだけでなく，事象を観察して法則を見つけたり，具体的な操作や実験を試みて数学的内容を帰納したりするなどして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動を通して数学を学ぶことを重視するためである。さらに，活動を通して数学を学ぶことを体験する機会を設け，その過程で様々な工夫，驚き，感動を味わい，数学を学ぶことの面白さ，考えることの楽しさを味わえるようにすることが大切である。その過程においては，数学的な知識及び技能，数学的な見方や考え方も用いられ，質的に高まることも期待している。

数学的活動の楽しさ

数学的活動として，各学年の内容に三つの活動を示した。これらの活動は，基本的に問題解決の形で行われ，その過程では，試行錯誤をしたり，資料を収集整理したり，操作したり，実験したり，観察したりすることなどの数学的活動が必要に応じ適切に選択されて行われる。

物を動かして考えたり，考えたことを実験して確かめたりすることは，知的充足を高めることにつながる。すなわち，具体物を操作する活動と，考えたり説明したりする活動を結び付け，相互に活性化することが大切である。

また，論理的，抽象的な思考が次第にできるようになる中学生の発達の段階では，具体物を操作する活動だけでなく，考えたり説明したりする活動を目的に応じて活発に行えるようにすることが重要である。

こうした点を踏まえ，数学的活動の楽しさについては，単に楽しく活動をするという側面だけではなく，それによって生徒にどのような知的成長がもたらされるかという質的側面にも目を向ける必要がある。

数学のよさ

「数学のよさ」を実感できるようにすることは，数学の学習に意欲的に取り組むことができるようにすることに本来のねらいがある。ここで,「数学のよさ」とは，例えば「数量の関係を方程式で表すことができれば，形式的に変形して解を求めることができる」といった数学的な表現や処理のよさや，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ，数学的な見方や考え方のよさなどを意味する。

また，数学が生活に役立つことや数学が科学技術を支え相互にかかわって発展してきていることなどにかかわる知識も含まれる。

数学のよさを実感できるようにするためには，数学を学ぶ過程で，数学的な知識及び技能，数学的な見方や考え方などを用いることによって能率的に処理できるようになったり，簡潔かつ明瞭に表現できるようになったり，事柄を的確にとらえることができるようになったりしたことを，その過程を振り返るなどして明確に意識できるようにすることが大切である。

④ About "to help students enjoy their mathematical activities and appreciate the value of mathematics"

Both the joy of mathematics and the value of mathematics are to be experienced. That is for the purpose of emphasizing the process of learning mathematics by further emphasizing the affective side of learning and increasing students' motivation to study mathematics while making it possible for students to actively engage in mathematical activities, That is, students should not just learn completed mathematics. Rather, an added emphasis is placed on the importance of learning mathematics by discovering properties by observing phenomena and through activities involving identifying and extending properties of numbers and geometrical figures by thinking inductively on data obtained from actual manipulation and experiments. Moreover, it is important that opportunities be provided so that students can experience mathematics learning through activities and taste the joy of thinking and learning through surprises and excitement in the process. It is hoped that the process will include mathematical knowledge and skills and mathematical ways of observing and thinking so that their quality will also be raised.

The joy of mathematical activities

As mathematical activities, three types of activities are indicated in the content of each grade. These activities are generally set up as problem solving activities. In the process, appropriate mathematical activities are conducted to engage in trials and errors, to collect and organize data, to manipulate, to experiment, and to observe.

Thinking as we move objects or confirming our ideas through experiments leads to an increased intellectual satisfaction. Therefore, it is important that activities involving manipulation of concrete objects and activities focused on thinking and explaining should be connected so that they can reinforce each other.

Moreover, since lower secondary school students are developmentally ready to start thinking more logically and abstractly, not only activities involving manipulation of concrete objects but also activities focused on thinking and explaining should be incorporated so that students can engage in such activities actively and purposefully.

For these reasons, as for the joy of mathematical activities, it is necessary to pay attention to the qualitative side of mathematical activities, which deals with what intellectual growth may result from those activities, not just to enjoying the activities.

Value of mathematics

The real purpose of experiencing the "value of mathematics" is to help students study mathematics with motivation. The "value of mathematics" here includes the value of mathematical representations and procedures — for example, "if you represent the quantitative relationship in equations, we can find the answer by processing it procedurally" — the value of fundamental concepts, principles and rules about numbers and geometrical figures, and the value of mathematical ways of observing and thinking.

The value of mathematics also includes understanding that mathematics has practical use and supports and develops science and technology.

In order to experience the value of mathematics, it is important that students recognize as they reflect on the process of studying mathematics that mathematical knowledge and skills, as well as mathematical ways of observing and thinking, will make it possible to process efficiently, represent concisely and clearly, and grasp phenomena appropriately.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

⑤ 「それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」について

ここでそれらは，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則，数学的な表現や処理の仕方，事象を数理的に考察し表現する能力を指す。ここではこれらをまとめて「数学」とする。

数学を適切に活用するためには，方程式を立てたり説明や証明の構想を練ったりするなど数学をどのように活用するのか，その方法を身に付ける必要がある。また，なぜ数学を活用するのか，その必要性や有用性について理解することも必要である。

必要性や有用性を理解することは，数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度と深く結び付いている。

学んだ数学を活用したいと感じるためには，その必要性や有用性を実感を伴って理解していることが重要である。

したがって，体験を通して主体的に学習に取り組めるようにすることを重視し，数学を活用して考えたり判断したりすることに主体的に取り組む意欲を高めることに配慮する。

2 学年の目標

(1) 学年の目標の設定についての考え方

中学校数学科の目標は，数学の指導全体を通して達成させようとするものであるから，極めて一般的かつ包括的に述べている。この目標を実際の指導で達成させるためにはさらに具体的な目標が必要となる。これを数学の内容の系統性と生徒の発達の段階に応じて，学年ごとに明らかにしたものが各学年の目標である。この各学年の目標は，それぞれの学年で指導すべき主な内容について，その学年としての指導の重点的なねらいを示したものである。

したがって,「数学科の目標」を具体化したものが「学年の目標」であり，学年の目標を達成するために「内容」があるといえる。

学年の目標は，ややもするとそれぞれの学年だけでとらえられがちであるが，中学校の 3 年間で漸次達成していく目標としてその系統性にも注意を払い，後述する「内容構成の考え方」との関連を踏まえておく必要がある。

なお，各学年の目標においてことさら明記していないが,「数学科の目標」にある「数学的活動の楽しさ」や「数学のよさ」を実感することや,「それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」ことは，いずれの学年においても大切にする必要がある。

各学年で指導する内容は，A 数と式，B 図形，C 関数，D 資料の活用,〔数学的活動〕として示している。

それぞれの指導のねらいは，相互に関連しており，例えば,「A数と式」の領域の正の数と負の数の学習は，数の概念を豊かにし，減法を加法の式でまとめることができるなど，式の機能を高めるものであるが，この学習は，同時に「C関数」の領域の学習に役立つ。

また，論理的な考え方などの思考力は「B図形」の領域の学習でのみ育てるというのではなく,「A数と式」の領域の文字を用いた式の学習でも育てるようにする必要がある。

以上のような趣旨から「内容」の指導に当たっては，常に「数学科の目標」と「学年の目標」との関連，そして領域相互の関連を合わせて考えていくことが必要である。

⑤ About "to foster their attitude toward to making use of the acquired mathematical understanding and ability for their thinking and judging"

Here, "acquired mathematical understanding" means fundamental concepts, principles, and rules about numbers, quantities, and geometrical figures; mathematical representations and procedures; and the ability to observe and represent phenomena mathematically. All of these as a whole are considered "mathematics".

In order to use mathematics appropriately, it is necessary that students master mathematical processes such as how to write equations, how to explain and prove, and so forth.

It is also necessary to help students understand the need and usefulness of mathematics as well as the reason for using mathematics.

An understanding of the need and usefulness of mathematics relates deeply to the attitude to think and make decisions by using mathematics.

In order for students to feel the desire to use mathematics they learned, it is important that students understand experientially the need and usefulness of mathematics.

Therefore, it is important to make it possible for students to study mathematics actively through experiences, and consideration must be given to helping students become motivated to think and make decisions using mathematics.

2 Objectives for each grade

(1) Ideas behind setting the grade level objectives

The Objectives of Lower Secondary School Mathematics discuss the goals of mathematics instruction in lower secondary school as a whole; therefore, they are general and inclusive. In order to achieve those objectives in actual instruction, more specific objectives will be necessary. Grade level objectives are developed by considering both the coherence of mathematics as a discipline and the developmental level of students. These grade level objectives address the main contents of each grade level as well as the main points of emphasis in instruction.

Therefore, it can be said that the grade level objectives are the instantiation of the objectives of mathematics, and the contents are there to achieve the grade level objectives.

Although grade level objectives are often considered only in the specific grades, it is necessary to pay attention to the coherence of the objectives as something that will be gradually developed across three years of lower secondary school. Considerations must be given to the relationship to "Approaches to Content Organization" discussed later.

Although they are not explicitly stated in the grade level objectives, it is necessary to treat the following ideas in the "Objectives of mathematics" carefully in each grade level: to experience "the joy of mathematical activities" and "the value of mathematics" and "to foster their attitude toward to making use of the acquired mathematical understanding and ability for their thinking and judging".

The content to be taught in each grade level is organized in the following domains: A. Numbers and Algebraic Expressions, B. Geometrical Figures, C. Functions, D. Making Use of Data, and "Mathematical Activities".

The aims of instruction in these domains are closely interrelated. For example, the study of positive and negative numbers in the domain "A. Numbers and Algebraic Expressions" aims to enrich students' concept of numbers and to increase the effectiveness of algebraic expressions by developing the ability to summarize subtraction using addition in algebraic expressions. However, at the same time, this study is useful in the domain "C. Functions".

Also, it is necessary to develop the ability to think logically not only in the domain "B. Geometrical Figures" but also in the domain "A. Numbers and Algebraic Expressions". Therefore, considering these ideas, it is necessary to always think about the relationships between the "Objectives of mathematics" and the grade level objectives, and also the relationships among the content domains.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

なお，各学年の目標は,「A数と式」,「B図形」,「C関数」,「D資料の活用」の各領域に対応させ，それぞれ (1), (2)，(3)，(4) として示している。

〔数学的活動〕については学年目標を明示していないが，活動に取り組む機会を設けること自体が,「A数と式」,「B図形」,「C関数」,「D資料の活用」の各領域の目標を達成することと深くかかわっている。本章第 2 節などにおいて，三つの数学的活動について述べたことに留意して，各領域の学年目標を達成していくことが大切である。

(2) 各学年の目標

[第 1 学年]

(1) 数を正の数と負の数まで拡張し，数の概念についての理解を深める。また，文字を用いることや方程式の必要性と意味を理解するとともに，数量の関係や法則などを一般的にかつ簡潔に表現して処理したり，一元一次方程式を用いたりする能力を培う。

小学校算数科においては，整数，小数及び分数についての四則の意味を理解できるようにするとともに，計算する能力を伸ばしている。

また，整数，小数及び分数について，数としての理解を深めている。

中学校数学科において第 1 学年では，数の範囲を正の数と負の数にまで拡張していく考え方を理解し，数の概念についての理解を深め，さらに，数の集合と四則計算の可能性が拡大されることに気付くようにする。また，正の数と負の数を用いることによって，数量を統一的に表現し，物事を今までよりも広く考察することができるようにする。

また，小学校算数科においては，言葉や，□，△ などを用いた式や，a や x などの文字を用いた式について学習し，数量の関係や法則などを一般的かつ簡潔に表したり読み取ったりする能力を次第に伸ばしてきている。

小学校算数科におけるこうした学習をさらに発展させ，中学校数学科において第 1 学年では，いろいろな数量の関係や法則などを，文字を用いて一般的かつ簡潔に表現したり，式の意味を読み取ったりできるようにする。また，小学校算数科においても文字を用いることは指導しているが，中学校数学科における文字の指導に際しては，生徒の小学校における学習の定着の状況に十分配慮するとともに，目的に応じて式の計算や変形ができ，形式的に処理できるようにしていく。

また，数量の関係を等式や不等式で表現することができるようにする。また，等式で表現できる数量の関係のうち，ある条件の下で成り立つものが方程式であることや，その中の文字や解の意味を理解できるようにするとともに，方程式は形式的な式変形で解を求めることができることから，問題の能率的な解決に有効であることを理解できるようにする。

The grade level objectives are stated as (1), (2), (3) and (4) corresponding to the four content domains, A. Numbers and Algebraic Expressions, B. Geometrical Figures, C. Functions, and D. Making Use of Data, respectively.

Although there is no grade level objective for "mathematical activities", providing opportunities for students to engage in activities itself is deeply connected to reaching the goals of each domain, A. Numbers and Algebraic Expressions, B. Geometrical Figures, C. Functions, and D. Making Use of Data. It is important to achieve the objectives for each content domain in each grade level by carefully considering the three specific types of mathematical activities discussed in Section 2 of this chapter.

(2) Objectives of Each Grade

[Grade 1 of lower secondary school]

(1) To expand the range of numbers to positive and negative numbers, and to deepen students' understanding of the concept of numbers. To understand the necessity and meaning of the use of letters and of equations, to cultivate students' ability to represent and process the relationships and rules of numbers and quantities in a general and simple manner, and to make use of linear equations with one unknown.

In Elementary School mathematics, the meaning of the four arithmetic operations with whole numbers, decimal numbers, and fractions is taught, and computational fluency is developed.

Moreover, understanding of whole numbers, decimal numbers and fractions as numbers is deepened.

In lower secondary school mathematics, teach students to understand the thinking involved in expanding the range of numbers to include positive and negative numbers and further deepen their understanding of number concepts. Moreover, help students realize that both the set of numbers and the possibilities of arithmetic operations are expanded. Help students become able to consider situations more broadly by uniformly representing numbers and quantities using positive and negative numbers.

Furthermore, in Elementary School Mathematics, students' ability to represent and interpret relationships and rules among numbers and quantities generally and simply — by using algebraic expressions using words, symbols such as □ and △, and letters such as a and x — is gradually developed.

Building upon and further extending the study of Elementary School mathematics, in Grade 1 of lower secondary school help students to become able to represent relationships and rules of numbers and quantities generally and simply by using letters in algebraic expressions and to interpret such algebraic expressions. Although students have learned algebraic expressions with letters in elementary school, in teaching this idea in lower secondary school pay careful attention to students' level of mastery of elementary school mathematics, and help them develop the procedural fluency to transform algebraic expressions purposefully.

Also, teach students to represent relationships among numbers and quantities using the equal sign and inequality symbols. Help them understand that of those relationships of numbers and quantities that can be represented using the equal sign, those that can be satisfied under certain conditions are equations. Students are to understand the meaning of variables and solutions in equations. Students are also to understand that equations are useful for solving problems efficiently because equations can be solved procedurally by transforming them.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(2) 平面図形や空間図形についての観察，操作や実験などの活動を通して，図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培う。

小学校算数科においては，ものの形についての観察や構成などの活動を通して，図形についての感覚を豊かにし，基本的な平面図形や立体図形について理解できるようにしている。

中学校数学科において第 1 学年では，小学校算数科に引き続いて，図形に関する観察，操作や実験などの活動に基づく直観的な取扱いを中心に，平面や空間における図形の基本的な性質や構成について理解を深める。

さらに，それらを通して第 2 学年以降における論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心と意欲を高めるようにする。すなわち，平面図形の基本的な作図や図形の移動，空間図形の展開などの幾何学的な操作を通して，図形の性質の根底にある本質的なものを見抜く直観力を養い，その性質を論理的に考察し表現する能力を培う。

なお，従前の「観察，操作や実験を通して」を「観察，操作や実験などの活動を通して」と改めたのは，観察，操作，実験などがここで重視する活動の例示であることをより明確に表すため，表現を見直したものであり，その趣旨は従前と変わらない。

(3) 具体的な事象を調べることを通して，比例，反比例についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

小学校算数科においては，伴って変わる二つの数量の関係を考察し，特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにしている。比例については，表，式，グラフを用いて特徴を調べたり，問題解決に利用したりしている。なお，反比例については，比例についての理解を一層深めることをねらいとして，その関係について知ることとしている。中学校数学科において第 1 学年では，小学校算数科における伴って変わる二つの数量の関係についての見方や考え方を深め，比例，反比例についての理解を深めることができるようにする。すなわち，具体的な事象の中にある二つの数量を見いだし，それらの間の変化や対応について調べ，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培い，比例，反比例を関数としてとらえ直すことができるようにする。その際，生徒が問題解決に主体的に取り組み，比例，反比例の関係を表，式，グラフなどによってとらえることができるようにすることを重視する。関数関係を見いだし表現し考察する能力は，この領域に止まるものではない。図形についての考察の場面などにおいても，関数的な見方や考え方が活用されはぐくまれるように配慮する。

(4) 目的に応じて資料を収集して整理し，その資料の傾向を読み取る能力を培う。

小学校算数科においては，目的に応じて資料を集めて分類整理し，いろいろな表やグラフを用いたり，資料の平均や散らばりを調べたりするなどして，統計的に考察したり表現したりする基礎的な能力を培っている。

中学校数学科において第 1 学年では，ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解し，それらを用いて資料の傾向をとらえ説明することで，その傾向を読み取ることができるようにする。その際，統計的な手法を用いるのは，不確定な事象について，資料の傾向を読み取るためであることを重視し，ヒストグラムを作ったり代表値を求めたりすることだけが学習の目標にならないようにする。

(2) Through activities like observation, manipulation and experimentation with plane and space figures, to deepen students' intuitive ways of viewing and thinking about geometrical figures and to cultivate their ability to think and represent logically.

In Elementary School mathematics, through activities such as observing and constructing various shapes, students' sense of geometrical figures is enriched and their understanding of basic plane and space figures is developed.

Continuing on their study in elementary schools, in Grade 1 of lower secondary school students' understanding of basic properties and compositions of plane and space figures is deepened through empirical activities like observation, manipulation, and experimentation with geometrical figures.

Through this study, increase students' interest and motivation toward what they will study in Grade 2 of lower secondary school and beyond, such as ways to develop and express logical arguments. That is, nurture students' ability to identify the essence behind the basic properties of geometrical figures through activities like basic construction and transformation of plane figures and manipulations of space figures such as representing them with nets. Also, cultivate the ability to observe and express those properties logically.

The phrase in the previous revision, "through observation, manipulation, and experimentation", has been changed to "through activities like observation, manipulation, and experimentation". This is done to more clearly indicate that observing, manipulating, and experimenting are examples of the activities being emphasized. The intention remains the same.

(3) Through examining concrete phenomena, to deepen students' understanding of direct proportion and inverse proportion, and to cultivate their ability to find out, represent and think functional relationships.

In the Elementary School Mathematics, students are taught to examine two quantities that vary together and to identify their characteristics and patterns. Students use tables, algebraic expressions, and graphs to examine proportional relationships and apply them in problem solving.

In Grade 1 of lower secondary school mathematics, students will deepen the ways developed in elementary school to observe and think about two co-varying quantities and their understanding of direct and indirect proportion. That is, cultivate their ability to identify functional relationships between two quantities in a situation and to examine their correspondences and variations. Students will be taught to view direct and indirect proportion as functions.

It is important that students can actively engage in problem solving and recognize direct and indirect proportional relationships from tables, algebraic expressions and graphs.

The ability to identify and represent functional relationships isn't limited to this domain. Considerations must be given so that students' abilities to use functions will be nurtured so that they can use such ways of observing and thinking even in situations involving geometric figures.

(4) To cultivate students' ability to collect and organize data according to their purpose, then read trends in the data.

In Elementary School mathematics, the basic ability to examine and represent statistically is cultivated through collecting and organizing data purposefully, using various tables and graphs, and examining averages and distributions.

In Grade 1 of lower secondary school mathematics, help students to understand the meaning and necessity of representative values and histograms and to be able to interpret the trend in data by identifying and explaining it by using those ideas.

［第 2 学年］

(1) 文字を用いた式について，目的に応じて計算したり変形したりする能力を養うとともに，連立二元一次方程式について理解し用いる能力を培う。

第 1 学年では，数の範囲を正の数と負の数にまで拡げ，四則計算の意味の拡張と関連して，計算法則を理解している。

また，文字を用いて，数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりできるようにしている。

第 2 学年では，文字を用いた式の計算も，数の計算と同じように基本的な法則に従って加減乗除ができることを理解し，式の基本的な操作ができるようにする。

また，式を目的に応じ見通しをもって的確に用いることができるようにし，数量の関係を一般的，能率的に考察し，処理することができるようにする。さらに，連立二元一次方程式について理解し，具体的な場面でそれを用いる能力を培う。

(2) 基本的な平面図形の性質について，観察，操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに，図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し，論理的に考察し表現する能力を養う。

第 1 学年では，直観的な取扱いや操作的な活動を通して，図形や空間についての理解を深めるとともに，論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心や意欲を高めるようにしてきている。

第 2 学年ではこのようなことを踏まえ，三角形や四角形の性質などを観察，操作や実験などの活動を通して見いだし，それを論理的に確かめることができるようにする。

特に，いくつかの事例で成り立っていることが，一般的に成り立つことを明らかにするのに，証明という概念が必要であることを理解できるようにする。

また，予想した図形の性質や，図形の中に見いだせる関係の正しさや一般性を保証するため，推論の根拠とする事柄や推論に用いる用語の定義を明確にし，仮定と結論の意味を明らかにして，論理的に筋道を立てて正しい推論ができるようにする。このような数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解できるようにするとともに，思考の過程を振り返って考えるなどして，徐々に論理的に考察し表現することができるようにする。

(3) 具体的な事象を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

第 1 学年における比例，反比例の学習を通して育てた関数的な見方や考え方を，第 2 学年では一層深めることになる。すなわち，第 1 学年では比例，反比例について，表，式，グラフなどを用い変化や対応などを調べることを通して，伴って変わる二つの数量の間に成り立つ一意対応の関係として関数関係を見いだし表現し考察する能力を培っている。

第 2 学年では，これらを基に，具体的な事象を調べることを通して，一次関数について理解できるようにする。さらに，二元一次方程式を二つの変数の間の関数関係としてとらえたり，関係を見いだし表現したりして，方程式で表されたいろいろな事象を考察することができるようにする。

[Grade 2 of lower secondary school]

(1) To foster students' ability to calculate and transform algebraic expressions using letters according to their purpose, and to cultivate their ability to understand and use simultaneous linear equations with two unknowns

In Grade 1 of lower secondary school, the range of numbers has been expanded to include positive and negative numbers, and understanding of properties of calculation is developed with respect to the expansion of the meaning of four arithmetic operations.

In addition, students are taught to represent relationships and rules among quantities using algebraic expressions and to interpret algebraic expressions.

In Grade 2 of lower secondary school, teach students to understand that the four arithmetic operations may be used to calculate with algebraic expressions just as with numbers, and to master the basic manipulation of algebraic expressions.

Moreover, teach students to use algebraic expressions purposefully and appropriately and to examine and process quantitative relationships generally and efficiently by using algebraic expressions. In addition, help students understand simultaneous linear equations with two variables and cultivate their ability use simultaneous linear equations in concrete situations.

(2) Through activities like observation, manipulation and experimentation, to deepen students' understanding of the properties of basic plane figures, and to understand the necessity, meaning and methods of mathematical reasoning in considerations of the properties of geometrical figures, and to foster their ability to think and represent logically.

In Grade 1 of lower secondary school mathematics, students' understanding of geometrical figures and space is deepened through empirical activities and manipulation. Their interest in and motivation to examine and reason about geometrical shapes and to represent their thinking are increased.

Based on these experiences, in Grade 2 of lower secondary school, teach students to identify properties of triangles and quadrilaterals through observation, manipulation and experimentation, then to verify those properties logically.

In particular, teach the necessity of proof in order to verify that properties observed in several examples may be true in general.

Moreover, teach students to make correct arguments logically and coherently by clarifying the relationship between the hypothesis and the conclusion, the definition of terms used, and by providing an explicit rationale as they try to establish the validity and generality of properties of and relationships among geometrical figures.

(3) Through exploring concrete phenomena, to understand linear functions, and to foster students' ability to find out, represent and think about functional relationships.

The ways to observe and think with functions fostered in the study of direct and indirect proportions in Grade 1 of lower secondary school will be further deepened. That is, in Grade 1, students' abilities to identify, examine and represent functional relationships among two covarying quantities is cultivated by investigating ways quantities change and correspond in direct and indirect proportional situations using tables, algebraic expressions and graphs.

Based on these experiences, in Grade 2 of lower secondary school, teach students to understand linear functions as they examine various concrete phenomena. In addition, help students to be able to consider linear equations in two variables as functional relationships between the two variables, and to examine various phenomena whose relationships are represented by equations.

(4) 不確定な事象を調べることを通して，確率について理解し用いる能力を培う。

小学校算数科においては，具体的な事柄について，起こり得る場合を順序よく整理して調べることを学習している。

第 2 学年では，これを基にして，多数の観察や多数回の実験を通して，不確定な事象をとらえる確率の考え方が重要であることを理解し，確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することができるようにする。

[第 3 学年]

(1) 数の平方根について理解し，数の概念についての理解を深める。また，目的に応じて計算したり式を変形したりする能力を伸ばすとともに，二次方程式について理解し用いる能力を培う。

第 2 学年までは，数の範囲は有理数までであり，その範囲で物事を考察し，処理してきた。第 3 学年では，さらに新しい数として無理数があることを理解できるようにする。

例えば，正方形の対角線の長さの表現を可能にするために新しい数が必要になることを理解したり，数を平方することの逆演算を考え，平方根の存在に気付いたりすることにより，数の範囲を拡張していく考え方の理解を一層深める。

このようにして新しく考えた無理数を用いて，いままで正確に表現できなかったものを，正確に表せることを理解できるようにする。また，数を用いて考察したり処理したりできる対象を一層広げられるようにする。

また，第 2 学年までに，式に関する基本的な計算や変形について学習しているが，さらに第 3 学年では，式についてより進んだ考え方や扱い方を理解できるようにする。

すなわち，公式を用いての展開及び因数分解の方法について理解し，いろいろな式を見通しをもって能率的に扱うことができるようにする。また，二次方程式について，その中の文字や解の意味を理解し，方程式についての見方を深めるとともに，二次方程式の解法を自ら工夫して見いだすなどして理解し，それを用いることができるようにする。

また，自然数の素因数分解を式の因数分解などに関連して扱い，その意味を理解できるようにする。

(4) To cultivate students' ability to understand and use probability through exploring uncertain phenomena.

In Elementary School mathematics, students learned to examine possible outcomes in concrete phenomena by organizing them systematically.

Based on those experiences, teach students to understand the importance of the idea of probability to consider uncertain phenomena through repeated observations and repeated experiments. Help students to be able to consider and explain uncertain phenomena using the idea of probability.

[Grade 3 of lower secondary school]

(1) To understand the square roots of positive numbers and deepen students' understanding of the concept of numbers. To develop students' ability to calculate and transform algebraic expressions according to the purpose, and to cultivate students' ability to understand and use quadratic equations.

Through Grade 2 of lower secondary school, the range of numbers is rational numbers, and phenomena are examined and processed within that range. In Grade 3 of lower secondary school, help students to understand the new types of numbers, irrational numbers.

Deepen students' understanding of ways to expand the range of numbers by understanding the necessity of a new type of numbers to express the length of the diagonal in a square and by noticing the existence of square roots as they examine the inverse operation of squaring.

Teach students to understand that, by using irrational numbers, those quantities that could not have been expressed exactly may be expressed exactly. Expand the range of phenomena that can be examined using numbers.

Through Grade 2 of lower secondary school, students have learned basic calculation and transformations of algebraic expressions. In Grade 3 of lower secondary school, help students understand more advanced ways of thinking and treating algebraic expressions.

That is, help students to deal with algebraic expressions efficiently by understanding how formulas may be used to factor and expand expressions. Moreover, help students to understand the meaning of letters and solutions of quadratic equations so that they can deepen their ways of viewing equations.

In addition, help students to understand and use ways to solve quadratic equations by devising their own methods.

(2) 図形の相似，円周角と中心角の関係や三平方の定理について，観察，操作や実験などの活動を通して理解し，それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに，図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。

図形の相似については，相似な図形の性質や計量について理解できるようにする。

また，円周角と中心角の関係，三平方の定理については，観察，操作や実験などの活動を通してその関係を見いだし理解できるようにするとともに，円や直角三角形についての理解を深める。

いずれにおいても，その考察を通して，第 2 学年に引き続き数学的な推論の必要性や意味及び方法についての理解を深め，図形に対する直観力や洞察力とともに，論理的に考察し表現する能力を伸ばす。

また，図形の性質や計量について一層深く考察することや，見いだした性質や定理を具体的な場面で活用することを重視する。

(3) 具体的な事象を調べることを通して，関数 $y = ax^2$ について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

第 2 学年までに，関数的な見方や考え方を深め，比例，反比例の関係や一次関数について，それらの特徴を理解してきている。

第 3 学年では，第 1，2 学年と同様に，具体的な事象を調べることを通して関数 $y = ax^2$ の特徴を理解し，第 2 学年で学習した一次関数との共通点や相違点を明らかにする。また，いろいろな事象の中には，これまでに学習したものとは異なる関数関係があることを理解し，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

(4) 母集団から標本を取り出し，その傾向を調べることで，母集団の傾向を読み取る能力を培う。

第 1 学年においては，ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を読み取ることを学習している。

また第 2 学年においては，確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを学習している。

第 3 学年では，標本調査の必要性や，母集団の一部分を標本として抽出する方法，標本の傾向を調べることで母集団の傾向が読み取れることを，簡単な場合について標本調査を行うことで理解できるようにする。

(2) Through activities like observation, manipulation and experimentation, to understand the similarity of geometrical figures, the relationships between inscribed angles and its central angle in a circle, and the Pythagorean Theorem, and to develop students' ability to use them in thinking about the properties of geometrical figures and measuring geometrical figures, as well as their ability to logically think about and represent geometrical figures with a prospect in mind.

Teach properties and measurements of similar figures.

As for the relationships between an inscribed angle and its central angle and the Pythagorean Theorem, help students to identify and understand those relationships through observation, manipulation and experimentation. At the same time, deepen students' understanding of circles and right triangles.

In both cases, deepen students' understanding of the necessity, meaning, and methods of reasoning fostered in Grade 2 of lower secondary school. Extend not only students' intuition and ability to observe geometrical figures but also their ability to examine them logically and to represent their thinking.

It is important to emphasize deep examinations of properties and measurements of geometrical figures and the use of properties and theorems in concrete situations.

(3) Through exploring concrete phenomena, to understand the function, and to develop students' ability to find out, represent and think about functional relationships.

Through Grade 2 of lower secondary school, students' ways to observe and think about functions have been deepened. They also learned about direct and indirect proportions and linear functions and their properties.

Just as in Grades 1 and 2 of lower secondary school, in Grade 3, help students understand the property of functions, $y = ax^2$, through the examinations of concrete phenomena. Help students identify the commonalities and differences with linear functions they studied in Grade 2.

Furthermore, help them understand that there are different functional relationships from those that have been studied so far in various phenomena. Extend students' ability to identify, represent, and examine functional relationships.

(4) To cultivate students' ability to read trends in a population by selecting samples out of the population and exploring its trends.

In Grade 1 of lower secondary school, students are taught to identify trends in data by using representative values and histograms.

In Grade 2 of lower secondary school, students are taught to consider and explain uncertain phenomena using the idea of probability.

In Grade 3 of lower secondary school, teach students the necessity of sampling. Help students understand the methods of sampling from the population and the idea that trends in a population may be inferred by examining trends in a sample, by conducting simple sampling.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

第2節　内容

1 内容構成の考え方

(1) 中学校数学科の内容について

各学年に配当された中学校数学科の内容についての詳しい説明は第3節で取り上げることにして，ここでは，まず，数学的活動との関連で数学を学習する意義を確認し，次に，前節までに述べてきた観点から，各学年を通じた中学校数学科の内容の大まかな骨組みを説明する。

数学的活動と数学を学ぶことの意義

数学の学習で大切なことは，観察，操作や実験などの活動を通して事象に深くかかわる体験を経ること，そして，これを振り返って言葉としての数学で表現し，吟味を重ね，さらに洗練させていく活動である。数学の学習は，こうした活動を通して，数学や数学的構造を認識する過程ととらえることができる。

観察，操作や実験などの活動による体験を振り返りながら数学的認識を漸次高めていくことは，自らの知識を再構成することにほかならない。

こうした経験によって得られた数学的知識そのものにも価値があるが，その際に身に付けた知識を獲得する方法，また，知識を構成する視点も重要である。これらは新たな問題解決の有効な手がかりとなり，新たな問題の発見につながるとともに，新たな知識の獲得を促す源となる。このように新たな知識の獲得やより深い数学的認識は，自らの活動による数学的な経験に応じて得られるものであることから，主体的に問題解決的な学習に取り組むことができるような数学的活動を充実させることが必要である。

中学校数学科の内容の骨格

上述したことを踏まえ，学年進行とともに内容の理解を深めていけるよう内容の再構成を図ることが中学校数学科の改訂における基本的な考え方であり，その骨格を簡略に述べると次のようになる。

① 数の概念及びその範囲の拡張

② ユークリッド空間

③ 関数

④ 不確定な事象

⑤ 文字を用いた式

⑥ 数学的な推論

⑦ 説明し伝え合うこと

Section 2: Content

1. Approaches to Content Organization

(1) About the Content of Lower Secondary School Mathematics

A detailed explanation of the content of each grade level will be done in Section 3. Here, in this section, we will re-affirm the goals of studying mathematics in relationship to mathematical activities. Then, from the perspective discussed so far, we will explain the general framework of the content of lower secondary school mathematics.

Mathematical activities and the purpose of studying mathematics

In studying mathematics, it is important for learners to deeply experience various phenomena through activities such as observing, manipulating and experimenting. It is also important for students to refine their understanding through activities such as reflecting, representing or expressing themselves in mathematical language, and through repeated close examination. The study of mathematics can be considered as a process of coming to know mathematics and mathematical structures by doing these activities.

This process is nothing more than reconstructing one's own knowledge by gradually raising one's own mathematical knowledge while reflecting on activities such as observing, manipulating and experimenting.

Although there is much value in the knowledge gained through these experiences, the methods of obtaining this new knowledge and the perspectives that constitute the creation of new knowledge are also important. They may become effective tools for problem-solving; they may lead to the discovery of new problems and they may also become the source of furthering new knowledge. Since the developing of new knowledge and the deepening of mathematical understanding are made possible through one's own mathematical experiences, it is important to help students engage actively in problem-solving through enriching mathematical activities.

Framework of Lower Secondary School Mathematics

The basic policy of revising the lower secondary school mathematics curriculum is to structure its content in such a way that students can deepen their knowledge as they progress through grades as discussed above. The following is the summary of the framework:

① Concept of numbers and expanding the range of numbers

② Euclidean Space

③ Functions

④ Uncertain phenomena

⑤ Algebraic expressions with letters

⑥ Mathematical reasoning

⑦ Explaining and communicating

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

このうち①から③は，確定した事象を数学的に把握する主として数学の世界に関する項目，④は，不確定な事象を数学的に把握する主として現実の世界に関する項目，また，⑤から⑦は，①から④の項目の学習を支える項目である。以下，これらについて説明する。

① 数の概念及びその範囲の拡張

現実の世界の事象について考えるには，小学校算数科で学んだ数の範囲だけでは不十分な場合がある。

このような場合に対応できるようにするため，中学校数学科では正の数と負の数の範囲に，さらには，無理数を含んだ範囲にまで数を拡張する。

中学校数学科における数の範囲の拡張は，公理的な構成とは異なり，観察，操作や実験などの活動を通して行われ，高等学校に引き継がれる。

中学校数学科では，小学校算数科で学んだ数について，より数学的な視点から見直すことになる。そして，自然数，整数，有理数，無理数の用語を学ぶ。

ここで，小学校算数科では整数を 0 と自然数の集合として用いてきたが，中学校数学科では同じ用語を正の数と負の数を含む数学の概念として用いることになる。

また，分数は有理数として見直され，数としてではなく有理数の分数表記としてとらえ直すことになる。

今回の改訂では，小・中学校の間の円滑な接続が強く要請されており，既習のことを振り返り，それを新たな視点から再構成することに十分に配慮した指導が行われる必要がある。

② ユークリッド空間

ユークリッド空間の幾何学は，現実の世界におけるものや形を直線や平面などで把握し，それらの諸関係を数学の世界で論理的に考察するためのモデルである。

そこでは，まず現実の世界に見られる諸関係に目を向け，それらを記述するために図形や図形の空間的位置関係に関する用語を定義し，それらを幾何学的に組み立てていくことから始める。

形に着目しその特性を用語を用いて表現し数学的に考える対象として位置付けることや，重ね合わせるなど図形の操作に着目し数学的対象としてとらえ直すことなどが必要である。

こうして数学的対象として明確に位置付けた形や操作を通して，図形に潜む新たな関係を見いだし記述し，その諸性質を導き，それらの関係を考察していく。

Of these items, ① through ③ are about ideas in the mathematical realm in which definitive phenomena are mathematically considered, while ④ discusses the ideas in the real world in which uncertain phenomena are considered. Items ⑤ through ⑦ touch on ideas that support the learning of items discussed in ① through ④. They are explained below.

① Concept of numbers and expanding the range of numbers

When dealing with phenomena in the real world, numbers learned in elementary school may not be sufficient in some situations.

In order to deal with real world situations, lower secondary school mathematics will expand the range of numbers used in the classroom to include positive and negative numbers, and eventually to include irrational numbers.

The expansion of the numerical range in the lower secondary school is carried out through observation, manipulation, and experimentation, not through an axiomatic treatment, and the process will continue in upper secondary school.

In lower secondary school mathematics, numbers that were learned in elementary school are re-examined from a more mathematical perspective. The following terminology will be learned: *natural numbers, integers, rational numbers*, and *irrational numbers*.

In elementary schools, the term, "*integers*" has been used to describe the set of natural numbers and 0. In Lower Secondary School, the same term is used to label the mathematical concept that includes positive and negative numbers.

Moreover, fractions are re-examined as rational numbers, and they will be considered as fraction representations of rational numbers.

The current revision emphasizes a smooth articulation across elementary and lower secondary schools. Therefore, it is necessary to give full consideration to instruction that re-conceptualizes previously learned ideas through reflection and reexamination from a new perspective.

② Euclidean Space

Geometry in Euclidean Space is a model in the mathematical world that logically examines the relationships among shapes observed in the real world by grasping them with the lines and planes that compose them.

It starts with defining the terms that are necessary to describe shapes and spatial relationships observed in various relationships in the real world. They are then organized to form geometric structures.

It is necessary to position shapes as objects of mathematical thought by focusing on properties and describing them with formal terms, and also to see geometrical manipulations such as superimposing them as mathematical objects.

By examining geometrical figures and manipulations that have been conceptualized as mathematical objects, students can be guided in identifying and describing new relationships among geometrical figures and to explore the properties and relationships among them.

③ 関数

数学の世界においては，図形の性質など静的な対象だけでなく，数量の変化や対応の様子など動的な対象についても考察する。

関数は，動的な対象を考察する際に用いられる抽象的な概念である。

関数は，数学の世界はもとより，現実の世界において事象の中に見いだした伴って変わる二つの数量の関係をとらえる場面でも有効に機能する。

現実の世界においては，二つの数量の関係をとらえることができれば，その関係が成り立つ範囲において変化や対応の様子を把握したり，将来を予測したりすることが可能になるからである。

しかし，一般に関数関係は目で見ることはできない。

そこで，関数関係をとらえるために表，式，グラフが用いられる。これらの数学的な表現を用いて処理したり，相互に関連付けて考察したりすることで，現実の世界における数量の関係を数学の世界で考察することができる。

こうした経験をすることは，数学を利用する活動と深くかかわっている。

④ 不確定な事象

数学で考察する対象は多様であり，確定した事象だけではなく，不確定な事象をも考察の対象とする。例えば，さいころの目の出方など不確定な事象の起こる程度を表すのに，確率の概念が生み出され，事象に 0 以上 1 以下の数を対応させ，数学的に考察する対象としてきた。また，集団の特徴や傾向をとらえるための方法も生み出されてきた。

例えば，平均値，中央値，最頻値など代表値を用いることで資料の特徴を明らかにし，数学的に考察する対象としてきた。さらに，全数調査が困難な場合にも母集団の特徴を把握するための方法として，無作為抽出の概念に支えられた標本調査を生み出してきた。日常生活や社会では，不確定な事象に関する様々な情報に直面する。

その際に，不確定な事象に関する情報の特徴を踏まえ，適切に対応することが必要である。

⑤ 文字を用いた式

現実の世界における事象を数学の世界における関係として記述する手段として文字を用いた式がある。

文字を用いた式の使い方には，

ア 現実の事象や関係などを文字や記号で表現する

イ 新たに表現し直し解釈しやすい形に整える

という二つの側面がある。

③ Functions

In the world of mathematics, we examine not only static objects such as geometrical figures but also dynamic objects such as the way quantities correspond and vary.

Function is an abstract concept used to examine dynamic objects.

Functions are effective not only in the world of mathematics but also in the real world as we try to grasp the relationships between two quantities in phenomena that are changing simultaneously.

In the real world, if we can identify the relationship between two quantities, we can then understand the correspondences and changes of those quantities within the range where the relationship holds true and then may be able to predict what will happen in the future.

However, in general, functional relationships cannot be observed visually.

Therefore, in order to grasp functional relationships, we use tables, algebraic expressions and graphs. By processing the phenomena using these mathematical representations and examining the relationships among them, we can examine the real world relationships among quantities in the world of mathematics.

These experiences are deeply related to the activities of using mathematics.

④ Uncertain phenomena

The objects of mathematics vary significantly, and we examine not only deterministic phenomena but also uncertain phenomena. For example, in order to express the likelihood of uncertain events such as the number rolled on a die, the concept of probability was developed and we examine those phenomena mathematically by assigning the value between 0 and 1 inclusively to each phenomenon. In addition, methods used to grasp the characteristics of population and trends in data were also developed.

For example, by clarifying the characteristics of data by using representative values such as the mean, median and mode, we made it possible to examine the data mathematically. Furthermore, for those cases where examining the entire population is impossible, sampling methods based on random selection was developed in order to grasp the characteristics of the population.

In our everyday life and in our society, we often encounter information about uncertain phenomena.

In those situations, it is necessary to respond appropriately by understanding the characteristics of the information about the uncertain phenomena.

⑤ Algebraic expressions with letters

As a method of describing real world phenomena in the mathematical world, there are algebraic expressions with letters.

There are two aspects in the ways algebraic expressions with letters are used:

a. They represent real world phenomena and relationships using letters and symbols.

b. They may be modifiedinto a form that are more easily interpreted.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

アには，現実の世界における事象や関係などを，数学の世界において考察できるようにする役割があり，その主要な内容として，多項式，方程式，関数などがある。

ここでは，現実の世界における事象や関係などを数や式を用いて数学の世界に定式化する方法を習得することが必要になる。

このように，現実の世界における事象や関係を数学の世界で形式的に記述することができれば，その扱いを記号処理のシステムとしてアルゴリズム化できる。

また，イは，文字を用いた式には思考をさらに発展させ創造的な思考を促すという側面があることを意味している。

文字を用いた式によって本質的な関係をより簡潔かつ明瞭にとらえることができるとともに，表現し直して新たな関係を見いだしたり変形したりすることで問題解決の糸口が見いだされることもある。

こうした文字を用いた式のはたらきを理解し生かすことができるようにすることが必要である。

⑥ 数学的な推論

数学的な推論には，主なものとして帰納，類推，演繹があり，それらは数や図形の性質などを見いだしたり，数学を利用したり，数学的に説明し伝え合ったりする際に重要なはたらきをする。

帰納は，特別な場合についての観察，操作や実験などの活動に基づいて，それらを含んだより一般的な結果を導き出す推論である。

また，類推は，似たような条件のもとでは，似たような結果が成り立つであろうと考えて，新しい命題を予想する推論である。

帰納や類推は，数や図形の性質などを見いだすための大切な推論であるが，導かれた事柄は，必ずしも正しいとは限らない。帰納や類推によって導かれた事柄がいつでも正しいかどうかは，演繹により確かめられる。

演繹は，前提となる命題から論理の規則に従って必然的な結論を導き出す推論である。例えば，いくつかの三角形の内角の大きさを実測するなど帰納により「三角形の内角の和は 180° である」ことを導いた場合,「すべての三角形の内角の和は 180° である」ことが正しいかどうかは分からない。

このことを確かめるためには，平行線の性質などを根拠とした演繹によることが必要である。

帰納や類推により予想したことを演繹によって確かめることは，内容の理解を深めるとともに，知識を関連付け，さらに体系化するのにも役立つ。

また，それぞれの推論は，目的に応じて適切に選んで用いられるべきであり，演繹を学んだからといって，帰納や類推を軽視することは適切でない。

The role of aspect (a) is to make it possible to examine real world phenomena and relationships in the world of mathematics. The main contents include polynomials, equations and functions.

Here, it is necessary that students master the methods used to express real world phenomena and relationships in the forms appropriate for the world of mathematics such as numbers and algebraic expressions.

Once the real world phenomena and relationships are represented in the world of mathematics, we can generate algorithms to process those representations as a part of a symbol manipulation system.

The second aspect points out that these algebraic expressions with letters can further extend our thinking and foster creativity.

By utilizing algebraic expressions with letters, we can capture the true relationships among quantities more clearly and concisely. By modifying them, we may discover a new relationship or gain an insight into a new way to solve a problem.

It is necessary that students understand these roles of algebraic expressions with letters and utilize them.

⑥ Mathematical reasoning

The primary forms of mathematical reasoning are induction, analogy, and deduction. They play an important role as we identify properties of numbers and geometrical figures, use mathematics, and explain and communicate our ideas mathematically.

Induction is the form of reasoning that derives a more general conclusion based on observation, manipulation, and experimentation on specific cases.

Analogy is the form of reasoning that predicts a new proposition based on the idea that similar situations will produce similar results.

Although both induction and analogy are important forms of reasoning in identifying properties of numbers and geometrical figures, the resulting propositions may not be valid. It is deduction that can determine whether or not the conclusions resulting from induction or analogy are generally valid.

Deduction is the form of reasoning that draws out necessary conclusions from previously established propositions following the rule of logic.

For example, if you inductively conclude that “the sum of all interior angles of a triangle is 180°” based on actual measurements, you do not know whether or not “the sum of all interior angles in every triangle is 180°”.

In order to validate the latter statement, we must deduce the conclusion based on ideas such as properties of parallel lines.

Validating the conjectures derived from induction or analogy using deductive reasoning deepens our understanding of the content. It is also useful in relating and organizing our knowledge.

Each different type of reasoning should be used appropriately and purposefully, and it is not appropriate to make light of induction and analogy just because deduction has been learned.

⑦ 説明し伝え合うこと

数の概念及びその範囲の拡張についての理解，ユークリッド空間の把握及び関数についての理解など確定した事象並びに不確定な事象を確実に把握できるようにしていく過程では，数学的に説明し伝え合う活動が重要である。

また，文字を用いた式及び数学的な推論についての理解は，数学的に説明し伝え合う活動がよりよくできるようになるために必要なことである。

さらに，数学的に説明し伝え合う活動は，数や図形の性質などを見いだす活動や数学を利用する活動を支える活動でもある。

数学的活動の過程では，何を考え，どのように感じているのか，自分自身と向き合わなければならない。

自分自身の言葉で着想や思考を表すことにより，自分の考えを再認識することができる。こうして言語で表されたものは，自分の考えを見つめ直す反省的思考を生み出し，さらに研ぎ澄まされたものとなっていく。

この自己内対話の過程は，他者とのコミュニケーションによって一層促進され，考えを質的に高める可能性を広げてくれる。説明し伝え合う活動における他者とのかかわりは，一人では気付かなかった新しい視点をもたらし，理由などを問われることは根拠を明らかにし，それに基づいて筋道立てて説明する必要性を生み出す。

そして，数学的な知識及び技能，数学的な表現などのよさを実感する機会が生まれる。最後に，これらの内容の相互の関連について述べておきたい。数の概念及びその範囲の拡張は文字を用いた式の理解と深く関連している。また，ユークリッド空間の把握が数の概念によって助けられ，数の概念の理解が図形的解釈によって深められる。

数学的な推論は，数や図形の性質などを見いだし，それをどんなことを根拠にすれば簡潔で適切に説明できるかを明確にしていく過程で重要な役割を果たす。

説明し伝え合うことは，上述の①から⑥のいずれの場合においてもそれぞれの営みを支え，質的な充実をもたらす。

(2) 領域の構成

4 領域について

中学校数学科で取り上げる内容については，

ア) 日常生活や社会において自立的に生きる基盤として不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい内容

イ) 義務教育以降の様々な専門分野における学習を深めていく上で共通の基盤として習得しておくことが望ましい内容

の二つの視点から構成した。

⑦ Explaining and communicating

Activities for explaining and communicating play important roles in the process of grasping deterministic phenomena such as the concept of and the expanding range of numbers, Euclidean Space, and functions, as well as grasping uncertain phenomena.

Moreover, using algebraic expressions with letters and understanding mathematical reasoning are necessary to explain and communicate more effectively.

Furthermore, activities used for explaining and communicating support the activities used to discover the properties of numbers and geometrical figures, as well as support the activities in using mathematics.

During the process of mathematical activities, one must face himself by examining his own thinking and feelings.

By expressing one's own ideas and thoughts in his own words, he can reaffirm his own thought processes. The ideas expressed in one's own words can generate reflective thinking and will become more refined as a result.

This process of internal dialogue can be further facilitated by the communication with others and increases the possibility of raising the quality of thinking. Explaining and communicating with others may generate new perspectives that had gone unnoticed during the internal conversation, and by being asked to explain the reasoning behind one's own thoughts, and the need to explain logically develops by making the rationale supporting one's thought explicit.

This creates the opportunity to experience the values of mathematical knowledge, skills and representations.

Finally, we want to discuss the relationships among contents. The concept of numbers and the expansion of the range of numbers are deeply connected to the use of algebraic expressions with letters. Moreover, the understanding of Euclidean Space may be supported by the concept of numbers, and, in turn, the concept of numbers may be deepened through the understanding of geometrical figures.

Mathematical reasoning plays an important role in the process of discovering properties of numbers, geometrical figures and in clarifying how to verify and explain the properties clearly and appropriately.

Explaining and communicating support each of the items ① through ⑥ discussed above and contribute to qualitative improvement.

(2) Organization of Content Domains

About the 4 Content Domains

The contents of lower secondary school mathematics have been organized from two perspectives:

a) Contents are necessary for living autonomously in society and it is important for anyone to be able to use them.

b) Contents are desirable as the common foundation for more specialized education beyond compulsory education in the future.

その際，日常生活における経験を性質や法則としてまとめた小学校算数科の内容を基に，それらとの関連に配慮し質的に深め広げること及び高等学校数学科における学習への準備段階としての位置付けに配慮することとした。

中学校数学科で取り上げてきた主要な内容の構造的な類似性に着目すると，加減乗除で解決できる一次の世界が主になるが，一次の世界の特殊性を知るためには二次方程式，三平方の定理，関数 $y = ax^2$ などの二次の世界の内容も取り上げることが必要である。

こうした内容の必要性を感じ取り数学的に考察し理解することは，例えば，一次方程式から二次方程式へというように数学の学習における視野を広げていくことを意味する。

以上述べた中学校数学科で取り上げる内容の体系のとらえ方の根底には，豊かな二次の世界の内容について感じ取ることができるようにすると同時に，次の二つのことを感じ取ってもらいたいという考え方がある。

一つは，数学は閉じた学問ではなく，創り上げていく学問，そして今も発展しつつある学問であるということである。

また，もう一つは，二次の世界を中心として，それにかかわる内容を学ぶことの必要性や有用性である。

日常生活や社会で遭遇する様々な事象を数学的にとらえようとして二次や三次の世界が広がっていることに気付くことでその必要性や有用性を実感できる。

中学校数学科の目標においても示されているように，数量や図形については学習の対象として明確に位置付けられている。したがって，普遍的かつ基礎的な内容の領域として「A数と式」及び「B図形」を挙げるのは当然であり，現行でも多くの時間がこの 2 領域の指導に充てられている。

これまで,「C数量関係」の領域も，数学的な見方や考え方と数学を活用する能力の伸長を目指すための領域として設定し，数学的な見方や考え方を十分に発揮できるようにするとともに，いろいろな関係を積極的に数学的考察の対象とすることが必要であるとしてきた。

今回の改訂では，不確定な事象を取り上げる新たな領域として「D資料の活用」を挙げることとしたことに伴い，これまで「C数量関係」の領域に位置付けられていた関数にかかわる内容を，新たな「C関数」の領域として独立させ，これまでの「C数量関係」の領域が担ってきた上述の趣旨をそのまま継承することとした。

「D資料の活用」の領域は，これまでの「C数量関係」の領域に位置付けていた確率に関する内容に，資料の特徴や傾向を数学的に考察し把握することや，母集団の特徴を標本調査により推測することを加え，それらを利用して日常生活や社会で起こる事象を取り上げて考えたり判断したりする活動を中心に構成することとした。

このように見ると,「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の領域の相互の関係は次のように説明できる。考察の対象を視点として，それが確定した事象であるか不確定な事象であるかにより,「A数と式」,「B図形」及び「C関数」の三つの領域と「D資料の活用」の領域に分けられる。さらに,「A数と式」,「B図形」及び「C関数」の領域は考察の方法を視点として，それが静的であるか動的であるかにより,「A数と式」と「B図形」の二つの領域と「C関数」の領域に分けられる。

「C関数」の領域ではぐくまれた関数的な見方や考え方は「A数と式」や「B図形」の領域の内容の理解を深化させてくれるし，また,「C関数」の領域の内容を理解するためには「A数と式」や「B図形」の領域の内容の理解が不可欠である。

At the same time, considerations were given so that lower secondary school mathematics is positioned as an extension and broadening of the elementary school mathematics which summarizes properties and laws from everyday experiences and is a preparatory step toward upper secondary school mathematics.

When we focus on the structural similarities of the main contents of lower secondary school mathematics, much of it takes place in the world of linear relationships which can be solved by using the four arithmetic operations. However, in order to know the special characteristics of the world of linear relationships, one must also discuss the world of quadratic relationships such as quadratic equations, the Pythagorean theorem, and function $y = ax^2$.

Experiencing the necessityof mathematics and understanding things through mathematical investigation means to broaden the viewpoints in the study of mathematics, such as going from linear equations to quadratic equations.

Behind the viewpoint of grasping the contents of lower secondary school mathematics as discussed above is the aim to help students experience the ideas in the world of quadratic relationships. In addition, we want students to experience the following two ideas:

First, mathematics is not a closed or static discipline, rather, it is creative and ever-growing.

Second, is the necessity and usefulness of learning the contents in a way which is centered around the world of quadratic relationships.

As students try to grasp various phenomena encountered in their daily lives and in society mathematically, they can experience the necessity and usefulness by realizing that there are worlds of quadratic and cubic relationships.

As the goals of lower secondary school mathematics indicate, numbers, quantities, and geometrical figures are clearly identified as objects of study in mathematics. Therefore, it is obvious that Domains “A. Numbers and Algebraic Expressions” and “B. Geometrical Figures” are mentioned as the universal and fundamental domains. In the current COS, many hours are dedicated to the instruction of these two domains.

Previously, the domain, “C. Mathematical Relations”, was also established as a domain to extend students’ ability to use their ways of viewing and thinking about phenomena mathematically. Therefore, it has been argued that teaching needs to provide opportunities for students to fully utilize their ways of viewing and thinking mathematically and to use many different relationships as objects of mathematical examination.

In the current revision, it has been decided to establish a new domain, “D. Making Use of Data”, in order to discuss uncertain phenomena. As a result, the ideas related to the functions that have been discussed in “C. Mathematical Relations” were included in a new domain, “C. Functions”.

The purposes of the old domain, “C. Mathematical Relations”, discussed above have been passed on to the new domain.

For domain ”D. Making Use of Data”, in addition to the ideas related to probability that have been discussed in “C. Mathematical Relations” of the previous COS, the domain is organized to include ways of examining data mathematically to identify properties and patterns; and to make inferences about the population through sampling. These ideas should be taught by doing activities that will incorporate them by examining and making judgments about phenomena from our everyday life and in society.

このように見ると,「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の領域の相互の関係は次のように説明できる。考察の対象を視点として，それが確定した事象であるか不確定な事象であるかにより,「A数と式」,「B図形」及び「C関数」の三つの領域と「D資料の活用」の領域に分けられる。さらに,「A数と式」,「B図形」及び「C関数」の領域は考察の方法を視点として，それが静的であるか動的であるかにより,「A数と式」と「B図形」の二つの領域と「C関数」の領域に分けられる。

「C関数」の領域ではぐくまれた関数的な見方や考え方は「A数と式」や「B図形」の領域の内容の理解を深化させてくれるし，また,「C関数」の領域の内容を理解するためには「A数と式」や「B図形」の領域の内容の理解が不可欠である。

本章第 1 節の 2 の (1) で既に述べたように，4 領域の間には密接な関連があり，このことに配慮した指導が必要である。

今回の改訂では，義務教育としてのまとまりが強く意識され，これまで以上に小学校と中学校の関連や連携について配慮することが要請されている。

小学校算数科と中学校数学科においても，この点を踏まえ，それぞれの領域の関連について理解しておく必要がある。

領域間の関連は次の表の通りである。

<table>
<tr><th colspan="2">小学校算数科の領域と主な内容</th><th>中学校数学科の領域</th></tr>
<tr><td>A 数と計算</td><td>・数の概念
・整数，小数，分数の計算</td><td rowspan="2">A 数と式</td></tr>
<tr><td>B 量と測定</td><td>・重さ，速さなど生活に必要な量と測定
・長さ，面積，体積など図形の計量</td><td rowspan="2">B 図形</td></tr>
<tr><td>C 図形</td><td>・図形の性質</td></tr>
<tr><td rowspan="3">D 数量関係</td><td>・□，△，a，x などを用いた式</td><td>A 数と式</td></tr>
<tr><td>・伴って変わる数量の関係
・比例，反比例</td><td>C 関数</td></tr>
<tr><td>・場合の数
・資料の整理</td><td>D 資料の活用</td></tr>
</table>

The relationships among the content domains, “A. Numbers and Algebraic Expressions”, “B. Geometrical Figures”, “C. Functions”, and “D. Making Use of Data”, may be explained as follows: If we focus on the nature of the object of study as being a definitive phenomena or an uncertain phenomena, we can divide these four domains into two groups, “A. Numbers and Algebraic Expressions”, “B. Geometrical Figures”, and “C. Functions”, in one group and “D., Making Use of Data”, in the other. Furthermore, by focusing on the nature of the methods of examination as being static or dynamic, we can put “A. Numbers and Algebraic Expressions”, and “B. Geometrical Figures” in one group and “C. Functions”, in the other.

Ways of viewing and thinking with functions developed in “C. Functions” may deepen the understanding of contents in “A. Numbers and Algebraic Expressions” and “B. Geometrical Figures”. On the other hand, understanding of the content in “A. Numbers and Algebraic Expressions” and “B. Geometrical Figures” are crucial for understanding the content of “C. Functions”.

As it was stated in 2-(1) of Section 1 of this chapter, the four content domains are closely related and instruction must consider that fact.

In the current revision, an added emphasis is placed on the cohesiveness of compulsory education; therefore, further collaboration and articulation across elementary and lower secondary schools are demanded.

Therefore, it is necessary that the relationships across elementary and lower secondary school mathematics are well understood.

The content domains of elementary school mathematics and the content domains of lower secondary school mathematics are related as shown in the table below.

<table>
<tr><th colspan="2">Content Domains and Main Contents in Elementary School Mathematics</th><th>Content Domains of Lower Secondary School Mathematics</th></tr>
<tr><td>Numbers and Calculations</td><td>・Concept of numbers
・Calculation with whole numbers, decimal numbers and fractions</td><td rowspan="2">A. Numbers and Algebraic Expressions</td></tr>
<tr><td>Quantities and Measurements</td><td>・Quantities and measurements necessary in daily life</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Geometrical Figures</td><td>・Calculating the measurements of geometrical figures such as length, area, and volume</td><td rowspan="2">B. Geometrical Figures</td></tr>
<tr><td>・Properties of geometrical figures</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Mathematical Relations</td><td>・Algebraic expressions using symbols such as □, △, a and x</td><td>A. Numbers and Algebraic Expressions</td></tr>
<tr><td>・Relationships of quantities that change simultaneously
・Direct and indirect proportional relationships</td><td>C. Functions</td></tr>
<tr><td>・Possible cases
・Organizing data</td><td>D. Making Use of Data</td></tr>
</table>

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

小学校算数科は,「A数と計算」,「B量と測定」,「C図形」及び「D数量関係」の 4 領域で構成されている。中学校数学科の「A数と式」の領域には，小学校算数科の「A数と計算」の領域と「B量と測定」の領域の一部及び「D数量関係」の領域の一部が対応する。

中学校数学科の「B図形」の領域には，小学校算数科の「B量と測定」の領域の一部と「C図形」の領域が対応する。

小学校算数科では図形を測定することと図形の性質を調べることは二つの領域に分かれていたが，中学校数学科の「B図形」の領域ではそれらが図形を調べる二つの代表的な視点として位置付けられている。

中学校数学科の「C関数」と「D資料の活用」の領域には，小学校算数科の「D数量関係」の領域の一部が対応する。

数学的活動について

数学的活動とは，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みである。

ここで,「数学にかかわりのある様々な営み」として中学校数学科において重視しているのは，数や図形の性質などを見いだす活動，数学を利用する活動及び数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動である。

もちろん，これらの数学的活動は基本的に問題解決の形で行われ，その過程では，試行錯誤をしたり，操作したり，資料を収集整理したり，実験したり，観察したりするなど数学にかかわりのある様々な営みが行われるが,〔数学的活動〕では上述した三つの数学的活動を示している。

数学的活動については，生徒が自立的，主体的に取り組む機会を意図的，計画的に設けることとしている。

その際，生徒の発達の段階や学習する数学の内容に配慮し，次の表のように，第 1 学年と第 2，3 学年の二つに分けて示している。

	第 1 学年	第 2，3 学年
ァ　数や図形の性質などを見いだす活動	既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動	既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだし、発展させる活動
ィ　数学を利用する活動	日常生活で、数学を利用する活動	日常生活や社会で、数学を利用する活動
ゥ　数学的に説明し伝え合う活動	数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動	数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道を立てて説明し伝え合う活動

There are four content domains in elementary school mathematics: "A. Numbers and Calculations", "B. Quantities and Measurements", "C. Geometrical Figures" and "D. Mathematical Relations". Domain "A. Numbers and Algebraic Expressions" of lower secondary school corresponds to "A. Numbers and Calculations", and a part of "D. Mathematical Relations" of elementary school mathematics.

Domain "B. Geometrical Figures" of lower secondary school mathematics corresponds to a part of "B. Quantities and Measurements" and "C. Geometrical Figures", of elementary school mathematics.

In elementary school mathematics, the measuring of geometrical figures and the investigating of the properties of geometrical figures were placed into two separate domains. However, in lower secondary schools, those two ideas are positioned as the two primary viewpoints in examining geometrical figures in "B. Geometrical Figures".

Domains "C. Functions", and "D. Making Use of Data", corresponds to a part of "D. Mathematical Relations" of elementary school mathematics.

About Mathematical Activities

Mathematical activities are the various activities related to mathematics where students engage willingly and purposefully.

The "various activities related to mathematics" that are emphasized in lower secondary school mathematics are activities used to discover properties of numbers and geometrical figures; activities designated to use mathematics and activities used to explain and communicate ideas using mathematical representations.

Of course, as a principle, these mathematical activities are carried out as problem solving, and throughout the process students may engage in trial and error, collecting and organizing data, experimenting, observing and other mathematical processes. However, in the "Mathematical Activities" section, the three that are mentioned above are discussed.

Opportunities for students to engage in mathematical activities autonomously and with initiative should be established intentionally and strategically.

To be responsive to students' developmental levels and also to the nature of mathematical contents, mathematical activities for grade 1 and for grades 2 and 3 are shown separately as can be seen in the table below.

	Grade 1	Grades 2 & 3
a. Activities to discover properties of numbers and geometrical figures	Activities to discover properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics	Activities to discover and then extend properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics
b. Activities to use mathematics	Activities to use mathematics in situations from everyday life	Activities to use mathematics in situations from everyday life and from society
c. Activities to explain and communicate ideas mathematically	Activities to explain and communicate ideas using mathematical representations in one's own way	Activities to explain and communicate ideas logically using mathematical representations while making the rationale clear

アの数や図形の性質などを見いだす活動では，第 1 学年では数や図形の性質などを見いだすことに重点を置き，第 2，3 学年では，さらに見いだしたことを基に発展させることまでを視野に入れ質的な高まりを期待している。

イの数学を利用する活動では，第 1 学年で範囲を日常生活とし，第 2，3 学年では社会にまで広げている。

ウの数学的に説明し伝え合う活動では，第 1 学年で自分なりにすることに重点を置き，第 2，3 学年で根拠を明らかにし筋道立ててするところまでを視野に入れ質的な高まりを期待している。

また，多くの場合，アとイのそれぞれの活動は，ウの活動と相互に関連し一連の活動として行われることにも注意が必要である。

数学的活動に取り組む機会を設ける際には，活動としての一連の流れを大切にするとともに，どの活動に焦点を当てて指導するのかを明らかにすることが必要である。

なお，小学校算数科では,〔算数的活動〕として各学年の内容に示しているが，示し方はより具体的で,「A数と計算」,「B量と測定」,「C図形」及び「D数量関係」の各領域に対応させて例示している。

2 各領域の内容の概観

A 数と式

(1)「数と式」指導の意義

「数と式」の内容は，日常生活や社会においていろいろな場面で使われている。

また，中学校数学科の全領域の内容と深いかかわりを持つとともに，それらの基礎をなすものとして重要な位置を占めている。

数と式とは，密接に関連しているので一つの領域として示されているが，ここでは，その系統を考える上で便宜上二つに分けてみていく。

① 数について

小学校算数科の数についての学習では，身の回りの物を数えることに始まり，負でない整数，小数，分数について，それらの概念を理解するとともに，四則計算の意を理解することができるようになっている。

また，それらの数を用いたり計算したりすることができるようになっている。

そして，数の概念を次第に広げながら，計算についての理解を深め，身の回りの事象にそれらを適用して問題解決をする学習が行われてきている。

中学校数学科においては，次のア，イを目標にして数の指導が行われる。

ア 数の範囲の拡張と数の概念を理解する

負の数，無理数を導入して，数の範囲を拡張する。ここでは，拡張するときの考え方を理解するとともに，数の集合と四則計算の可能性を理解する。

このようにして数の概念の理解を一層深め，これらの数を用いて，より広範な事象を一般的にかつ明確に表現して処理できるようにすることをねらいとしている。

イ 新しく導入された数の四則計算の意味と方法を理解し，その計算ができる

負の数，無理数を含む数についての四則計算の意味と方法を理解し，その計算が能率的にできるようにすることをねらいとしている。

In (a), the emphasis in Grade 1 is "to discover properties of numbers and geometrical figures", while in Grades 2 and 3, the emphasis is not only "to discover" but also "to extend" what was discovered, expecting qualitative improvements.

In (b), the scope of activities is limited to "daily life" but in grades 2 and 3, it is expanded to include "society".

As for (c), the activities used to explain and communicate, in Grade 1 the emphasis is "in one's own way" while in Grades 2 and 3, an increased quality in terms of "logically" and "making the rationale clear" is expected.

Also, it is necessary to attend to the fact that, in many cases, activities in (a) and (b) are carried out in conjunction with activities in (c).

When establishing opportunities to have students engage in mathematical activities, it is important to pay attention to the flow of a series of activities. At the same time, it is necessary for teachers to be clear about what the focus is.

In elementary school mathematics, the "Mathematical Activities" section is included in the content of each grade level, and more concrete examples are discussed in each of the domains, "A. Numbers and Calculations", "B. Quantities and Measurements", "C. Geometrical Figures", and "D. Mathematical Relations".

2. Overview of the Content in Each Domain

A. Numbers and Algebraic Expressions

(1) Purposes of teaching "Numbers and Algebraic Expressions"

The contents of "Numbers and Algebraic Expressions" are being used in many situations in daily life and in society.

Moreover, they occupy an important position as the foundation for many contents in all other domains in lower secondary school mathematics.

Since numbers and algebraic expressions are so closely related to each other, they have been placed into a single content domain. However, here, in order to consider their structures, we will discuss them separately.

① About numbers

In elementary school mathematics, starting with counting objects in their surroundings, students learn the concepts of non-negative integers, decimal numbers and fractions as well as the meaning of the four arithmetic operations.

Moreover, students are expected to master basic calculations.

As the range of numbers is expanded, students are to deepen their understanding of calculations and learn to apply calculations appropriately to solve problems found in their surroundings.

In lower secondary school mathematics, the following two goals are kept in mind as the instruction on numbers take place.

a. Expanding the range of numbers and understanding the concept of numbers

The range of numbers is expanded by introducing negative and irrational numbers. Students are to understand not only the thinking involved as the range of numbers is expanded but also the sets of numbers and the possibility of arithmetic operations with them.

The aim is to help students deepen their understanding of the concept of numbers and also to represent and process a wide variety of phenomena generally and clearly using these numbers.

b. Understanding the meaning and ways to calculate with the newly introduced numbers and mastering calculations

Students are to understand the meaning and ways to calculate with numbers, including negative and irrational numbers. Teachers will help students to become fluent in calculation with those numbers.

② 式について

小学校算数科における式についての学習では，例えば $5+\square=8$, $3\times\triangle=24$ のように，加法と減法，乗法と除法の関係をとらえるのに □ や △ を使ったり，例えば，(速さ)×(時間) = (道のり) というように，言葉の式を使って数量やその関係を表したり式の意味を読み取ったりする学習をしてきている。

また，中学校における文字を用いた式の学習の素地として，数量を表す言葉や □，△ などの代わりに，a，x などの文字を用いることを学習してきている。

文字や文字式を用いることによって，数量やその関係を簡潔・明瞭に，しかも一般的に表現することができる。

そして，文字を用いた式に表現できれば，その後は目的に合うように形式的に処理することができる。このように事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し，一般的に把握する見方や考え方を育てたり，形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てたりするなど，その学習の意義は大きい。

そして，その内容は，数と同様に，数学の学習全般にかかる基礎的な知識及び技能として極めて重要である。

中学校数学科では，次のアからウを目標にして式の指導が行われる。

ア 文字のもつ意味，特に変数の意味を理解する

文字を用いた式で使われている文字が単なる記号ではなく，いろいろな値をとり得ること，また，文字がとり得る値の集合について理解し，変数の考えを深めることがねらいである。

文字に数を代入して式の値を求める場面などにおいて，文字がいろいろな値をとることを意識化したり，逆に，例えば，個々の奇数を右のような形で表現し，それらをまとめると奇数が一つの文字を用いた式 $2n+1$ に表現できることなどを確認したりすることによって，変数の理解は深まっていく。

$$
\begin{array}{rcl}
1 & = & 2\times 0+1 \\
3 & = & 2\times 1+1 \\
5 & = & 2\times 2+1 \\
 & \cdots & \\
(\text{奇数}) & = & 2\times n+1
\end{array}
$$

イ 文字を用いた式に表現したり，文字を用いた式の意味を読み取ったりする能力を育成する

数量やその関係を文字を用いた式に表したり，文字を用いた式の意味を読み取ったりすることができるようになることがねらいである。

そのために，文字を用いた式の表現やその読み取りによって，日常生活や社会とのかかわりをとらえられるようにすることが必要である。

実際の問題を解決する場合に，数量の関係をとらえて方程式をつくり，それを解いて解釈することによって問題が解決できるのは，この典型的な例である。

② About algebraic expressions

With respect to algebraic expressions, students in elementary schools learn, for example, to use expressions with □ and △, such as $5 + \square = 8$ and $3 \times \triangle = 24$; they learn to grasp the relationship between addition and subtraction or multiplication and division. They also learn to represent quantitative relationships using expressions with words, such as "speed × time = distance", or to interpret such expressions.

Moreover, in order to prepare for the study of algebraic expressions with letters in lower secondary schools, students learn to use letters such as a and x in place of □ and △.

By using letters and algebraic expressions with letters, we can represent quantities and their relationships concisely, clearly and generally.

Once relationships are represented in algebraic expressions with letters, they can be formally processed to suit different purposes. In this way, developing the skills to represent quantities and their relationships in phenomena using algebraic expressions with letters, ways to observe and think more generally are nurtured, and the disposition to discover new relationships by processing formally are fostered. These are all significant purposes for learning.

The content related to algebraic expressions, therefore, is just as important as numbers because they are fundamental knowledge and are skills that relate to the study of mathematics as a whole.

In lower secondary school mathematics, the following are the three goals of teaching of algebraic expressions:

a. Understanding the meaning of letters, in particular as variables

The aim here is to help students understand that the letters are not just symbols but they can represent different values and also, it is to deepen students' understanding of variables by helping them understand the set of values a letter may assume.

$$\begin{aligned} 1 &= 2\times 0+1 \\ 3 &= 2\times 1+1 \\ 5 &= 2\times 2+1 \\ &\cdots \\ \text{(odd number)} &= 2\times n+1 \end{aligned}$$

The understanding of variables may be deepened by the following: by helping students become conscious of the fact that a letter may stand for different numbers by substituting different numbers for the letter to determine the values of algebraic expressions, or, as the example on the right illustrates, by expressing each odd number as shown, confirms that odd numbers can be represented generally as an algebraic expression, $2n + 1$.

b. Nurturing the ability to represent and interpret algebraic expressions with letters

The aim is to enable students to represent quantities and their relationships in algebraic expressions with letters and to interpret those expressions.

To reach this aim, it is necessary to help students see the connections to their daily life and to society as they represent and interpret algebraic expressions with letters.

A typical example is to solve a real-world problem by capturing quantitative relationships in the situation as algebraic equations, and by interpreting the solutions of the equations in context to find the solution of the problem.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

ウ 文字を用いた式の計算や処理に関する能力を育成する

文字を用いた式の計算，式の展開や因数分解など，式の計算ができるようになることをねらいとしている。

これは，表された式をより解釈しやすい形に変形することができるようになることである。このことによって，文字を用いた式に表現できれば，その形式的な処理によって容易に結果が得られることを理解する。

このような学習を通して，文字は数を表すことを理解し，文字を用いた式については，数についての計算法則がそのまま適用され，数と同じように計算できることを理解することになる。

上でも述べたとおり，文字を用いた式を計算したり変形したりすることは，数学の学習における基礎的な技能として重要であるが，いたずらに複雑で無目的な計算練習にならないように留意する必要がある。

第 2 学年の目標に,「文字を用いた式について，目的に応じて計算したり変形したりする能力を養うとともに，…」と示してあるように，文字を用いた式の操作は，何らかの目的があってそのために行われるものであり，単なる計算だけで終わるものであってはならない。

数や図形についての性質が成り立つことを文字を用いた式を使って説明することや，方程式を解くことなどにおいて活用するものであることを意識して，学習を進めていくようにする必要がある。

(2) 指導内容の概観

① 数について

小学校算数科における取扱い

小学校算数科における数と計算の学習は，身の回りの事象と結び付いた作業的・体験的な活動をできるだけ取り入れ，具体的に取り扱うことを主眼にしている。

その主な内容は次の通りである。

ア　第 4 学年までに，整数についての四則計算の意味や四則計算に関して成り立つ性質などを学習し，その定着と活用を図るとともに，交換法則，結合法則や分配法則について理解を深めている。また，小数，分数の意味や表し方，小数や同分母の分数の加法，減法及び小数を整数で乗除することの意味を理解し，それらを用いるとを学習している。

イ　第 5 学年では，記数法の考えを通して整数及び小数についての理解を深めることや，偶数，奇数，約数，最大公約数，倍数，最小公倍数，素数について学習している。

また，小数の乗法及び除法の意味についての理解を深め，それらを用いることや，異分母の分数の加法及び減法の意味について理解し，それらを用いることについて学習している。

ウ　第 6 学年では，分数の乗法及び除法の意味についての理解を深め，それらを用いることや，小数及び分数の計算の能力の定着を図り，それらを用いることについて学習している。

c. Developing the ability to calculate and process algebraic expressions with letters

The aim is to enable students to calculate with algebraic expressions with letters such as performing arithmetic operations with them or factoring them.

This means to transform a given algebraic expression into a form that may be easier to interpret. By doing this, students may understand that once quantitative relations are expressed in algebraic expressions with letters, results can easily be obtained by formally processing them.

It is through these studies that help students understand that letters stand for numbers and algebraic expressions with letters can be used in calculations by applying the same rules of computations with numbers.

As discussed above, calculating and transforming algebraic expressions with letters are important basic skills in the study of mathematics. However, considerations should be given so that the study does not become meaningless computation practice with unnecessarily complicated expressions.

As a goal of grade 2 of lower secondary school mathematics states, "To foster students' ability to calculate and transform algebraic expressions using letters according to their purpose..." manipulation of algebraic expressions must be done for purposes, not just to calculate.

Instruction should proceed by keeping in mind that students will become aware of the fact that algebraic expressions with letters are used as tools, for example, in explaining properties about numbers or geometrical figures.

(2) Overview of Content

① About Numbers

Treatment in Elementary School Mathematics

In elementary school mathematics, the primary focus is to incorporate manipulative and experiential activities that are connected to phenomena from the surroundings into the study of numbers and calculations.

The main topics in elementary school mathematics are as follows.

a. By the end of grade 4, the meaning and properties of the four arithmetic operations have been studied, and computational fluency and the ability to use calculations have been fostered.

   Moreover, students are deepening their understandings of the commutative law, associative law, and the distributive property. In addition, students are expected to understand and be able to use the meanings and representations of decimal numbers and fractions, addition and subtraction of decimal numbers and fractions with like denominators, and multiplication and division of decimal numbers by whole numbers.

b. In grade 5, by examining the numeration system, students are to deepen their understanding of whole numbers and decimal numbers. They study about even and odd numbers, factors, the greatest common factor, multiples, the least common multiple, and prime numbers.

   Furthermore, students are to deepen and utilize their understanding of multiplication and division of decimal numbers and addition and subtraction of fractions with unlike denominators.

c. In Grade 6, students are to deepen and use their understanding of multiplication and division of fractions. They are also expected to solidify their understanding of and the ability to calculate with decimal numbers and fractions.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

中学校数学科における取扱い

中学校数学科では，小学校算数科での指導を受けて，数について次の内容を取り扱う。

ア　第 1 学年

・具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し，その四則計算ができるようにするとともに，正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。

第 1 学年では，数の範囲を正の数と負の数にまで拡張し，数を統一的に見られるようにして数についての理解を深め，その四則計算ができるようにする。

また，具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりする。

イ　第 2 学年

第 2 学年では，数そのものについて新しく取り上げる内容はない。

具体的な場面への適用や方程式，関数などについての学習を通して，正の数と負の数についての理解を深め，その計算に習熟していくことになる。

ウ　第 3 学年

・正の数の平方根について理解し，それを用いて表現し考察することができるようにする。

正の数の平方根についての理解は，二次方程式や三平方の定理などを学習する際に不可欠のものであり，こうした場面での利用を考慮する必要がある。

また，式の因数分解などに関連して，自然数を素因数に分解することを取り扱う。

② 式について

小学校算数科における取扱い

小学校での式の学習は，数の式や言葉の式，公式などを対象にして，式に表現したり式の意味を読んだりすることを主眼にしている。その主な内容は次の通りである。

ア　第 4 学年までに，数量の関係や法則などを数の式や言葉の式，□，△ などを用いて式で簡潔に表したり，式の意味を読んだりすることを学習している。

また，公式についての考え方を理解し，公式を用いることを学習している。

イ　第 5 学年では，□，△ などを用いて数量の関係を式で表すことについての理解を深め，簡単な式で表される関係について，二つの数量の対応や変わり方に着目することを学習している。

ウ　第 6 学年では，数量を表す言葉や □，△ などの代わりに，a，x などの文字を用いて式に表したり，文字に数を当てはめて調べたりすることを学習している。

Treatment in Lower Secondary School Mathematics

Based on the treatment of numbers in elementary school mathematics, the following content will be discussed in lower secondary school mathematics.

a. Grade 1 of lower secondary

To help students understand positive and negative numbers through the examination of concrete situations, and enable them to carry out the four arithmetic operations with integers and to represent the examined situations by using positive and negative numbers.

In grade 1 of lower secondary school, the range of numbers is expanded to include positive and negative numbers, and students are helped in order to develop a unified perspective of numbers and computational fluency.

Moreover, students are expected to be able to use positive and negative numbers to deal with concrete situations.

b. Grade 2 of Lower Secondary School

There is no new content on numbers in grade 2.

The focus is on deepening the understanding of positive and negative numbers as students apply what they have learned in concrete situations or through the study of equations, and functions. Another focus is the mastery of calculations.

c. Grade 3 of Lower Secondary School

Square roots of positive numbers will be taught. Enable students to use square roots to represent and examine phenomena.

Square roots are critical in the study of quadratic equations and the Pythagorean Theorem. Therefore, considerations should be given to the use of square roots in those situations.

Also, in conjunction with the discussion of factoring of polynomials, prime factorization of natural numbers will be discussed.

② About Algebraic Expressions

Treatment in Elementary School Mathematics

The study of algebraic expressions in elementary schools focuses on representing and interpreting expressions in the forms of numerical expressions, expressions with words, and formulas. The main contents are as follows:

a. By the end of grade 4, students have learned about concisely representing quantitative relationships and properties of numbers using numerical expressions or algebraic expressions with words or with symbols like □, △. They also have learned to interpret expressions.

In addition, the ideas related to formulas and the use of formulas is also being studied.

b. In grade 5, students are expected to deepen their understanding of representing quantitative relationships using symbols such as □, △. In addition, they learn to examine the relationships of quantities that are expressed in simple algebraic expressions by focusing on how the quantities correspond or change.

c. In grade 6, students learn to use letters such as, a and x in place of words or symbols such as □, △, which stand for numbers in algebraic expressions. They also substitute different numbers for letters to investigate the results.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

中学校数学科における取扱い

中学校数学科での式の指導は，文字を用いた式についての指導が中心である。その内容は次の通りである。

ア　第 1 学年

- 文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに，文字を用いた式の計算ができるようにする。
- 方程式について理解し，一元一次方程式を用いて考察することができるようにする。

第 1 学年での文字や文字を用いた式の学習，また，それに続く方程式の学習においては，小学校算数科との関連を踏まえた丁寧な学習指導が必要である。

イ　第 2 学年

- 具体的な事象の中に数量の関係を見いだし，それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式の四則計算ができるようにする。
- 連立二元一次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

ウ　第 3 学年

- 文字を用いた簡単な多項式について，式の展開や因数分解ができるようにするとともに，目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。
- 二次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

以上のように，中学校数学科における式の指導では，文字を用いた式の入門的な部分から始まり，二次方程式に至るまでの内容を取り扱い，数量の関係や法則などを文字を用いた式や方程式に簡潔に表して処理し，問題を能率よく解決していく学習を進めていく。

これによって，代数的な処理に関する能力がしだいに高められ，それが他の領域の学習にも活用される。

今回の改訂では，第 1 学年において，数量の関係や法則などを文字を用いた式に表現したり，式の意味を読み取ったりする能力を培うこと，第 2，3 学年において，文字を用いた式で数量や数量の関係をとらえ説明ができること，目的に応じて簡単な式を変形したり，その意味を読み取ったりする能力を養い伸ばすことが明示された。

これは，従来も行われてきたことであるが，今回の改訂で言語活動の充実が各教科等を通じて重視されたことを踏まえ，表現したり読み取ったりしたことを基に，説明したり伝えあったりすることの重要性が改めて強調されたからである。

なお,「目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする」とは，数量の関係や図形の性質などが成り立つことを文字を用いた式を使って説明する際に式を変形することと，等式を同値変形することの両者において，式が意味する数量や数量の関係などを読み取ることを意味する。

ここで,「A 数と式」の領域について，前回の学習指導要領との相違点をまとめておく。

第 1 学年においては，数の集合と四則計算の可能性を理解すること，大小関係を不等式を用いて表すこと，一元一次方程式の学習に関連して簡単な比例式を解くことを扱うこととした。

第 3 学年においては，有理数と無理数，解の公式を用いて二次方程式を解くことを扱うこととした。

Treatment in Lower Secondary School Mathematics

The central focus of instruction on algebraic expressions in lower secondary school mathematics is expressions with letters. The contents are as follows.

a. Grade 1 of lower secondary school

- To cultivate the ability to represent quantitative relationships and properties using algebraic expressions with letters, to interpret such expressions and, to enable students to carry out calculations involving algebraic expressions.
- To help students understand equations and examine linear equations with one variable. In teaching algebraic expressions with letters, as well as equations in grade 1 of lower secondary school, it is necessary that instruction considers carefully the connections to elementary school mathematics.

b. Grade 2 of Lower Secondary School

- To foster the ability to identify quantitative relations in concrete phenomena, to represent those relationships using algebraic expressions, to interpret algebraic expressions in concrete situations and to enable students to calculate with algebraic expressions with letters.
- To help students understand simultaneous linear equations with 2 variables and use them in investigations.

c. Grade 3 of Lower Secondary School

- To enable students to expand or factor simple polynomials with letters and extend their ability of transforming and interpreting algebraic expressions to serve different purposes.
- To help students understand quadratic equations and to be able to use them in investigations.

As shown above, instruction on algebraic expressions in lower secondary school mathematics begins with an introductory treatment of literal expressions and deals with contents up to quadratic equations. Instruction should help students represent quantitative relationships and properties using algebraic expressions with letters or equations so that they can solve problems efficiently.

Through such a study, students' algebraic processing ability will be heightened, which will be utilized in the study of other domains.

The current revision shows that students' abilities of representing quantitative relationships and properties in algebraic expressions with letters and of interpreting such expressions are to be cultivated in grade 1, while in grades 2 and 3, their abilities of using algebraic expressions with letters in explaining quantitative relationships, of transforming algebraic expressions purposefully, and of interpreting algebraic expressions are to be extended.

These ideas have been in place in previous revisions, however, in the current revision, enrichment of linguistic activities across subject matters is emphasized. Therefore, the importance of representing and interpreting, as well as explaining and communicating, is re-affirmed.

The phrase, "to transform algebraic expressions purposefully and to interpret algebraic expressions," means that students can interpret quantities and quantitative relationships represented by algebraic expressions as they try to explain the validity of relationships among quantities or geometrical figures by modifying algebraic expressions with letters and also while creating equivalent expressions as they solve equations.

The differences between domain " A. Numbers and Algebraic Expressions " of the current and the previous revisions are summarized here:

In grade 1 of lower secondary school, it was decided to discuss the following: sets of numbers and the possibility of understanding arithmetic operations; representing size relationships using inequalities, and solving simple proportions in relationship to the study of linear equations with one variable.

In grade 3 of lower secondary school, it was decided to deal with rational and irrational numbers and also to solve quadratic equations using the quadratic formula.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
磯田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

B 図形

(1) 「図形」指導の意義

我々は身の回りにあるさまざまなものについて，材質，重さ，色などは除いて,「形」「大きさ」「位置関係」という観点からとらえ考察することがよくある。

このような立場でものをみたものが図形であり，それについて考察できるようにすることが中学校数学科における指導の大切なねらいの一つである。

中学校数学科の図形指導の意義については，次の二つの面が考えられる。

- 身の回りの事象を「形」「大きさ」「位置関係」という観点から考察することが多いので，平面図形や空間図形についての基礎的な概念や性質についての理解を深め，それを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てること。
- 図形に対する直観的な見方や考え方及び図形の性質を数学的な推論の方法によって考察する過程を通して養われる論理的な見方や考え方は，中学校数学科に限らず，いろいろな分野での学習において重要な役割を果たすものであり，論理的に考察し表現する能力を一層伸ばすこと。

① 図形の概念形成と性質の理解について

前述した図形に関する概念や性質の理解とそれを活用して考えたり判断したりしようとする態度の育成については，次のアからウを目標として指導が行われる。

ア 基本的な図形の概念や性質を理解する

ここでは，三角形，四角形，円などの平面図形の性質，図形の移動，合同や相似の概念，空間図形における直線や平面の位置関係及び柱体，錐体，球などの空間図形の概念とその性質などについて学習する。

これらの内容は，小学校でもその一部分は学習しているが，中学校では，まとまった形で，しかも系統的に取り扱う。

イ 図に表現したり，正しく作図したりする能力を身に付ける

図形についての学習である以上，図を正しく作図する技能が要求されていることはいうまでもない。一般に，作図といえば，定規とコンパスによるいわゆる基本の作図やその活用が考えられるが，ここで述べているのはそればかりではなく，図形の移動や空間図形の構成などを考える際に図をかくことを含め，幅広く考えている。

したがって，ここでは目的に応じて図形を正しくかく能力だけでなく，できあがった図形が条件に適するものであるか否かを振り返って考える能力や態度の育成をも重視している。

このような能力は，アで述べた図形の概念や性質の理解が基礎になっているのであるが，他方，ここでの作図の学習を通して図形の概念が一層確実に形成されていくと考えられる。

したがって，アとイは別個のものではなく，互いに関連付けて学習の効果を高めるようにすることが必要である。

ここにはまた，空間図形の表現に関する能力の育成も含まれる。空間図形をそのままの形で平面上に表現することはできないので，空間図形の特徴を調べるには，見取図や展開図及び投影図を目的に応じてかくことが必要になる。

ウ 図形についての知識及び技能を活用する能力を伸ばす

アで習得した基本的な図形の概念と性質に関する知識は，図で表現する能力と合わせて，それ以後の図形学習の基礎となるだけでなく，中学校数学科を含めた学習活動全般に活用できるものでもある。ここでは，図形についての知識及び技能を広く活用する能力の育成を目指している。

B. Geometrical Figures

(1) Purposes of teaching "Geometrical Figures"

Often times, we examine objects in our surroundings by focusing on their "shape", "size", and "positional relationship" while ignoring such characteristics as composition, weight, and color.

When objects are observed from such a perspective, we are dealing with geometrical figures. One of the important goals of lower secondary school mathematics is to enable students to examine geometrical figures.

The purposes of teaching geometrical figures in lower secondary school mathematics possess the following two aspects:

- To foster the desire and attitude in students of deepening their understanding of the basic concepts and properties of plane and solid figures and to use them in reasoning and making judgments because it is common to examine phenomenon in our surroundings from the perspective of "shape," "size," and "positional relationship."

- To further extend students' abilities to reason and express logically because both intuitive and logical ways of observing and reasoning about geometrical figures, are developed through the study of properties of geometrical figures mathematically, and play important roles not only in lower secondary school mathematics but also in many other fields of study.

① About the concept formation of geometrical figures and the understanding of their properties

The following are three goals of instruction in order to foster the understanding of concepts and properties of geometrical figures and the disposition of using those ideas in reasoning and making decisions.

a. Understanding the concepts and properties of basic geometrical figures
   The properties of plane figures such as triangles, quadrilaterals, and circles, the transformations of geometrical figures, the concepts of congruence and similarity, positional relationships of lines and planes in space, the concepts and properties of solid figures such as prisms, pyramids, and spheres are studied.
   Some of these contents are dealt with in elementary schools however, in lower secondary schools, these topics will be treated cohesively and systematically.

b. Mastering the ability to draw and construct geometrical figures accurately
   In the study of geometrical figures, it goes without saying that the skill to draw and construct geometrical figures is expected. In general, construction refers to basic geometric construction with a compass and a straight edge. However, in this case, other drawings which can be used are also considered, such as those that may be used as we examine transformations of geometrical figures or structures of solid figures.
   Therefore, it is important to consider not only the ability of drawing figures accurately but also the ability and disposition of reflecting on the appropriateness of the completed drawings.

These abilities depend on the understanding of concepts and properties of geometrical figures discussed in (a). However, it is also the case that the concept of geometrical figures will be more firmly established through the study of drawing and construction discussed here.

Therefore, the ideas discussed in (a) and (b) are not independent of each other and it is necessary that they are studied in connection with each other for more effective learning.

This goal also includes the development of the ability of representing solid figures. Since we cannot represent solid figures on a plane as they are, we must use drawings such as sketches, nets, and projections that are appropriate for the purposes.

c. To extend the ability of using knowledge and skills related to geometrical figures
   The knowledge about the concepts and properties of basic geometrical figures learned through (a), along with the ability of representing them in drawings, will become the foundation for not only the later study of geometrical figures but also for the study of lower secondary school mathematics in general. The goal here is to develop the ability to use knowledge and skills about geometrical figures.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

② 論理的な思考力の育成について

論理的な思考力の育成については，次のア及びイを目標として指導が行われる。

ア 図形に対する直観や洞察の能力を伸ばす

小学校算数科では図形について直観的な取扱いをしており，それを通して，図形に対する直観的な見方や考え方についての能力はかなり高まってきているといえる。中学校数学科ではそれをより広くし，また，内容的にも一層深めていくことを目指している。

図形に対する直観や洞察は，図形の性質の根底にある本質的なものを見抜くことであって，論理的な思考力に裏打ちされていることが必要であり，論理的な思考を導くはたらきをすることもある。このような能力が，中学校数学科における図形学習を通してさらに高められるようにする。

イ 数学的な推論の理解と論理的に表現する能力を伸ばす

推論の進め方には，帰納的に考えること，類推的に考えること，演繹的に考えることなどがあり，これらは小学校の時から自然な形で指導されている。

中学校数学科では，これらの推論の方法の違いについて理解できるようにし，必要な場面に応じて適切に用いることができるようにすることがその指導の大きなねらいである。一般に帰納的に考えることや類推的に考えることは，具体的経験に基づいてより一般的な法則を予想し発見していく大切な方法である。

しかし，帰納的に考えることや類推的に考えることによって導かれた事柄は必ずしも正しいとは限らないこと，また，その事柄が正しいことを確かめるためには，演繹的に考えることが必要であることを理解できるようにする。

例えば,「三角形の三つの内角の和は 180° である」ということを，いくつかの三角形から帰納的に考えることによって見いだすことができる。しかし，そのことがすべての三角形について成り立つことを示そうとすると，帰納的に考えることでは不可能であり，演繹的に考えることによらざるを得ない。このように，帰納的に考えることや類推的に考えることは新たな事柄の発見のために，演繹的に考えることはその発見された事柄が正しいことを説明するために大切であるということを理解し，それらの方法を場面に応じて適切に活用できるようにする必要がある。

なお，生徒は小学校においても三つの推論の方法を学習してきている。

例えば，帰納的に考えることによって「三角形の三つの角の和は 180° である」ということを見いだし，そのことを基にして演繹的に考えることによって四角形の角の大きさの和を筋道立てて説明することを学習してきている。

中学校数学科の大きな特徴は,「B図形」の領域において，演繹的な推論の方法を活用することにある。

さらに，演繹的な推論には，図形の概念や性質が，個々ばらばらにではなく，体系的に整理されるという利点もある。また，中学校は生徒の発達の段階からみても，演繹的な推論の進め方に興味・関心をもち，そのような能力も高まっていく時期である。

したがって，数学的な推論の必要性と意味及びその方法の理解も図形指導の重要な目標となる。

② About the development of logical reasoning

The following are the goals of instruction with respect to the development of logical reasoning.

a. To extend the ability of gaining insights about geometrical figures
In elementary school mathematics, geometrical figures were handled empirically, and, through the study of geometrical figures, students' intuitive ways of observing and thinking about geometrical figures developed to a certain level. The lower secondary school mathematics aims to broaden students' abilities and to also deepen the contents.

Intuition and perception about geometrical figures allow us to detect the essence behind the properties of geometrical figures. They should be backed up by logical reasoning, but they can also guide logical reasoning. The aim of the study of geometrical figures in lower secondary school mathematics is to improve these abilities.

b. To help students understand mathematical reasoning and extend the ability to express logically
Forms of reasoning include inductive reasoning, analogical reasoning, and deductive reasoning. Naturally, these are taught starting in elementary school.

In lower secondary school mathematics, the major goal is for students to understand the differences among these forms of reasoning and to be able to use them appropriately. In general, inductive and analogical reasoning are important methods used to discover general properties from concrete experiences.

However, students are to understand that conclusions obtained through inductive or analogical reasoning are not always valid and deductive reasoning is necessary to validate them.

For example, we may inductively conclude that "the sum of the three interior angles of a triangle is 180°" by examining several triangles. However, it is impossible to show that this is true with all triangles inductively, and we must use deductive reasoning. As in this example, students are to understand that inductive or analogical reasoning is important to discover new ideas while deductive reasoning is important to explain the validity of the discovery. It is necessary that students can use appropriate reasoning.

Students learn these three forms of reasoning in elementary schools, too.

For example, students discover inductively that "the sum of three interior angles of a triangle is 180°". Then, based on this idea, students learn to explain the sum of angles in a quadrilateral using deductive reasoning, making the rationale explicit.

A major unique feature of lower secondary school mathematics is the use of deductive reasoning in the content domain, "B. Geometrical Figures".

This is because of the following reasons: the contents about geometrical figures are suitable for the study of deductive reasoning, many problems may be examined, and the process of reasoning can be illustrated visually in geometrical figures.

Another benefit of deductive reasoning is that concepts and properties about geometrical figures may be organized systematically instead of just as a collection of unrelated ideas. Moreover, students in lower secondary schools are in the developmental stage where they are interested in deductive reasoning and their ability to carry out such reasoning is also increasing.

Therefore, an important objective of instruction of geometrical figures is the understanding of the meaning and the need for mathematical reasoning and their methods.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

中学校数学科のこの目標を達成するためには，まず，推論の基礎となる定義の意味及び推論の進め方が理解されなくてはならない。その際，根拠として何を使ってよいのかなどの指導をすることによって，数学的な推論の意味とその方法が理解されるようにする必要がある。

もともと論証とは，ある事実が正しいことをまず自分が納得し，他人を説得する手だてである。したがって，図形による論証指導を通して，自分はもちろん他人をも納得させることができるよう筋道を立てて表現する能力を育成することが重要である。

筋道を正しく表現すること自体，推論の能力を高めることになる。

そのような表現する能力を育成するためには，生徒が考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動を通して，数学的に表現することのよさを実感できるようにすることが大切である。生徒なりの説明に耳を傾け，論理の進め方の指導に力点を置き，これを筋道を立てて他者に分かりやすく説明することができるように，段階を踏んだ指導を計画する必要がある。この指導過程において特に留意する必要があるのが，第 1 学年の図形指導の段階である。

ここでの作図や空間図形の指導は論理的に考察する能力を培う段階であり，単なる操作や作業だけに終始しないようにする必要がある。

(2) 指導内容の概観

小学校算数科における取扱い

小学校における図形の学習は，操作的な活動や直観的な取扱いが中心である。観察，構成などの活動を通して，図形を構成する要素や位置関係などが扱われている。「C図形」の領域における主な内容は次の通りである。

ア　第 4 学年までに，学習する図形は，三角形，四角形，正方形，長方形，直角三角形，二等辺三角形，正三角形，円，球，平行四辺形，ひし形，台形，立方体，直方体である。また，図形の構成要素として，直線，直角，辺，頂点，面，角，中心，半径，直径，対角線，平面を学習している。さらに，図形の見方や調べ方として，観察や構成などの活動，辺の長さを比べること，角の形に着目すること，直線などの平行や垂直などの関係，見取図や展開図をかくこと，ものの位置を表すことなどについて学習している。

イ 第 5 学年では，多角形や正多角形，図形の合同について学習している。
また，図形の性質を見いだし，それを用いて図形を調べたり構成したりしている。さらに，円周率の意味，角柱や円柱について学習している。学習する図形などとして，底面，側面，合同，円周率，多角形，正多角形，角柱，円柱などがある。

ウ　第 6 学年では，縮図や拡大図，対称な図形について学習している。

また，図形については「B量と測定」の領域においても学習している。その主な内容は，次の通りである。

エ 第 4 学年までに，量の比較や測定に関する内容については，長さ，面積，体積の直接比較や測定，面積の求め方 (正方形，長方形)，角の大きさの測定などを学習している。

オ　第 5 学年では，三角形，平行四辺形，ひし形及び台形の面積の求め方を学習しいる。また，体積の単位 (cm^3，m^3) や立方体及び直方体の体積の求め方を学習している。

カ　第 6 学年では，身の回りにある形の概形をとらえ，おおよその面積などを求めることや，円周率として 3.14 を用いて円の面積を求めることを学習している。また，角柱及び円柱の体積の求め方やメートル法の単位の仕組について学習している。

In order to achieve this objective, students must first understand the meaning of definitions, which is the foundation of reasoning, and also the methods of reasoning. It is necessary to teach them about what ideas can be used as rationale so that students may understand the meaning and methods of mathematical reasoning.

Reasoning is a process of validating a certain idea first to oneself and then to convince others. Therefore, through the instruction of reasoning about geometrical figures, it is important to develop students' ability not only to convince oneself but to convince others by making a logical argument.

Expressing one's own thinking process logically contributes to the development of the ability to reason.

In order to develop such an ability, it is important for students to be able to experience the value of expressing their ideas mathematically through activities in which they must explain and communicate their thinking processes and ideas by using mathematical representations. Instruction needs to proceed gradually, first listening to students' own ways of explanation, then by emphasizing how to make a logical argument, and finally by enabling them to explain their argument to others coherently. With respect to this instruction process, teaching of geometrical figures in grade 1 of lower secondary school requires special consideration.

The teaching of geometric construction and solid figures at this level is a step in cultivating the ability to logically examine situations. Therefore, it is necessary that teaching will not just focus on manipulation and procedures.

(2) Overview of Content

Treatment in Elementary School Mathematics

In elementary schools, the study of geometrical figures focuses on manipulation and intuitive treatments. Through activities such as observation and construction, ideas such as constituent parts of geometrical figures and positional relationships are discussed. The main content in domain, "C. Geometrical Figures", are as follows.

a. Geometrical figures that have been studied by the end of grade 4 are triangles, quadrilaterals, squares, rectangles, right triangles, isosceles triangles, equilateral triangles, circles, spheres, parallelograms, trapezoids, cubes, and rectangular prisms (cuboids).

   In addition, lines, right angles, sides, vertices, faces, angles, centers, radii, diameters, diagonals, and planes are discussed as constituent parts of geometrical figures.

   Moreover, as a way to view and examine geometrical figures, activities used to observe and construct figures, compare the lengths of sides, focus on the shapes of angles and relationships of lines such as perpendicular and parallel, drawing sketches and nets, and representing the positions of objects are studied.

b. In grade 5, polygons, regular polygons, and the congruence of geometrical figures are discussed.

   Furthermore, various properties of geometrical figures and the construction of geometrical figures using those properties are learned. The meaning of the ratio of circumference (π), prisms, and cylinders are also discussed.

   The geometrical figures and ideas discussed include bases, lateral faces, congruence, the ratio of circumference, polygons, regular polygons, prisms, and cylinders.

c. In grade 6, reduced and enlarged drawings and symmetrical shapes are discussed. We also discuss geometrical figures in domain "B. Quantities and Measurements." The primary contents are as follows:

d. By the end of grade 4, the following topics related to the comparison and measurement of quantities are discussed: length, area, direct comparison and measurement of volume, how to determine the area of rectangles and squares, and angle measurements.

e. In grade 5, ways to calculate the area of triangles, parallelograms and trapezoids are discussed. Units of volume (cm^3, m^3) and how to determine the volume of cubes and rectangular prisms are also discussed.

f. In grade 6, estimating the area of shapes from our surroundings by approximating them, and calculating the area of circles, using 3.14 as an approximation for π, are discussed.

   How to determine the volume of prisms and cylinders as well as the structure of the Metric System are also discussed.

中学校数学科における取扱い

今回の改訂では，すべての学年で「観察，操作や実験などの活動を通して」という文言が入っている。

これは，不思議に思うこと，疑問に思うこと，当面解決しなければならない課題などをよく観察し，見通しをもって結果を予想したり，解決するための方法を工夫したり，予想した結果を確かめたりするために観察，操作や実験などの活動を通して，図形の学習を行うことをねらいとしている。

なお，小学校算数科では「B量と測定」,「C図形」の二つの領域に分けて図形やその計量を取り扱っている。

しかし，中学校数学科においては，図形の定性的側面と定量的側面の両方を関連付けて考察することが重要であるので，図形の性質やその計量に関する内容を「B図形」の領域の中で取り扱うこととする。

各学年の主な内容は次の通りである。

ア 第1学年

- 観察，操作や実験などの活動を通して，見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培う。
- 観察，操作や実験などの活動を通して考察し，空間図形についての理解を深めるとともに，図形の計量についての能力を伸ばす。

第1学年では，観察，操作や実験などの活動を通して，図形についての直観的な見方や考え方を深めることを中心としながら，論理的に考察し表現する能力を培っていく。

まず，小学校において学習した平面図形の対称性に着目して，見通しをもって角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線など基本的な作図をする。図形の対称性に着目したり，図形を決定する要素に着目したりして自分で作図の手順を考え，その手順を順序よく説明する。

また，図形の移動 (平行移動，対称移動及び回転移動) について理解し，移動の見方から二つの図形の関係について調べることを通して，図形に対する見方を一層豊かにする。

さらに，空間における直線や平面の位置関係を知ったり，直線や平面図形の運動によって空間図形を構成したり，空間図形を平面上に表したり，平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすることを学習する。また，図形の計量に関して，扇形の弧の長さと面積，基本的な柱体，錐体及び球の表面積と体積を扱う。

As for the treatment in lower secondary school mathematics in the current revision

It should be noted that the phrase, “through activities of observing, manipulating and experimenting”, is inserted in every grade level.

The purpose of this phrase is to proceed with the study of geometrical figures through activities used to observe, manipulate, and experiment in order to resolve the wondering, questioning, or immediate problems, to predict outcomes with good foresight, to devise a plan to solve the problem at hand, and to confirm the anticipated results.

In elementary school mathematics, the study of geometrical figures and their measurements are studied in two separate domains, ”B. Quantities and Measurements” and ”C. Geometrical Figures.”

However, in lower secondary school mathematics, because it is important to examine both properties of geometrical figures and their measurements in relationship to each other, both properties of geometrical figures and their measurements are studied in domain, ”B. Geometrical Figures.”

The main contents in each grade are as follows:

a. Grade1 of lower secondary school

- By using activities of observation, manipulation and experimentation, students’ understanding of plane figures are deepened by constructing geometrical figures with foresight and investigating relationships of geometrical figures, and by cultivating the ability to logically examine and express their own ideas.
- Activities of observation, manipulation and experimentation, examine and deepen students’ understanding of solid figures and extend students’ abilities to measure geometrical figures.

In grade 1 of lower secondary school, the focus will be to deepen students’ abilities to empirically view and think about geometrical figures through activities of observation, manipulation and experimentation. Students’ abilities of examining and expressing their own ideas logically should be cultivated.

First, by focusing on the similarities of geometrical figures, discuss the basic geometric construction such as bisecting an angle, drawing the perpendicular bisector of a segment, and drawing a perpendicular line. Students are to think about the steps of construction on their own by thinking about symmetry of geometrical figures and their defining characteristics, and they should be able to explain the steps coherently.

Also, enrich students’ ways of viewing geometrical figures by understanding the transformations of geometrical figures (translation, reflection, and rotation) and by examining the relationships of two figures from the perspective of geometric transformation.

Furthermore, students are to know positional relationships of lines and planes in space. In addition, forming solid figures by moving lines or plane figures, representing solid figures on a plane, and interpreting properties of solid figures from their representations on a plane are also discussed. As for measurement of geometrical figures, arc length and area of sectors, the volume and surface area of basic prisms and pyramids as well as spheres are discussed.

イ 第 2 学年

- 観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめることができるようにする。
- 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに，図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を養う。

この学年から，いわゆる論証によって図形の性質を調べることが取り扱われるようになる。ここでは，主として基本的な平面図形を扱う。

観察，操作や実験などの活動を通して，三角形や多角形についての角の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめる。

また，平面図形の合同の意味を理解し，三角形や平行四辺形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめる。

さらに，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだすことも学習する。

ウ　第 3 学年

- 図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を伸ばし，相似な図形の性質を用いて考察できるようにする。
- 観察，操作や実験などの活動を通して，円周角と中心角の関係を見いだして理解し，それを用いて考察することができるようにする。
- 観察，操作や実験などの活動を通して，三平方の定理を見いだして理解し，それを用いて考察することができるようにする。

この学年では，第 2 学年に引き続き図形について数学的な推論に関する能力を伸ばし，図形について見通しをもって論理的に考察することができるようにすることを目指している。三角形の相似条件などを用いた図形の性質の証明，平行線についての線分の長さの比の性質，円周角と中心角の関係，三平方の定理などは，そのような能力を伸ばすのにふさわしい内容といえる。

ここで,「B図形」の領域について，前回の学習指導要領との相違点をまとめておく。第 1 学年においては，線対称，点対称，角柱や円柱の体積を小学校から取り扱うこととし，高等学校の内容であった球の体積と表面積をこの学年に移すこととした。また図形の移動 (平行移動，対称移動及び回転移動)，投影図をこの学年で扱うこととした。

第 2 学年においては，と中心角の関係を第 3 学年に移すこととした。

第 3 学年においては，第 2 学年の内容であった円周角と中心角の関係をこの学年に移し，円周角の定理の逆とともに扱うこととした。

また，高等学校の内容であった相似な立体の面積比・体積比をこの学年で扱うこととした。

b. Grade 2 of lower secondary school

- Through activities of observation, manipulation and experimentation, students are to discover properties of basic plane figures and to verify them using properties of parallel lines.
- Help students understand congruence and deepen their ways of perceiving geometrical figures. Foster their ability to examine and express their own ideas logically by verifying properties of geometrical figures based on the congruence conditions of triangles.

Starting in this grade level, properties of geometrical figures will be examined through reasoning. In this grade, basic plane figures are the primary objective.

Through activities of observation, manipulation and experimentation, students are to discover the properties about angles in triangles and other polygons, and verify those properties using the properties of parallel lines.

Students are to understand the meaning of congruence of plane figures, and also to verify properties of triangles and parallelograms by using ideas such as the congruence conditions of triangles.

They will also study about discovering new properties by reading proofs of properties of geometrical figures.

c. Grade 3 of lower secondary school

- Students are to verify properties of geometrical figures based on such ideas as the similarity conditions of triangles. Extend their ability to examine and express their own ideas logically and enable them to examine by using properties of similar figures.
- Through activities of observation, manipulation and experimentation, students discover the relationship between inscribed angles and the central angles. They are to become able to use the relationships in their future examination of geometrical figures.
- Discover the Pythagorean Theorem through activities of observation, manipulation and experimentation, and enable students to use it in their future examination of geometrical figures.

In this grade, the students' abilities of reasoning mathematically that was cultivated in grade 2 of lower secondary school will be extended. The aim is to enable students to logically examine geometrical figures. Topics such as proving properties of geometrical figures using the similarity conditions of triangles, comparing lengths of segments in relationship to parallel lines, the relationship of inscribed angles and central angles, and the Pythagorean Theorem, are particularly appropriate in extending this ability.

We will summarize the difference from the prior COS in the domain, "B. Geometrical Figures." It was decided that line and point symmetry and volume of prisms and cylinders that were discussed in grade 1 of lower secondary schools has been shifted down to elementary schools. Volume and surface area of spheres have been shifted down to grade 1 of lower secondary school from upper secondary school.

Geometric transformation (translation, reflection, and rotation) and projection of geometrical figures are discussed in this grade.

The relationship between inscribed angles and central angles has been shifted from grade 2 to grade 3 of lower secondary school.

In grade 3 of lower secondary school, the relationship between inscribed angles and central angles has been shifted to grade 3 from grade 2. The converse of the Central Angle Theorem is also discussed.

Moreover, the ratios of area and volume of similar figures has been shifted from upper secondary school to this grade level.

C 関数

(1)「関数」指導の意義

自然現象や社会現象などの考察においては，考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存，因果などの関係に着目して，それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である。中学校数学科においても，いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的にとらえ，数学的に考察し処理できるようにすることをねらいとする。

そのために，中学校数学科では，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を 3 年間を通して徐々に高めていくことが大切である。

中学校数学科の関数指導の意義は，次の二つの面が考えられる。

- 身の回りの具体的な事象を考察したり理解したりするためには関数的な見方や考え方を必要とする場面が多いこと。
- いろいろな関数についての理解及びそれらの学習を通して養われる関数的な見方や考え方は，数学のいろいろな分野のこれまでの学習のとらえ直しやこれからの学習において重要な役割を果たすこと。

① 関数と表，式，グラフ

中学校数学科では，小学校算数科における学習の上に立ち，数の範囲の拡張や文字を用いた式と関連付けて関数の概念を理解するとともに，関数を用いて具体的な事象をとらえ説明することを通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養い，関数的な見方や考え方を一層伸ばす。このうち，関数の概念の理解について，中学校数学科においては，次のア，イを目標として指導が行われる。

ア　関数についての基礎的な概念や性質を理解できるようにする

伴って変わる二つの数量の変化や対応を調べることを通して，比例，反比例，一次関数，関数 $y = ax^2$ を文字を用いた式によって表し，グラフの特徴や変化の割合などの関数の性質を理解する。その際，関数に関連した基礎的な概念である座標や，変数と変域を理解できるようにする。

イ　表，式，グラフを相互に関連付けて関数について調べる能力を伸ばす

関数の特徴を見いだすのに，表，式，グラフが有効であることを理解し，伴って変わる二つの数量の変化や対応を，表，式，グラフによって表現することによって関数の特徴を能率的に調べることができるようにする。特に，中学校数学科では，式の形に着目して関数を調べることができるようにする。

二つの数量の関係を表に表し，その表を基に変化の様子を調べ，対応のきまりを見いだし，それを式で表現する。また，式を基に表を作って変化の様子を調べたり，式から変化の割合を求めたりする。さらに，表や式を基にグラフをかいて変化の様子を調べる。

このようにして，表，式，グラフを単独で用いるのではなく相互に関連付けて関数の特徴を調べる能力を伸ばすことを重視する。

C. Functions

(1) Purposes of teaching "Functions"

In examining natural and social phenomena, it is effective to concisely grasp and represent various relationships such as correspondence relationships, dependence, and causal relationships in those phenomena. In lower secondary school mathematics, an aim is to enable students to capture relationships and rules in various phenomena mathematically so that they can be mathematically examined and processed.

Therefore, in lower secondary school mathematics, it is important to gradually increase students' abilities to identify two quantities in the phenomena and to represent and examine their functional relationships during the three years of lower secondary school.

The following two aspects may be considered with respect to the purposes of teaching functions in lower secondary school mathematics:

- Functional ways of viewing and thinking are often necessary to examine and understand phenomena in our surroundings.
- Functional ways of viewing and thinking, which have developed through the study of various functions, play an important role in reflecting on what has been learned as well as future learning in various fields of study.

① Functions, and their tables, algebraic expressions, and graphs

Based on elementary school mathematics, lower secondary school mathematics aims to help students understand the concept of functions in relationship to the expansion of the range of numbers and algebraic expressions with letters. At the same time, it aims to develop students' abilities to identify, represent, and examine functional relationships as they try to grasp and explain concrete phenomena, as well as extend the ability to view and think using functions. The following are two goals of teaching functions in lower secondary school mathematics:

a. To help students understand the basic concepts and properties of functions.

   Through the examination of variation and correspondence of two quantities, help students understand the unique features of graphs, rates of change, and other properties of functions by representing the relationships, such as direct and indirect proportions, linear functions, and functions in the form of $y = ax^2$, in the form of algebraic expressions with letters. At the same time, also help students to understand the concepts of coordinates, variables, and domains: the fundamental concepts related to functions.

b. To extend students' abilities to investigate functions by connecting tables, algebraic expressions, and graphs.

   Students are expected to understand that tables, algebraic expressions, and graphs are useful in identifying unique features of functions. Enable students to investigate features of functions efficiently by representing variations and correspondences of two quantities that are changing simultaneously by using tables, algebraic expressions, and graphs. In lower secondary school mathematics, examination of functions through the focusing on forms of algebraic expressions is emphasized.

Students are to represent the relationships between two quantities in tables and then investigate the way the quantities vary using a table. They may then discover a pattern of correspondence and be able to represent it in an algebraic expression. Moreover, students are to investigate the way of variation by creating a table from an algebraic expression, and also to determine the rate of change from an algebraic expression. They are to also investigate the way quantities vary by drawing graphs from an algebraic expression or a table.

As shown here, the emphasis is to extend students' abilites in using tables, algebraic expressions, and graphs by making connections among them instead of treating them individually.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

② 関数を用いて事象をとらえ説明すること

このことについて，中学校数学科においては，次のア，イを目標として指導が行われる。

ア 関数を活用し説明する能力を伸ばす

関数を日常生活や数学の具体的な場面で活用し説明できるようにする。

関数は，自然現象や社会現象を能率的に記述し考察するために生まれてきたものであり，表，式，グラフを用いて表現し明らかになった事柄を他者に説明することで，その理解は一層深められる。

日常生活における関数の利用においては，事象の中にある関係を理想化したり単純化したりしてとらえること，すなわち，事象の中にある数量の関係を既習の関数と仮定して処理し，導かれた結果を事象に照らして判断し説明することが重要である。

その際，導かれた結果は仮定が妥当な範囲においてのみ適用できることに注意しなければならない。また，既習の数学の内容を関数の視点から動的な関係として見直すことにより，変わるものの中で変わらない性質を見抜き，それを他者に説明することにより事柄の理解が一層深まる。

イ　関数的な見方や考え方を用いて事象をとらえる態度を養う

関数関係を見いだし表現し考察することを通して，関数的な見方や考え方を養うようにする。

例えば，さまざまな問題解決において，既知の事柄を使って未知の事柄について予測しようとしたり，より考えやすいものに移しかえて解決を図ろうとする態度を養う。こうして，関数的な見方や考え方を活用することによって，さらに，そのよさが分かるようにする。

② Grasping and explaining phenomena using functions

For this idea, the lower secondary school mathematics will aim at the following:

a. To extend students' abilities in explaining the usage of functions

Enable students to use functions in explaining daily and mathematical situations.

Functions were developed to efficiently record and examine natural and social phenomena. The understanding of functions can be deepened through explaining to others the things that became clear by representing them in tables, algebraic expressions, and graphs.

With respect to the use of functions in our daily life, it is important to capture relationships in phenomena by idealizing or simplifying them, that is, to assume quantitative relations in phenomena to be known functions, so that problems may be processed and the obtained results are interpreted by examining them in context.

It is important to note that the results obtained may be applicable within the range in which our assumptions are valid. Moreover, the understanding of previously learned contents may be deepened by re-examining them more dynamically from the viewpoint of functions, by identifying what stays constant among the things that are changing, or by explaining those ideas to others.

b. Nurture the disposition of using ways to observe and think with functions to grasp phenomena

Nurture the ways of observing and thinking with functions by identifying, representing, and examining functional relationships.

For example, nurture the attitude to solve various problems by making predictions about unknown situations using known situations or by transforming the situations to make them easier to think about.

Help students understand the merits in observing and thinking with functions by using them.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(2) 指導内容の概観

小学校算数科における取扱い

小学校算数科では，児童の経験を基に，伴って変わる二つの数量の関係について学習している。
その主な内容は次の通りである。

ア　第 4 学年までに，伴って変わる二つの数量の関係を調べたり，変化の様子を折れ線グラフに表し，変化の特徴を読み取ったりすることや，身の回りから伴って変わる二つの数量を見つけ，数量の関係を表やグラフに表し調べることを学習している。
　また，ものの位置の表し方について学習している。

イ 第 5 学年においては，表を用いて，伴って変わる二つの数量の関係を考察し，簡単な場合について比例の関係があることを知ることを学習している。また，数量の関係を表す式について理解を深め，簡単な式で表される関係について，対応や変わり方に着目することを学習している。

ウ 第 6 学年においては，比例の関係について理解し，これを用いて問題を解決することや，比例の関係について理解を深めることをねらいとして反比例について知ることを学習している。

今回の改訂においては，これまで第 3 学年から設けていた「数量関係」の領域を第 1 学年から設け，6 年間を通じて学習できるようにしている。また，第 5 学年と第 6 学年で比例を学習するなど，スパイラルな教育課程に基づく学習が重視されている。

反比例については，第 6 学年で学習することになった。

中学校数学科における取扱い

中学校数学科では，具体的な事象を通して，関数関係を見いだし表現し考察することを学習する。

小学校算数科での学習との違いは，変域に負の数が含まれること，グラフを座標平面上にかくこと，関数を表すのに文字を用いた式が使われることである。

また，今回の改訂では，中学校第 1 学年で関数関係の意味，第 3 学年でいろいろな事象と関数関係が指導される。

また，全学年を通して，表，式，グラフを相互に関連付けること，関数を用いて具体的な事象をとらえ説明することが強調されている。

(2) Overview of Contents

Treatment in the Elementary School Mathematics

In the elementary school mathematics, students studied two co-varying quantities based on their experiences. The main contents are as follows:

a. By the end of grade 4, students have learned to investigate two quantities that vary simultaneously, to represent and interpret the way quantities change from broken line graphs, to identify co-varying quantities from their surroundings, and how to investigate quantitative relationships by representing them in tables or graphs.

   They have also learned how to represent positions of objects.

b. In grade 5, students are to examine relationships between two quantities by using tables, and they also study simple cases of direct proportional relationships. In addition, they are to deepen their understanding of algebraic expressions that represent quantitative relationships. They learn to focus on the way quantities correspond and change in order to examine quantitative relationships that can be represented in simple algebraic expressions.

c. In grade 6, students are to understand direct proportional relationships and use them to solve problems. Also, in order to deepen their understanding of direct proportional relationships, they study inverse proportional relationships.

In the current revision, the domain, "Quantitative Relations," is established starting from grade 1 instead of grade 3, as was the case in previous revisions, so that it can be studied in all 6 years of elementary school. Moreover, as the example of the treatment of direct proportional relationships in grades 5 and 6 shows, a curriculum based on the spiral approach is being emphasized.

It was decided that inverse proportional relationships would be taught in grade 6.

Treatment in Lower Secondary Schools

In the lower secondary school mathematics, students are taught to identify, represent, and examine functional relationships through concrete phenomena. The differences from the elementary school mathematics are the inclusion of negative numbers in the domains of functions, the use of the coordinate plane for graphing, and the use of letters in algebraic expressions.

In this revision, the meaning of functional relationships is taught in grade 1 of lower secondary school while various phenomena and functions are discussed in grade 3.

In addition, in every grade level, the emphasis is placed on grasping and explaining concrete phenomena using functions while making connections among tables, algebraic expressions, and graphs.

ア　第１学年

- 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

第１学年では,「…と…は関数関係にある」,「…は…の関数である」ことの意味を理解し，数量の関係の基本的なモデルとして小学校算数科で学習した比例，反比例を関数としてとらえ直す。そのために，一方の値が決まれば他方の値が一つ決まるという見方，変数と変域，座標などの概念について学習する。

また，小学校算数科では比例，反比例を考察するときの変域は，負でない数であったが，中学校数学科では，これを負の数を含む有理数まで拡張する。このことに伴い，小学校算数科において表，式，グラフのそれぞれで考察していた比例，反比例の特徴を，文字を用いた式 $y = ax$，$y = \dfrac{a}{x}$ により代表し，式に基づき比例，反比例の性質を一般的に考察する。このように，中学校数学科では，関数関係の考察における文字を用いた式の有用性について理解する。なお，文字を用いて比例の関係を式で表すことは今回から小学校算数科で学習することになった。関数関係の表現や処理には，表，式，グラフが用いられる。表，式，グラフについては小学校算数科でもある程度まで学習されているが，中学校数学科では，特に，表，式，グラフを相互に関連付けながら，比例，反比例といった基本的な関数の特徴について理解を深める。

比例，反比例の活用については，比例，反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明する。そのために，具体的な事象を式で表現して，それらが比例，反比例であるかどうかを判断したり，具体的な事象を比例，反比例とみなすことによって問題を解決したりすることができるようにする。その際，判断の根拠や解法を他者に説明することができるようにする。

イ　第２学年

- 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

第２学年においては，第１学年の比例の学習の発展として，一次関数を取り上げ，表，式，グラフを相互に関連付けながら，グラフの特徴や変化の割合など関数の理解を深めることになる。

一次関数の活用については，一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明する。

そのために，具体的な事象を式で表現することによって，それが一次関数であると考えられるかどうかを判断したり，具体的な事象に関する観察や実験の結果を一次関数とみなすことによって，未知の状況を予測したりできるようにするその際，判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明することができるようにする。

また，二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ で，$b \neq 0$ の場合は，変数 x の値が一つ決まれば，y の値がただ一つ決まることから，二つの変数 x と y の関数関係を表す式とみることができる。

このような見方を通して，方程式と関数が統合的に理解できるように指導する。

a. Grade 1 of Lower Secondary School

- Deepen students' understanding of direct and inverse proportional relationships through the examination of how 2 quantities identified in concrete phenomena change and correspond. Cultivate the ability to represent and examine functional relationships.

In grade 1 of lower secondary school, students are expected to understand what it means to say, "... and ... are in a functional relationship," or "... is a function of ..." As a basic model of quantitative relationships, direct and inverse proportional relationships studied in elementary schools will be re-conceptualized as functions. For that reason, ideas such as, when one value is determined, the other value is also determined, variables and the range of values they can assume, and coordinate plane are studied.

In addition, the domains of direct and indirect proportional relationships studied in the elementary school mathematics were non-negative numbers. However, in the lower secondary school mathematics, the domain will be expanded to rational numbers, including negative numbers.

In elementary school mathematics, features of direct and indirect proportional relationships were examined through tables, algebraic expressions, and graphs. Those features will be re-examined more generally as properties based on algebraic expression in the form of $y = ax$ and $y = \frac{a}{x}$. As this illustrates, in the lower secondary school mathematics, students are expected to understand the usefulness of algebraic expressions with letters in the examination of functional relationships. In the current revision, it was decided that representing direct proportional relationships in algebraic expressions with letters would be studied in elementary school mathematics. To represent and process functional relationships, tables, algebraic expressions, and graphs are used. Students have studied tables, algebraic expressions, and graphs in elementary school mathematics somewhat. However, in lower secondary school mathematics, students are to deepen their understanding of the features of basic functions such as direct and inverse proportional relationships.

As a way to use direct and inverse proportional relationships, students are to grasp and explain concrete phenomena using those relationships. Enable students to decide whether or not concrete phenomena represented in algebraic expressions are direct or inverse proportional relationships, and to solve problems by considering concrete phenomena as direct or inverse proportional relationships. Students should be able to explain the rationale behind their judgments or solutions to others.

b. Grade 2 of Lower Secondary School

- Help students understand linear functions through identifying and examining how two quantities identified in concrete phenomena change and correspond. Nurture the ability to identify, represent, and examine functional relationships.

In grade 2 of lower secondary school, as an extension of the study in grade 1, linear functions will be taught. The aim is to deepen the understanding of the features of graphs and the rates of change by making connections among tables, algebraic expressions, and graphs.

As a way to use linear functions, students are to grasp and explain concrete phenomena using linear functions.

Enable students to decide whether or not concrete phenomena represented in algebraic expressions are linear functions and enable them to make predictions about future situations by considering observations or the results of experiments about concrete phenomena as linear functions. Students should be able to explain the rationale behind their judgments or predictability to others.

In linear equations in the form of $ax+by+c = 0$, $b \neq 0$, when the value of x is determined, the value of y is also determined. Therefore, they can be considered as an algebraic expressions that describe functional relationships between variables x and y.

Through this type of perspective, help students develop a unified understanding of functions and equations.

ウ　第 3 学年

- 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して, 関数 $y = ax^2$ について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

第 3 学年においては，これまでの一次関数の学習をさらに発展させ，生徒が日常生活で経験する具体的な事象の中から，比例，反比例，一次関数以外の代表的なものとして関数 $y = ax^2$ を取り扱う。

その際，表，式，グラフを相互に関連付けながら，変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深めることになる。

関数 $y = ax^2$ の活用については，関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明できるようにする。

そのために，具体的な事象を式で表現することによって，それが関数 $y = ax^2$ であると考えられるかどうかを判断したり，具体的な事象に関する観察や実験の結果を関数 $y = ax^2$ とみなすことによって，未知の状況を予測したりすることが大切である。

その際，判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明することができるようにする。

また，事象の中には既習の関数ではとらえられない関数関係があることについて取り扱う。

これらの学習を通して，一意対応としての関数の意味を明確にするとともに，後の学習の素地となるようにする。

ここで,「C関数」の領域について，前回の学習指導要領との相違点をまとめておく。第 1 学年においては，第 2 学年の内容であった関数の用語をこの学年から始めることにした。

第 3 学年においては，高等学校の数学で扱われていた，いろいろな事象と関数をこの学年で取り扱うこととした。

c. Grade 3 of Lower Secondary School

- Help students understand functions of the form, $y = ax^2$ through the examination of how two quantities identified in concrete phenomena change and correspond. Further extend the ability to identify, represent, and examine functional relationships.

In grade 3 of lower secondary school, the study of linear functions is further extended. As a typical example of functions beyond direct and indirect proportional relationships and linear functions that may be found in concrete phenomena encountered by students in everyday situations, functions of the form $y = ax^2$ will be taught.

Deepen the understanding of features of functions such as rates of change and characteristics of graphs by making connections among tables, algebraic expressions, and graphs.

As a way to use functions of the form $y = ax^2$, students are to grasp and explain concrete phenomena using linear functions.

It is important for students to decide whether or not concrete phenomena represented in algebraic expressions are functions in the form, $y = ax^2$, and to make predictions about future situations by considering observations or the results of experiments about concrete phenomena as functions in the form, $y = ax^2$.

Students should be able to explain the rationale behind their judgments or predictability to others.

Also, the fact that there are phenomena that cannot be grasped by the previously learned functions will be discussed.

Through these studies, the meaning of function as the correspondence of one unique value to each value in the domain will be clarified so that it can become the foundation for future study. The differences from the prior revision in domain "C. Functions" are summarized here.

In grade 1 of lower secondary school, terms related to functions are introduced instead of waiting until grade 2, as was the case previously.

In grade 3 of lower secondary school, various phenomena and functions that were discussed in Mathematics I of upper secondary school are now included.

D 資料の活用

(1)「資料の活用」指導の意義

急速に発展しつつある情報化社会においては，確定的な答えを導くことが困難な事柄についても，目的に応じて資料を収集して処理し，その傾向を読み取って判断することが求められる。

この領域では，そのために必要な基本的な方法を理解し，これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して，統計的な見方や考え方及び確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいである。

なお，ここで資料とは，様々な事象から見いだされる確率や統計に関するデータのことである。我々の日常生活においては，不確定な事象について判断しなければならないことが少なくない。

その際，資料を活用することで導かれる情報に基づいて適切に判断することが必要である。この領域の名称を「資料の活用」としたのは，これまでの中学校数学科における確率や統計の内容の指導が，資料の「整理」に重きをおく傾向があったことを見直し，整理した結果を用いて考えたり判断したりすることの指導を重視することを明示するためである。

① 不確定な事象を取り扱うこと

数学は，方程式を解いたり，図形の性質を証明したりするように答えや結論が明確に定まることだけを考察の対象にしているわけではない。この領域においては，全体を把握することが困難だったり，偶然に左右されたりする不確定な事象も，数学の考察の対象であることを実感を伴って理解できるようにする。

また，考察の結果ただ一つの正しい結論が導かれるとは限らないことも，この領域の特徴であることに注意して指導する。

全体を把握することが困難な事象は，ヒストグラムや代表値を用いたり，標本調査を行ったりすることで考察することができる。また，偶然に左右される事象は，確率を用いて考察することができる。

いずれの場合も他の領域と同じように数量や図形を考察の対象とするが，考察の結果導かれるのは事象についての傾向である。

② 問題の解決に取り組むこと

この領域においては，ヒストグラムを作ったり，代表値や確率を求めたりできるようにすることも大切であるが，これらを具体的な事象にかかわる何らかの予測や判断を行うために用いることができるようにすることも重要である。例えば,「確率が $\frac{1}{3}$ である」ことを求めるだけでなく,「確率が $\frac{1}{3}$ である」ことの意味を理解し，それに基づいて判断したり説明したりすることができるようにする。指導においては，生徒がこうしたことを意識できるように，日常生活や社会などにかかわる疑問をきっかけにして，問題を設定しその解決の方策を探り，答えを求めるという目的を持った活動ができるようにすることが大切である。「確率が $\frac{1}{3}$ である」だけでなく,「確率が $\frac{1}{3}$ だから…」も大切にして指導することが必要である。また，こうした活動を通して，予測したり判断したりした結果を具体的な事象との関係で見直し，評価・改善することにも取り組めるようにする。

③ 対象をとらえ説明すること

①，②でも述べたように，この領域においては，ヒストグラムを作ったり確率を求めたりすることだけではなく，それらを基にして事象を考察したり，その傾向を読み取ったりできるようにすることも大切な指導の目的である。

そのためには，日常生活や社会における問題を取り上げ，それを解決するために必要な資料を収集し，コンピュータなどを利用して処理し，資料の傾向をとらえ説明するという一連の活動を生徒が経験することが必要である。

指導に当たっては，不確定な事象を扱うというこの領域の特性に配慮し，正解を求めることができるということだけでなく，生徒が自分の予測や判断について根拠を明らかにして説明できるようにする。

また，それぞれの説明を基にした伝え合う活動を通して，説明の質を高めることができるようにする。

D Making Use of Data

(1) Purposes of teaching, "Making Use of Data"

In our rapidly developing information society, we are often demanded to make judgments by collecting data purposefully and interpreting trends in the data even about situations where definitive answers are difficult to obtain.

The purpose of this domain is to cultivate statistical and probabilistic perspectives and reasoning through understanding and using the basic methods of data analysis to identify and explain trends in data.

Data here refer to the statistical and probabilistic data obtained from various phenomena. In our daily life, we often have to make judgments about uncertain phenomena.

In those situations, it is necessary to make appropriate judgments by using data. In the past revisions, the study of probability and statistics in lower secondary schools tended to emphasize "organizing" data. In this revision, this domain is named, "Making Use of Data," in order to make it clear that the emphasis is on thinking and making judgments using organized data.

① About the treatment of uncertain phenomena

The objects of mathematics are not just those ideas in which definitive answers and results are possible, such as those found when solving equations and proving properties of geometrical figures. This domain aims at enabling students to understand that situations such as features of an entire population or events that are influenced by chance are also objects of mathematical examination.

Also, it should be kept in mind that one of the features of this domain is that the results of this examination are not always one correct conclusion.

When grasping an entire population is difficult, we can still examine it by using histograms, representative values, or sampling techniques. We can use probability to examine the events that are influenced by chance.

As is the case in the other domains, numbers, quantities, and geometrical figures are objects of study, but the results obtained are trends about phenomena.

② About engaging in problem solving

Although it is important for students to be able to actually make histograms or determine representative values or probabilities, it is just as important to make sure that students can use those ideas to predict or make judgments about concrete phenomena.

For example, enable students to not only be able to determine that "the probability is $\frac{1}{3}$" but also understand what it means that "the probability is $\frac{1}{3}$" and use it to make judgments or explain things.

Therefore, in order to teach these topics for students to become aware of these ideas, it is important that they engage in purposeful activities such as taking advantage of problems found in everyday life or society, constructing problems, exploring solution methods, and seeking the answers.

It is necessary to teach students to value not only "the probability is $\frac{1}{3}$" but also "because probability is $\frac{1}{3}$..." In addition, it is important to help students reflect on the predicted results or decisions in light of the concrete phenomena so they can evaluate and improve them.

③ About grasping the objects and explaining

As stated in ① and ②, in this domain, it is important to enable students not only to make histograms or determine probability, but also to use them to examine phenomena or to identify trends.

In doing so, it is necessary that students experience a series of activities: identifying problems from their everyday life or society, collecting data necessary to solve those problems, processing the collected data using tools such as computers, identifying trends, and then explaining their ideas.

As we teach this domain, considerations must be given to the unique feature of this domain, that is, uncertain phenomena are being discussed, so students can not only find the correct answers but also can explain their predictions or decisions as they make the rationale clear.

Moreover, help them improve the quality of their explanations through activities of explaining and communicating their own ideas.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(2) 指導内容の概観

小学校算数科における取扱い

小学校算数科では,「資料の活用」に関係する内容として，資料を分類整理することや，図表に表すこと，相対度数の基になる割合を学習している。その主な内容は次の通りである。

ア 第 4 学年までに，目的に応じて資料を集めて分類整理し，表やグラフを用いて分かりやすく表すことや，棒グラフや折れ線グラフの読み方やかき方について学習している。

イ 第 5 学年では，測定値の平均や百分率について理解する。また，目的に応じて資料を集めて分類整理し，円グラフや帯グラフを用いて表したり，特徴を調べたりしている。さらに，目的に応じて表やグラフを選び，活用することも学習している。

ウ 第 6 学年では，資料の平均や度数分布を表す表やグラフについて知るとともに，具体的な事柄について，起こり得る場合を順序よく整理して調べることを学習している。

中学校数学科における取扱い

中学校数学科では，小学校算数科における指導を受けて，確率と統計について次の内容を取り扱う。

ア 第 1 学年

- 目的に応じて資料を収集し，コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し，代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。

第 1 学年では，小学校算数科における資料の平均や散らばりを調べ，統計的に考察したり表現したりする学習を受けて，ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解し，それらを用いて資料の傾向をとらえ説明することを学習する。

一見すると小学校算数科と同じ内容を繰り返し指導しているようにも見えるが，中学校数学科では取り扱う資料の範囲が身近なものから社会一般的なものへ広がったり，扱う資料も大量になったりする。

また，そうした資料を整理し処理するためのヒストグラムや代表値などの統計的な手法について理解し，その適切な用い方や陥りやすい誤りについても学習する。

ここでは，統計的な手法を用いて資料の傾向をとらえ説明することを重視し，ヒストグラムを作ったり代表値を求めたりすることだけが学習の目標にならないように配慮する。

ヒストグラムや代表値を手作業で作成したり求めたりすることは，その必要性と意味を理解するために有効であるが，作業の効率化を図り，処理した結果を基に資料の傾向を読み取ることを中心とする学習においては，コンピュータなどを積極的に利用するようにする。

また，こうした学習の過程において，誤差や近似値の意味，数を $a \times 10^n$ の形で表すことについても知ることができるようにする。

(2) Overview of Contents

Treatment in Elementary School

As contents related to "Making Use of Data", in elementary school mathematics, the sorting and organizing of data, representing data in graphs and tables, and relative quantities, which are the basis of frequency distribution, are taught. The main contents are as follows:

a. By the end of grade 4, students have learned the following topics: collecting, sorting, and organizing data purposefully, using tables and graphs to represent data for easier understanding, and making and reading bar graphs and broken line graphs.

b. In grade 5, students are expected to understand averages of measurements and percentages. In addition, they study the collection, classification and organization of data purposefully, the representation of data in circle graphs or percentage bar graphs, and the exploration of patterns in data. Furthermore, they learn to use tables and graphs by selecting appropriate format purposefully.

c. In grade 6, students learn about averages, and tables and graphs that represent frequency distribution. They also examine possible outcomes for concrete situations by organizing them systematically.

Treatment in Lower Secondary School

In lower secondary school mathematics, based on the treatment in elementary schools, the following contents on probability and statistics are taught:

a. Grade 1 of Lower Secondary School

- To enable students to identify trends in data collected purposefully by organizing them in tables and graphs, possibly with the assistance of computer, and also by focusing on representative values and the distributions of data.

In grade 1, based on the study of statistical analysis and representations through the examination of averages and distribution of data in elementary school mathematics, students are helped to understand the need for and the meaning of histograms and representative values, and to use those ideas to identify and explain trends in the data.

On the surface, it might appear as if the same contents in elementary school mathematics are discussed. However, in lower secondary school mathematics, data is obtained from a wider range of situations including society in general and the amount of data will be much larger.

Students are expected to understand statistical methods for organizing and processing such data like histograms and representative values. Appropriate use of those methods and common errors are also studied.

An emphasis is on identifying and explaining trends in data using statistical methods. Considerations should be given so that instruction will not focus solely on making histograms or determining representative values.

Although making histograms or determining representative values by hand may be useful to understand why they are needed or what they mean; however, in instruction focusing on the efficient processing of data and identifying trends from the results, tools such as computers should be used actively.

In addition, as students study these contents, they are to learn about the meaning of errors and approximations as well as representing numbers in the form of $a \times 10^n$.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

イ 第2学年

- 不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して，確率について理解し，それを用いて考察し表現することができるようにする。

第2学年では，小学校算数科における起こり得る場合を順序よく整理して調べることの学習を受けて，不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して，統計的確率と数学的確率の両者の意味と関係について理解する。

また，第1学年と同じように，確率を求めることだけが学習の目標にならないようにし，確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを重視する。

なお，今回の学習指導要領の改訂で，起こり得る場合を順序よく整理して調べることは小学校第6学年で指導する内容となったが，このことを基にして確率を求めることは，この学年で初めて指導する内容であることに注意することが必要である。

ウ 第3学年

- コンピュータを用いたりするなどして，母集団から標本を取り出し，標本の傾向を調べることで，母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにする。第3学年では，標本調査の必要性と意味を理解し，簡単な場合について標本調査を行い，母集団の傾向をとらえ説明する。

標本調査に伴う誤りの可能性を定量的に評価することまで取り扱う必要はなく，母集団からその一部を取り出して整理し処理することで，全体の傾向を推し量れることを体験的に理解できるようにすることが大切である。

また，標本を無作為に抽出することと関連して，第2学年の学習内容を振り返ることで，確率の必要性と意味を学び直すことができる。

母集団から標本を抽出する際に必要な乱数を簡単に数多く求めることが必要な場合には，コンピュータなどを積極的に利用する。

また，インターネットなどの情報通信ネットワークを利用して資料を収集したり，様々な標本調査について調べたりすることも考えられる。

母集団から標本を抽出する際に必要な乱数を簡単に数多く求めることが必要な場合には，コンピュータなどを積極的に利用する。

また，インターネットなどの情報通信ネットワークを利用して資料を収集したり，様々な標本調査について調べたりすることも考えられる。

b. Grade 2 of Lower Secondary School

- Through activities of observation and experimentation with uncertain phenomena, students are helped to understand probability and use it to examine and represent the phenomena.

Based on the study of possible outcomes in elementary school mathematics, through activities of observation and experimentation with uncertain phenomena, students are helped to understand the meaning of empirical probability and theoretical probability and their relationship.

As is the case in grade 1 of lower secondary school, the emphasis is on grasping and explaining uncertain phenomena, and to avoid making the goal of learning solely on determining probability.

In the current revision of the COS, examination of possible outcomes by organizing them systematically is a topic to be studied in grade 6 of elementary schools; however, determining probability based on the analysis of possible outcomes is taught for the first time in this grade.

c. Grade 3 of Lower Secondary School

- Help students understand that trends in a population may be identified by collecting data from sample groups, perhaps by using computers, and by examining trends in the samples.

In grade 3, students are to understand the need for and the meaning of sampling, and in simple cases, will conduct sampling to investigate trends in a population.

It is not necessary to discuss errors associated with sample statistics. Rather, it is important that students can experientially understand that trends of a population may be estimated by collecting sample data and processing this data set.

Also, in relation to the idea of random sampling, it is possible to revisit the need for and the meaning of probability, which is in the content of grade 2.

Computers and other tools should be used to generate a large number of random numbers necessary in the sampling process.

It is also possible to use various information and communication networks, such as the Internet, to gather data or to investigate sampling processes.

〔数学的活動〕

(1)「数学的活動」指導の意義

数学的活動とは，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みである。「数学にかかわりのある様々な営み」には，教科の目標の「数学的活動を通して」の説明でも述べた通り，多様な活動が含まれ得るものであり，そのような数学的活動を通した指導は各領域において行われる必要があるものである。

今回の改訂では，数学的活動のうち，特に中学校数学科において重視するものとして，数や図形の性質などを見いだすことや，学んだ数学を利用すること，またその過程で数学的な表現を用いて説明し伝え合うことを内容の〔数学的活動〕に位置付けている。

特にこれらの数学的活動を今後一層重視していくことの意義を，数学的活動の特性及び学習指導要領改訂の基本的な考え方との関係からみると次の通りである。

① 数学的活動の特性

数学的活動は，基本的に問題解決の形で行われる。すなわち，疑問や問いの発生，その定式化による問題設定，問題の理解，解決の計画，実行，検討及び新たな疑問や問い，推測などの発生と問題の定式化と続く。

それら一連の活動を実体験することは，数学を学ぶことの面白さや考えることの楽しさ，数学の必要性や有用性を実感する機会をもたらしてくれるし，そこでは粘り強く考え抜くことが必要になり，成就感や達成感などを基にして自信を高め自尊感情をはぐくむ機会も生まれる。

また，異なる考え方を相互に取り入れ深めていくなど，互いに理解し合うことにもつながる。

したがって，数学的活動は，数学を学ぶための方法であるとともに，数学的活動をすること自体を学ぶという意味で内容でもある。

また，その後の学習や日常生活などにおいて，数学的活動を生かすことができるようにすることを目指しているという意味で，数学的活動は数学を学ぶ目的でもある。それらのバランスをとりつつ，各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，数学的活動の楽しさを実感できるようにし，数学的に考える力を確かにはぐくむことが期待されている。

[Mathematical Activities]

(1) Purposes of teaching "mathematical activities"

Mathematical activities are the various activities related to mathematics where students engage willingly and purposefully. As discussed in the explanation of "through mathematical activities" in the goal of mathematics, "various activities related to mathematics" include a wide range of activities. It is necessary that teaching through mathematical activities should take place in every content domain.

In this revision, the following three types of mathematical activities are particularly emphasized: activities for discovering and extending properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics; activities using mathematics in everyday life and in society; and activities explaining and communicating logically and with clear rationale by using mathematical expressions.

The purposes of further emphasizing these mathematical activities, particularly in light of the characteristics of mathematical activities and the basic policy for the revision of COS, are as follows:

① Characteristics of mathematical activities

In principle, mathematical activities are carried out as problem solving. That is, they are a sequence starting with generating wonder and questions, formulating problems by formalizing them, understanding the problems, planning, implementing and reflecting on solution processes, generating new wonder and questions, generating conjectures, and formalizing problems.

Experiencing these series of activities provides opportunities for students to feel the joy of thinking and learning mathematics as well as the necessity for and the usefulness of mathematics. In addition, because these activities require students to persist, they provide opportunities for students to heighten their own self-esteem.

Furthermore, by listening to and adopting different ideas from others, these activities can promote students to understand each other better.

Therefore, mathematical activities are not processes of learning only mathematics but also particular content in the sense of learning to engage in mathematical activities.

Moreover, mathematical activities are a purpose of learning mathematics because we aim for students to use them in their future learning and in everyday life. By balancing these characteristics, it is desired that we nurture students' abilities to think mathematically while experiencing the joy of mathematical activities as they learn the contents of each domain and make connections among them.

② 数学的活動と学習指導要領改訂の基本的な考え方

教育及び学習指導が，願いや目的を実現するための意図的，計画的な営みであることに配慮すれば，教師のかかわりは必要であり，生徒の自立への誘いである。

したがって，教師のかかわりは，時に積極的であり，次第にあるいは状況に応じて個別的，間接的になり，最終的には生徒自身が自力でする営みの機会を設けることが必要である。

中教審答申においては，学びとその指導にかかわって,「習得」,「活用」及び「探究」のいずれもが強調されている。その背景には，世の中における「習得型の教育」と「探究型の教育」の間の乖離，すなわち，対立的なとらえ方に危機感を持ち，その意識を改善するねらいがある。

「習得」は，大切なことはしっかり教えることを示唆する。

「探究」は，習得したことを自在に使いこなし問題を解決することであり，また，その過程で数や図形の性質などを見いだしたり，数学を利用したりすることの必要性に気付く機会が生まれる。

そして，それらを説明し伝え合うことで数学的活動の動機付けを強化することとなる。

「探究」の過程においては,「習得」したことを「活用」できることが必要である。

注意しなければならないのは,「習得」,「活用」及び「探究」はこの順番に進むだけではなく，相互に関連しあって展開していくと考えられることである。

知識及び技能を「活用」することでその「習得」がより一層深まったり,「探究」の過程で知識及び技能の「習得」やそれを「活用」することについて見直したりすることにも留意しなければならない。

このような背景から,「習得」,「活用」及び「探究」は，授業において，数学的活動を通して，あるいはその文脈に位置付けられてなされるべきである。もちろん，知識及び技能の定着を図るためには，練習などによる習熟の機会も適宜設けられなければならない。

(2) 指導内容の概観

小学校算数科においては，算数的活動を通して指導することを重視している。中学校数学科ではこうした経験を基にして，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことを一層重視していく。

数学的活動には，数学の世界において既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動，日常生活や社会における具体的な事象など数学外の世界と数学を結び付け，数学を生かして考察したり処理したりする活動がある。

また，これらの活動がより洗練されたものに高められたり，そこで見いだされた問題意識や検討の成果を共有したりするためには，数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動が必要不可欠である。したがって，数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動は，上述の二つの活動と一連のものとして扱われる必要がある。

このような考えに基づいて，以下に示すからの活動を中学校数学科における数学的活動の典型例として内容に位置付け，各学年とも，これらに取り組む機会を設けるものとした。

したがって，各学年の内容の指導に当たって，以下に示すからの活動のうち行われないものがないようにすることが必要である。数学的活動に取り組む機会を設ける際には，全体としての流れを大切にするとともに，どの活動に重点を置いて指導するのかを明らかにすることが必要である。

なお，数学的活動の内容が第 1 学年と第 2，3 学年で異なるのは，生徒の発達の段階や学習の状況，各学年で指導する 4 領域の内容との関係を考慮し，その高まりや広がりを表したものである。

② Mathematical activities and the basic policies of the revision of the Course of Study

Considering education and schooling are intentional and planned activities used to achieve wishes and purposes, the involvement of teachers is necessary, and it is an invitation for the self-reliance of students.

Therefore, teachers' involvement is sometimes direct but gradually becomes, as appropriate, more individualized and indirect. Eventually it is necessary that opportunities are given so that students can act independently and autonomously.

In the report by the Central Education Council, with respect to curriculum and instruction, "mastery," "use," and "inquiry" are all emphasized. This is because the Council was concerned that "mastery education" and "inquiry education" have been considered as opposing perspectives. Thus, it aims to correct such a perspective.

"Mastery" means that important ideas are to be taught well.

"Inquiry" means freely solving problems using what has been mastered. Moreover, in that process, opportunities will arise for students to discover properties of numbers and geometrical figures or to realize the need for using mathematics.

As those discoveries and realizations are explained and communicated with each other, the motivation for mathematical activities will be strengthened.

In the process of "inquiry," it is necessary to "use" what has been "mastered."

It should be kept in mind that "mastery," "use" and "inquiry" do not always take place in this order; rather, they develop mutually and influence each other.

By "using" knowledge and skills, "mastery" can be furthered. In the process of "inquiry," we reflect on what it means to "master" or "use." We must keep this in mind.

From this background, it is clear that "mastery," "use," and "inquiry" should be pursued in a lesson through mathematical activities or within context. Of course, opportunities to practice should be provided so that students can solidify their mastery of knowledge and skills.

(2) Overview of Content

In elementary school mathematics, teaching through mathematical activities is emphasized. In lower secondary school mathematics, based on those experiences, an increased emphasis is placed on engaging students in mathematical activities more autonomously.

Mathematical activities include activities used to discover the properties of numbers and geometrical figures based on what has been learned in the world of mathematics as well as activities used to examine and process concrete phenomena from outside of the world of mathematics such as those found in daily life and in society by connecting them to the ideas in the world of mathematics.

Moreover, activities for explaining and communicating using mathematical representations are critical in order to further refine those mathematical activities and to share problems and the results of the examinations. Therefore, it is necessary that activities used to explain and communicate with mathematical representations should be done in conjunction with the two types of activities discussed above.

Based on these ideas, the following three types of mathematical activities have been positioned as the prototypical mathematical activities in lower secondary school mathematics, and opportunities to engage those activities are to be provided in each grade.

Therefore, it is necessary that none of the three types of activities is omitted in the teaching of contents in each grade. Moreover, as opportunities to engage in mathematical activities are set up, it is important to clarify which type of activities are to be emphasized in teaching.

The reason the contents of mathematical activities in grade 1 of lower secondary school is different from those of grades 2 and 3 is because of students' developmental and academic levels. Also, those differences reflect the broadening and rising complexity of the contents in the four domains.

① 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動は，発展的，創造的な活動である。その際，数学的な見方や考え方が重要な役割を果たす。

生み出される数学としては，概念，性質，定理など数学的な事実，アルゴリズムや手続きなど多様であり，帰納や類推，演繹などの数学的な推論もより適切さを増し洗練されていく。

指導に当たっては，第 1 学年において，既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動を重視するとともに，第 2，3 学年においては，さらにそれらを発展させる活動にも取り組む機会を設けるものとする。

② 日常生活や社会で数学を利用する活動

日常生活や社会における問題を理想化したり単純化したりすることによって定式化し，数学の世界で処理して，その結果の意味を日常生活や社会において解釈し，問題を解決する活動である。

日常生活や社会のできごとを自ら数学と結び付けて考察したり処理したりする活動を通して，数学を利用することの意義を実感し，既習の知識及び技能，数学的な見方や考え方などの必要性やはたらきを実感できる機会が生まれる。

指導に当たっては，第 1 学年において，日常生活で数学を利用する活動を重視するとともに，第 2，3 学年において，数学を利用する範囲を社会にまで広げて活動に取り組む機会を設けるものとする。

③ 数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

言葉や数，式，図，表，グラフなどを適切に用いて，数量や図形などに関する事実や手続き，思考の過程や判断の根拠などを的確に表現したり，考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合い共有したり，見いだしたことや思考の過程，判断の根拠などを数学的に説明したりする活動である。

指導に当たっては，第 1 学年において，生徒が自分なりに説明し伝え合う活動を重視するとともに，第 2，3 学年においては，その質を高めるために，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動に取り組む機会を設けるものとする。

なお，多くの場合，③の活動は，指導の過程において，前述した①，②の活動と相互に関連し一連の活動として行われる。数学的活動に取り組む機会を設ける際には，活動としての一連の流れを大切にするとともに，どの活動に焦点を当てて指導するのかを明らかにすることが必要である。

① Activities to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics students have learned previously

Activities used to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics learned previously are extensive and creative activities. Mathematical ways of perceiving and thinking play important roles.

Mathematics generated through those activities range from mathematical facts such as concepts, properties and theorems to procedures such as algorithms. Mathematical reasoning such as induction, analogy, and deduction, is also refined.

In grade 1 of lower secondary school, instruction should emphasize activities used to discover properties of numbers and geometrical figures, while in grades 2 and 3, also set up opportunities to engage in activities to extend those properties.

② Activities to use mathematics in everyday life and in society

These are the activities in which problems from daily life and society are solved by representing them formally by idealizing or simplifying them, processing those representations in the world of mathematics, and then interpreting the results obtained in the context of daily life and in society.

Help students experience the purpose for using mathematics by engaging them in activities of examining and processing situations from their daily lives or from society. Students can also experience the necessity and the role that knowledge and previously studied skills studied play, as well as mathematical ways of perceiving and thinking.

In grade 1 of lower secondary school, instruction should emphasize the activities which use mathematics in daily life, while in grades 2 and 3, the scope is broadened to set up activities for the use of mathematics in society as well.

③ Activities to explain and communicate logically, with clear rationale by using mathematical expressions

These are activities in which the facts and procedures about numbers and geometrical figures as well as processes of thinking and rationale for judgments are appropriately represented using words, numbers, algebraic expressions, diagrams, tables, and graphs. They also include activities used to communicate and share ideas using mathematical representations as well as activities used to explain mathematically what was discovered, the process of discovery and the rationale for judgment.

In grade 1 of lower secondary school, instruction should emphasize activities used to explain and communicate using one's own words, while in grades 2 and 3, activities should be set up to give students opportunities to explain and communicate logically and clearly by making the rationale explicit.

It should be noted that the third type of activity should be carried out in conjunction with the first two types of activities. Therefore, it is necessary to clarify which type of activity will be the focus as opportunities to engage in mathematical activities are set up.

第3節 各学年の内容

［第1学年］

A 数と式

(1) 具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し，その四則計算ができるようにするとともに，正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。

ア 正の数と負の数の必要性と意味を理解すること。

イ 小学校で学習した数の四則計算と関連付けて，正の数と負の数の四則計算の意味を理解すること。

ウ 正の数と負の数の四則計算をすること。

エ 具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること。

〔用語・記号〕

自然数　符号　絶対値

［内容の取扱い］

(1) 内容の「A数と式」の (1) に関連して，数の集合と四則計算の可能性を取り扱うものとする。

小学校算数科では，第 4 学年までに整数についての四則計算の意味や四則計算に関して成り立つ性質などを取り扱い，その定着と活用を図るとともに，第 5，6 学年で交換法則，結合法則，分配法則について，小数や分数の計算でも成り立つことを調べ理解を深めている。

また，小数については第 5 学年までに，分数については第 6 学年までに，その意味と四則計算を学習し，数についての感覚や見方を広げ，第 6 学年においてその定着と活用を図っている。

中学校数学科において第 1 学年では，これらの学習の上に立って，数の範囲を正の数と負の数にまで拡張し，正の数と負の数の必要性と意味を理解すること，正の数と負の数の四則計算の意味を理解し，その計算ができるようにすること及び具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりできるようにすることがねらいである。

正の数と負の数の必要性と意味

正の数と負の数の必要性については，これまでの経験や日常生活と関連付け，例えば最高気温の前日との差など，正の数と負の数が使われている具体的な場面に結び付けて理解できるようにする。

Section 3: Contents of Each Grade

Grade 1 of Lower Secondary School

A. Numbers and Algebraic Expressions

(1) To be able to understand positive and negative numbers in concrete situations, and to perform the four fundamental operations with these numbers, and to be able to use, represent and consider by using positive and negative numbers.

(a) To understand the necessity and meaning of positive and negative numbers.

(b) To understand the meaning of the four fundamental operations with positive and negative numbers through relating the meaning to the four fundamental operations with numbers learned in elementary school.

(c) To perform the four fundamental operations with positive and negative numbers.

(d) To represent and process by using positive and negative numbers in concrete situations.

[Terms and Symbols]

natural number, sign, absolute value

[Handling the Content]

(1) In connection with (1) under " A. Numbers and Algebraic Expressions "in " Content, " the concept of number sets and the possibility of the four fundamental operations should be dealt with.

In elementary school mathematics, by the end of grade 4, the meaning and properties of the four arithmetic operations have been taught and students have been expected to master those ideas. In grades 5 and 6, the students' understanding is deepened through investigating that the commutative law, associative law and distributive law hold true with decimal numbers and fractions.

The meaning of and calculation with decimal numbers are studied in grade 5 while the meaning of and calculations with fractions are studied in grade 6. Thus, the students' number sense and perceptions are broadened. In grade 6, the focus is on mastery and applications of what have been learned.

In lower secondary school mathematics, based on the study in elementary school, the range of numbers is expanded to include positive and negative numbers in grade 1. Students are expected to understand the need for and the meaning of positive and negative numbers. In addition, students are to understand the meaning of the four arithmetic operations and to develop computational fluency with positive and negative numbers. Another aim is to enable students to use positive and negative numbers to represent and process concrete situations.

Need for and meaning of positive and negative numbers

As for the need for positive and negative numbers, help students understand them by making connections to prior experiences or everyday situations where positive and negative numbers are used, such as showing the difference in the high temperature from yesterday.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

その場合，正の数と負の数を用いることによって，

- 反対の方向や性質を数で表すことができること
- 大小の比較ができること
- 数直線上に表すことができること
- 減法がいつでも可能になること
- 加法と減法を統一的に表すことができること

など，正の数と負の数のよさを知り，その意味を理解できるようにする。

数の範囲を拡張することについては，小学校第 1 学年から漸次指導して理解を深めてきている。

中学校第 1 学年では，数の範囲を正の数と負の数に拡張することで，数の集合のとらえ直しが必要になる。例えば，小学校算数科における整数とは 0 と正の整数をあわせたものであった。中学校数学科ではこれに負の整数を加え，数学の概念としての整数を定義する。こうしてとらえ直した数の集合とその集合における四則計算の可能性について取り上げ，数の概念の理解を深めることができるようにする。

正の数と負の数の四則計算とその意味

正の数と負の数の四則計算は，小学校算数科で学習した数の四則計算の意味を拡張して考えることにより可能になり，加法，乗法に関して交換法則，結合法則や分配法則も成り立つ。

ここでは，正の数と負の数の四則計算ができるようにするとともに，その意味が理解できるようにする。数の範囲を拡張し，四則計算とその意味を考えることは，第 3 学年における平方根の学習においても重要である。

小学校算数科では，分数の乗除を考えることによって，逆数を用いて除法を乗法の計算とみることができた。中学校数学科においても，正の数と負の数の加減を考えることによって減法を加法の計算とみることが可能になる。例えば $3-2$ という計算は「$-$」を演算記号とみる場合は減法になるが，$(+3)+(-2)$ と表すことで加法とみることができる。加法と減法を統一的にみることで，加法と減法の混じった式を正の項や負の項の和としてとらえ，その計算ができるようになる。それによって計算が能率化される。また，例えば，$a>b$ である数 a，b に対して，a，b が表す数直線上の 2 点間の距離を，$a-b$ で統一的に表すこともできるようになる。

このような式の見方や四則計算は，後に学習する文字を用いた式の計算や方程式の解法においても大切なので，習熟を図る必要がある。さらに，正の数と負の数の学習の中だけでなく，それに続く文字を用いた式や方程式などの学習の中でも習熟が図られるようにする必要がある。

As students develop the understanding of positive and negative numbers, they should also use positive numbers and negative numbers so that they may know their merits such as the following:

- Opposite directions or characteristics may be represented by numbers
- Size may be compared
- Number lines may be used as a representation
- Subtraction is always possible
- Addition and subtraction may be unified

The range of numbers has been expanded gradually since grade 1 of elementary school.

In grade 1 of lower secondary school, by expanding the range of numbers to include positive and negative numbers, it is necessary to reconsider the set of numbers. For example, in elementary school mathematics, integers are referred to as 0 and positive integers. However, in lower secondary school mathematics, negative integers will be included in this set of numbers, and integers as a mathematical concept is defined. Then, we aim to deepen students' understanding of the concept of numbers by discussing the possibility of arithmetic operations with numbers in this set.

Four arithmetic operations with positive and negative numbers and their meaning

The four arithmetic operations with positive and negative numbers become possible as their meaning is expanded from those of elementary school mathematics. For addition and multiplication, commutative and associative properties still hold true, as does the distributive law.

Here, the emphasis is to help students to understand the meaning of the four arithmetic operations and to develop the computational fluency with positive and negative numbers. To expand the range of numbers and think about the meaning of the four arithmetic operations will be important in grade 3 of lower secondary school when square roots are taught.

In elementary school mathematics, by thinking about multiplication and division of fractions, it was concluded that division could be thought of as multiplication by using reciprocals. Similarly, in lower secondary school, by considering addition and subtraction of positive and negative numbers, we can see subtraction as addition. Suppose we are given the calculation, $3 - 2$. If we consider the symbol "$-$" as an operation symbol, it is subtraction. However, if we represent the expression as $(+3) + (-2)$, we can see it as addition. By seeing addition and subtraction from a unified perspective, we can consider an algebraic expression with both addition and subtraction as the sum of positive and negative terms. We can then calculate it more efficiently. In addition, if $a > b$, then the distance between the two points representing a and b on a number line can be represented as $a - b$.

Mastery of this way of seeing and calculating algebraic expressions is important as it also plays an important role in combining algebraic expressions or solving equations, which are to be studied later. The mastery should be developed not only in the study of positive and negative numbers but also in the study of algebraic expressions with letters and equations, which are to follow.

正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること

正の数と負の数は計算の対象であるばかりでなく，様々な事象における変化や状況を分かりやすく表したり，能率的に処理したりする際にも有効に機能する。例えば，設定した目標値を基準として，その目標値からの増減を正の数と負の数を用いて表すことで，目標の達成状況などを明確に示したり把握したりすることができる。また，仮平均の考え方を用いることにより，効率よく平均を求めることができる。具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすることを通して，事象についての考察を深め，正の数と負の数の必要性が理解できるようにする。

(2) 文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに，文字を用いた式の計算ができるようにする。

ア 文字を用いることの必要性と意味を理解すること。

イ 文字を用いた式における乗法と除法の表し方を知ること。

ウ 簡単な一次式の加法と減法の計算をすること。

エ 数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し，式を用いて表したり読み取ったりすること。

〔用語・記号〕
項　係数　≦　≧

［内容の取扱い］

(2) 内容の「A数と式」の (2) のエに関連して，大小関係を不等式を用いて表すことを取り扱うものとする。

小学校算数科では，第 4 学年までに，数量の関係や法則などを数の式や言葉の式，□，△ などを用いた式で簡潔に表したり，式の意味を読み取ったりすることや，公式を用いることができるようになっている。また，第 5 学年では簡単な式で表されている関係についてその関係の見方や調べ方を学び，第 6 学年では数量を表す言葉や □，△ などの代わりに，a や x などの文字を用いて式に表したり，文字に数を当てはめて調べたりすることを学習している。

中学校数学科において第 1 学年では，数量の関係や法則などを，文字を用いて式に表したり，式の意味を読み取ったり，文字を用いた式の計算をしたりして，文字を用いることのよさについて学習する。指導に当たっては，小学校算数科における学習の状況に十分配慮し，例えば，数量の関係や法則などを数や言葉の式，□，△ などを用いた式に表してその意味を読み取ったり，数を当てはめて調べたりする活動を行うなどして，文字のもつ一般性について丁寧に取り扱い，文字に対する抵抗感を和らげながら漸次理解することができるようにする。

Representing and processing with positive and negative numbers

Positive and negative numbers are not only the objects of calculation but are also helpful in representing various phenomena and changes easily and also make efficient processing possible. For example, we can represent how well we are achieving the previously set goal by representing the difference between the target and actual values using positive and negative numbers. We can also calculate the average (arithmetic mean) efficiently by using an estimated average. Help students to deepen their examination of phenomena by using positive and negative numbers in concrete situations, and enable them to understand the need for positive and negative numbers.

(2) To cultivate the ability to represent the relationships and rules of numbers and quantities in algebraic expressions using letters, to read the meaning of these expressions, and to be able to calculate algebraic expressions using letters.

(a) To understand the necessity and meaning of using letters.

(b) To know how to express multiplication and division in algebraic expressions using letters.

(c) To calculate addition and subtraction with simple linear expressions.

(d) To understand how to represent the relationships and rules of numbers and quantities in algebra.

[Terms and Symbols]
term, coefficient, $\leqq$, $\geqq$

[Handling the Content]

(2) In connection with (2)-(d) under " A. Numbers and Algebraic Expressions " in " Content, " representing magnitude relationships by using inequalities should be dealt with.

In elementary school mathematics, by the end of grade 4, students have learned about representing quantitative relationships and rules concisely by using algebraic expressions with numbers, words, and symbols such as □, △, interpreting algebraic expressions, and using formulas. In grade 5, students learn ways to perceive and investigate relationships expressed in simple algebraic expressions. In grade 6, the use of letters such as a and x in place of words or symbols representing quantities in algebraic expressions are learned. They also learn to evaluate algebraic expressions by substituting numbers in those letters.

In lower secondary school mathematics, by studying the following ideas about algebraic expressions help students understand the benefits of using letters: representing quantitative relationships and rules using algebraic expressions with letters; interpreting the meaning of algebraic expressions; and, calculating with algebraic expressions with letters. In teaching these ideas, give full consideration to the levels of understanding of the materials in elementary school mathematics and carefully discuss the generality afforded by letters so that students can gradually develop an understanding of the use of letters without too much confusion. For example, incorporate activities like representing quantitative relationships and rules using algebraic expressions with numbers, words, and symbols such as □, △, interpreting algebraic expressions, and evaluating algebraic expressions by substituting numbers in words and symbols.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

文字を用いることの必要性や意味

文字を用いた式は，数量の関係や法則などを簡潔，明瞭にしかも一般的に表現するために必要である。例えば，加法の交換法則を言葉で表すと「被加数と加数を交換しても，結果は等しい」となる。このことを具体的な数を用いた式で表すと，例えば「$2+3=3+2$」のように簡潔に表せるが，加法の交換法則が一般的に成り立つことを表現することはできない。このような場合，文字 a，b を用いることで，加法の交換法則を「$a+b=b+a$」と簡潔，明瞭，しかも一般的に表現することができる。

さらに，文字式を用いることにより，数量の関係を具体的なものの意味に束縛されることなく，抽象的な数の関係に還元して考察することもできる。例えば，式 $s=ab$ は，(長方形の面積) = (たて)×(よこ)，(値段) = (単価)×(個数)，(道のり) = (速さ) × (時間) などを表していると考えることができ，どの関係においても，式 $s=ab$ を $a=\dfrac{s}{b}$ と変形して，数量の関係を考察することができる。

また，文字を用いた式には，自分の思考の過程を表現し，他者に的確に伝達できるというよさもある。例えば，図 1 のようにマッチ棒を並べていくとき，正方形を n 個つくるのに必要なマッチ棒の本数は，図 2 や図 3 のようにして，$4n-(n-1)$ や $2n+(n+1)$ などと表すことができる。これらは式としての表現の違いだけでなく，マッチ棒の本数を求める考え方の違いを表現しているとみることもできる。

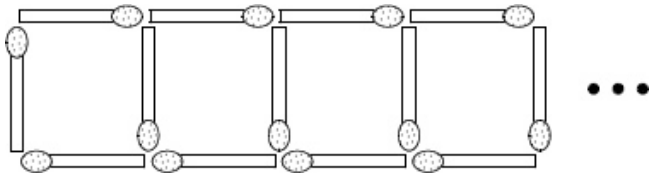


図 1

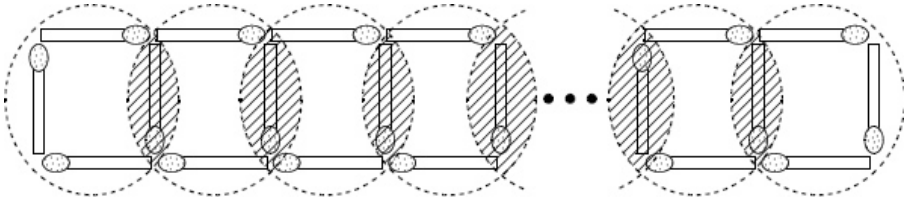


図 2

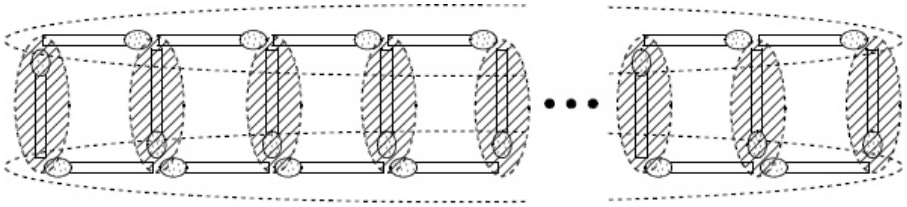


図 3

Need for and meaning of the use of letters

Algebraic expressions with letters are needed to represent quantitative relationships and rules concisely, clearly, and generally. For example, if we are to state the commutative law of addition in words, we will say, "the sum of two numbers will remain the same when the addends are reversed." If we use specific numbers, we can say it concisely, for example, "$2 + 3 = 3 + 2$," but we cannot express that the commutative law holds true in general. However, by using letters a and b, we can express the commutative law concisely, clearly, and generally, by saying "$a + b = b + a$."

Furthermore, by using algebraic expressions with letters, we can examine quantitative relationships abstractly, by considering them as relationships of numbers, without being bound by the specific contexts. For example, $s = ab$ may be representing the relationships such as "area of a rectangle = length × width", "cost = unit price × number of units," or "distance = speed × time", and in every situation, we can transform the equation into $a = \dfrac{s}{b}$ to examine the quantitative relationships.

Another benefit of algebraic expressions with letters is that we can communicate our thought processes to others accurately using algebraic expressions with letters. For example, if we arrange match sticks as shown in Figure 1, the number of match sticks you need to make n squares may be represented as $4n - (n - 1)$ or $2n + (n + 1)$ as shown in Figures 2 and 3, respectively.

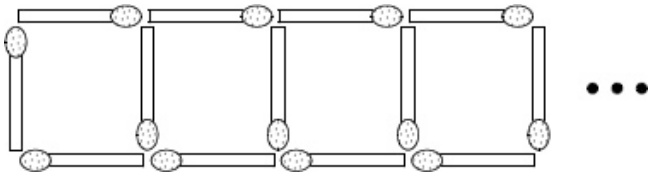


Figure 1

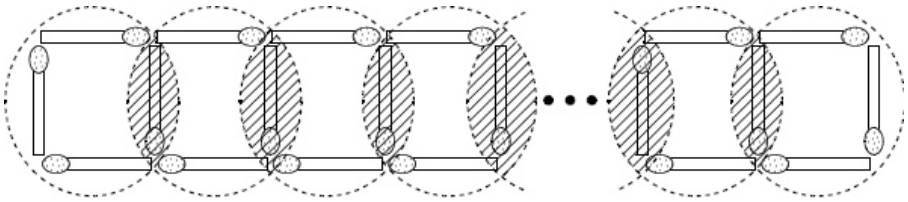


Figure 2

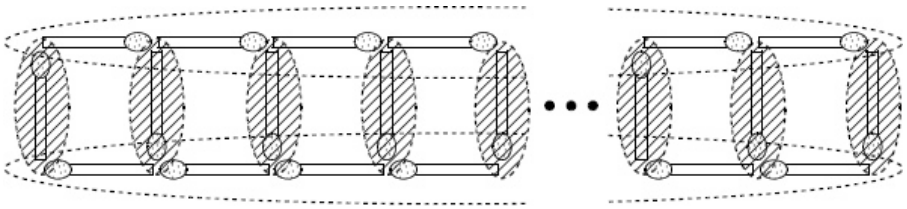


Figure 3

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

文字を用いた式における乗法と除法の表し方を知ること

文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現するとき，乗法の記号 $\times$ は，文字と文字の間や，数と文字の間では普通は省略し，除法の記号 $\div$ は，特に必要な場合のほかは，それを用いないで分数の形で表すことを学習する。例えば，

$$a \times b = ab, \qquad a \div b = \frac{a}{b}, \qquad a \times a = a^2$$

などは，その基本的なものである。

これによっていろいろな式の表現が一層簡潔になり，式の取扱いを能率的に行うことができる。

なお，ab や $\dfrac{a}{b}$，さらに，$a+b$ ，$a-b$ という表現は，操作の方法を表しているとともに，操作の結果も表しているという見方は大切である。特に学習の初期においては，例えば，$3a+2$ や $5x-5$ のように演算記号が残ったままにしておくことに違和感をもつことがあるので十分に配慮する必要がある。

一次式の加法と減法

文字を用いた式の計算については，一次式の加法と減法を取り上げる。その計算については，主として一元一次方程式を解くのに必要な程度の簡単な式の計算ができるようにすることをねらいとする。したがって，例えば，$(2x-3)+(x+1)$，$2(3x+4)-3(x-5)$ などのように，一種類の文字についての一次式の加法と減法が学習の中心となる。

文字を用いた式の計算の方法の理解に当たっては，数の計算と同様に項の考え方が使われたり，計算の法則が保たれたりするなど，数の世界と関連付けて考えることができるようにすることが重要である。また，例えば，$a-(b+c)=a-b-c$ であることを，$5-(3+2)=5-3-2$ となることや，b 円と c 円の品物を買って a 円を出したときのおつりを考えてみるなど，具体的な数の計算や日常生活の場面を背景として理解できるようにする。

式を用いて表したり読み取ったりすること

文字を用いた式は優れた表現方法であり，式を用いて数量の関係や法則などを表したり，その意味を読み取ったりして，そのよさを感じ取り，式を積極的に活用できるようになることは重要である。

式を用いて表したり読み取ったりするためには，文字が表す数量とその関係を理解しなければならない。例えば，ある美術館の入館料が大人 1 人 a 円，子ども 1 人 b 円のとき，「大人 1 人と子ども 2 人の入館料の合計」は $a+2b$ と表せる。また同じ例で，$a-b$ は，「大人と子どもの入館料の差」を意味すると読み取ることができる。

文字式を用いて表すためには，文字で表された数量について演算決定をしなければならないが，文字だけで考えるよりも，具体的な数に置き換えて考えることでその関係の把握が容易になる。

To know about how to express multiplication and division of algebraic expressions with letters

Students are to learn that, when expressing quantitative relationships and rules using algebraic expressions with letters, the multiplication symbol, "$\times$", is usually omitted between two letters or between a letter and a number, and division is represented by the fraction form instead of using the division symbol, "$\div$", unless it is specifically needed. For example, the following are typical notations:

$$a \times b = ab, \qquad a \div b = \frac{a}{b}, \qquad a \times a = a^2$$

Through these conventions, algebraic expressions can be written more concisely and their manipulation becomes more efficient. It is important to note that the expressions such as ab, $\frac{a}{b}$, $a+b$, and $a-b$, represent not only the operations to be performed but also the results of the operations. It is necessary that teachers pay close attention, especially at the beginning of the study of algebraic expressions with letters, because students often feel strange leaving operation symbols in expressions, for example, $3a+2$ or $5x-5$.

Addition and subtraction of linear expressions

As for calculations with algebraic expressions with letters, addition and subtraction of linear expressions will be taught. The goal is to master simple calculations necessary in solving linear equations with one variable. Therefore, the focus is on combining like terms involving linear expressions with one letter such as $(2x-3)+(x+1)$ or $2(3x+4)-3(x-5)$.

To develop an understanding of the ways to calculate with algebraic expressions with letters, it is important to make connections to the world of numbers, for example, calculations with letters also involve terms that calculations with numbers do, and properties of operations remain valid.

Moreover, enable students to use calculations with specific numbers or daily situations to understand calculations of algebraic expressions. For example, $a-(b+c)=a-b-c$ may be related to $5-(3+2)=5-3-2$, or to the calculation of the amount of change with a-yen when a b-yen item and a c-yen item are purchased.

Writing and interpreting algebraic expressions with letters

Algebraic expressions with letters are a powerful form of representation. It is important for students to experience their benefits by writing algebraic expressions with letters to represent quantitative relationships and rules and by interpreting those expressions. It is also important that students develop the disposition to utilize algebraic expressions actively.

In order to write and interpret algebraic expressions, quantities represented by letters and their relationships must be understood. For example, if the admission fee for an adult at an art museum is a-yen and the admission for a child is b-yen, the total cost for an adult and two children can be represented as $a+2b$. In the same situation, the expression, $a-b$, can be interpreted as the difference of the admission fees for an adult and a child.

To represent with algebraic expressions with letters, we must decide what operations to perform with quantities that are represented by letters. Grasping the relationships among quantities will be easier if we consider specific numbers instead of just thinking with letters.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

数量の関係を表す式では，相等関係または大小関係を等式または不等式に表すことを取り扱う。例えば前述の例で,「大人 1 人と子ども 2 人の入館料の合計は 1000 円であった」は，$a+2b=1000$ と表される。また，$2b=1000-a$, $a=1000-2b$ などと表すこともできる。ここでは，等号を計算の過程を表す記号としてではなく相等関係を表す記号として用いる。すなわち，$a+2b=1000$ は「$a+2b$ を計算して 1000 になった」ことを意味するのではなく,「$a+2b$ と 1000 は等しい (いずれも入館料の合計を表しており，つりあっている)」ことを意味する。こうしたことが読み取れることは一次方程式の学習と深く結び付いている。また,「大人 1 人と子ども 2 人の入館料を払うと 1000 円でおつりがもらえた」は,「支払った入館料は 1000 円より安い」と解釈し，$a+2b<1000$ と表すことができる。ここでは，不等号を用いることで，数量の大小関係も式に表したり，その意味を読み取ったりすることができることを理解できるようにし，文字を用いた式に対する理解を深められるようにする。

文字はいろいろな値をとることができるが，その理解を深めるために，文字を用いた式に数を代入して式の値を求める学習が役立つ。このことは，方程式の解の意味を理解するためにも重要である。式の値を求める際には，負の数を代入する場合についても正しく処理できるようにする。また，具体的な場面と結び付けるなどして，式の値を求めることを単なる計算練習としないことが重要である。

(3) 方程式について理解し，一元一次方程式を用いて考察することができるようにする。

ア 方程式の必要性と意味及び方程式の中の文字や解の意味を理解すること。

イ 等式の性質を基にして，方程式が解けることを知ること。

ウ 簡単な一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

〔用語・記号〕

移項

［内容の取扱い］

(3) 内容の「A数と式」の (3) のウに関連して，簡単な比例式を解くことを取り扱うものとする。

中学校数学科において第 1 学年では，文字を用いた式の学習の上に立って，方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解し，等式の性質を基にして一元一次方程式を解く方法を考える。そして，それらを通して代数的な操作のよさを理解する。

As for algebraic expressions that represent quantitative relationships, the size relationships of quantities will be represented in equations or inequalities. For example, in the previous art museum example, the relationship, "the total cost of admission for one adult and two children were 1000-yen," can be represented by, $a+2b=1000$. Alternately, we can express the relationship in, $2b=1000-a$, or, $a=1000-2b$. The equal sign here is used to represent the equality of quantities, not as a symbol to indicate an operation and its result. That is, the equation, $a+2b=1000$, means that "$a+2b$ and 1000 are equal (because they are both representing the total cost of admissions, therefore, they are balanced)," not "when you perform the calculation $a+2b$, the answer is 1000". Being able to interpret algebraic expressions this way is very closely related to the study of linear equation. In addition, if we say, "we received change of 1000-yen when we paid the admission for one adult and two children," it can be interpreted that "the total amount we paid was less than 1000-yen". Therefore, we can represent the relationship as $a+2b<1000$. Here the aim is to help students write and interpret quantitative relationships represented in algebraic expressions with inequality symbols and to deepen their understanding of algebraic expressions with letters.

A letter may stand for different values, and in order to help students develop that understanding, it is helpful to have them evaluate the algebraic expressions with letters by substituting different numbers in the expressions. This is also important to understand the meaning of the solutions of equations. When evaluating algebraic expressions, make sure that students can correctly substitute negative values as well. In addition, avoid making the evaluation of algebraic expressions just computation practice by connecting the expressions to concrete situations.

(3) To understand equations, and to be able to look at them by using linear equations with one unknown.

(a) To understand the necessity and meaning of equations, as well as the meanings of letters within equations and their solutions.

(b) To know how to solve equations based on the properties of equalities.

(c) To solve simple linear equations with one unknown and make use of the linear equations in concrete situations.

[Terms and Symbols]

transposing terms

[Handling the Content]

(3) In connection with (3)-(c) under "A. Numbers and Algebraic Expressions" in "Content", solving simple proportional equations should be dealt with.

In lower secondary school mathematics, based on the study of algebraic expressions with letters in grade 1, the necessity and the meaning of equations and the meaning of their solutions and methods to solve linear equations with one variable based on the equality relationships will be taught. Students are also expected to understand the benefits of algebraic manipulations through the study of these ideas.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

方程式の必要性と意味及びその解の意味

方程式は，変数 (未知数) を含んだ相等関係についての条件を表した等式であり，条件を満たす値を的確に求めるために必要である。また，方程式の解は，その条件を満たす値である。例えば，方程式 $x+3+5$ は,「x と 3 の和は 5 に等しい」ことの数学的な表現であるが，この式は，変数 x が満たすべき条件とも考えられる。この条件が成り立つかどうかは，方程式の中の文字 x の値による。x の変域を整数全体の集合とし，上の方程式の x に $\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ を代入すると，x の値が 2 のときにこの等式が成り立つ。2 以外の数のときは成り立たないので，この 2 が方程式の解ということになる。ところで，このようにして方程式の解を求めることは解の意味を理解する上では重要であるが能率がよいとはいえない。方程式は，等式の性質を基にした式変形で形式的に解を求めることができるので，具体的な場面における能率的な問題の解決にも有効である。

等式の性質

一元一次方程式を解くには，等式の性質を基にして式を変形し，$x=\alpha$ の形の式をつくり解を求める。このとき使われる等式の性質は次の四つである。

① $a=b$ ならば，$a+c=b+c$

② $a=b$ ならば，$a-c=b-c$

③ $a=b$ ならば，$ac=bc$

④ $a=b$ かつ $c\neq 0$ ならば，$\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$

①と②は，正の数と負の数を用いて加法と減法を統一的に表すことを基にすれば，別なものと考えずに統合的にみることができる。また，③と④も統合的にみることができる。

等式の性質については，例えば，上皿天秤などを用いる操作的な活動を取り入れるなどして，等式の性質を具体的なイメージをもって把握し，方程式の解法に活用できるようにすることが大切である。

等式の性質を基にして方程式を解く学習においては，式を形式的に操作して解を求めることができることのよさとともに，等式の性質が式変形の根拠になっていることを理解できるようにする。特に，方程式を解くのに有効な手段である移項も，①と②に基づいて行われる操作であることを十分に理解し，説明できるようにすることが重要である。このような学習を通して，既に正しいと認められていることを根拠にして考えを進めていく数学的な見方や考え方を伸ばすことができる。

The necessity and the meaning of equations and the meaning of their solutions

Equations are algebraic expressions with variables (unknowns) that represent the conditions for the equality relationships, and they are needed to determine the value that will satisfy the conditions accurately. The solutions of equations are those values that satisfy the conditions. For example, the equation, $x + 3 = 5$, is a mathematical representation of, "the sum of x and 3 equals 5," but it can also be thought of as the condition for the value of x that will satisfy the equality relationship. Whether or not the condition is satisfied depends on the value the variable x in the equation will take. If we consider the domain of x to be the set of integers, we can substitute $\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ into x. We will then find out that when, and only when, the value of x is 2, the equality relationship is satisfied. Therefore, 2 is the solution of this equation. This way of determining the solution may be important in understanding the meaning of the solution of an equation, but it is not an efficient procedure. Equations can be solved by procedural manipulation based on the properties of equality relationships; therefore, they are useful in obtaining solutions in concrete situations efficiently.

Properties of equality relationships

To solve linear equations with one variable, we transform the given equations using the properties of equality relationships into the form, $x = \alpha$. The four properties of equality that are used in the process are as follows:

① If $a = b$, then $a + c = b + c$

② If $a = b$, then $a - c = b - c$

③ If $a = b$, then $ac = bc$

④ If $a = b$ and $c \neq 0$, then $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{c}$

Properties ① and ② may be considered the same from a unified perspective of addition and subtraction using positive and negative numbers. Similarly, ③ and ④ may be considered the same, as well.

It is important that students understand the properties of equality relationships with a concrete image, perhaps developed through activities that use a pan balance, and to be able to use them in solving equations.

In studying how to solve equations using the properties of equality relationships, students should understand not only the merit of being able to solve equations through manipulation but also the fact that the properties of equality relationships justify the transformation of equations. It is particularly important that teachers help students to understand and to be able to explain the transposition of terms, which is a useful technique in solving equations, based on properties ① and ② above. It is also possible to extend students' abilities to perceive and think mathematically based on what have been validated previously through this type of instruction.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

一元一次方程式を解くこと

一元一次方程式 $ax + b = cx + d$ を等式の性質を用いることによって，$x = \alpha$ の形に変形し，解を求めることを指導する。すなわち，等式の性質①，②によって移項の考えが導かれ，移項によって $Ax = B$ $(A \neq 0)$ の形の方程式に変形し，性質③，④によって，x の係数を 1 にして解を導く。このように等式の性質を基にして，もとの方程式と同値な方程式を段階的に導き，$x = \alpha$ の形に変形することで解が求められることを理解し，その変形の過程を観察することで解法の一般的な手順をまとめ，能率よく方程式を解くことができるようにする。その際，方程式の解法における変形の過程は，一次式の加減のような数や文字を用いた式の計算における変形の過程とは次のような意味で異なることに注意する必要がある。すなわち，数や文字を用いた式の計算が，一つの式をより簡略された式に変形していくことを意味するのに対し，方程式の解法は，一つの等式をより簡略で同値な関係にある他の等式に変形していくことを意味する。同値な等式を書き連ねることで式を変形することは，従来の式変形とは意味が異なることを理解できるようにする。

なお，一元一次方程式を解くことについては，具体的な問題の解決に必要な程度の方程式が解けるようにし，それを活用できるようにする。

$$
\begin{aligned}
& 5x + 3 - (2x - 6) \\
= \ & 5x + 3 - 2x + 6 \\
= \ & 5x - 2x + 3 + 6 \\
= \ & 3x + 9
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
5x + 3 &= 2x - 6 \\
5x - 2x &= -6 - 3 \\
3x &= -9 \\
x &= -3
\end{aligned}
$$

一元一次方程式の活用

方程式を活用して問題を解決するためには，次のような一連の活動を行うことになる。

① 求めたい数量に着目し，それを文字で表す。

② 問題の中の数量やその関係から，二通りに表される数量を見いだし，文字を用いた式や数で表す。

③ それらを等号で結んで方程式をつくり，その方程式を解く。

④ 求めた解を問題に即して解釈し，問題の答えを求める。

②は，文字式を用いて数量の関係を表したり読み取ったりすることの学習と深く結び付いている。また④で，方程式を解いた後に，その解がはじめの問題の答えとして適切なものであるかどうかを調べる。このことは，方程式をつくるときに表現しきれなかった条件を，はじめの問題と照らし合わせて再検討することを意味している。このような場面で，目的に応じて結果を検討し処理する態度を育てることが重要である。

日常生活において，比を用いて考えることは少なくない。一元一次方程式を活用する場面として，簡単な比例式を解くことが考えられる。例えば「2 種類の液体A，Bを 3 : 5 の重さの比で混ぜる。B 150g に対して，Aを何 g 混ぜればよいか」を求めるには，Aを xg 混ぜるとして，比例式 $3 : 5 = x : 150$ を考えればよい。この比例式は，比の値を用いて $\dfrac{3}{5} = \dfrac{x}{150}$ と表すことができるので，一元一次方程式とみることができ，この方程式を解くことで，$x = 90$ となる。つまり，液体Aを 90g 混ぜればよいことが分かる。このように，比を基にして数量を求めるような具体的な場面において，比例式をつくり方程式に変形することで問題を解決する。

Solving linear equations with one variable

We teach how to solve linear equations with one variable, $ax + b = cx + d$, by transforming it into the form, $x = \alpha$, by using the properties of equality relationships.

That is, by using properties ① and ②, we generate the idea of transposing terms, and by transposing terms, we transform the given equations into the form $Ax = B$ $(A \neq 0)$. Then, by using properties ③ and ④, we change the coefficient of x to 1 to find the solution. Students are expected to understand that equations can be solved by transforming the given equation step by step through a series of equivalent equations into the form, $x = \alpha$. By examining the process, help students summarize the process to solve equations generally and become proficient at solving equations. It is necessary to note that transforming equations in the solution process is different from the transformation of algebraic expressions during the calculation, such as addition and subtraction of numbers or linear expressions, in the following way: Calculation of numbers and algebraic expressions means that the given expression is being transformed into a more simplified expression. Transformations of equations during the solution process not only change the given equation into more simplified equations but also equations with the same solutions. Help students understand that transforming the given equation into a series of equivalent equations is different from the transformation of algebraic expressions studied before this point.

As for solving linear equations with one variable, enable students to solve equations necessary to solve concrete problems so they can actually use what they learn.

$$\begin{aligned} & 5x + 3 - (2x - 6) \\ = \ & 5x + 3 - 2x + 6 \\ = \ & 5x - 2x + 3 + 6 \\ = \ & 3x + 9 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 5x + 3 &= 2x - 6 \\ 5x - 2x &= -6 - 3 \\ 3x &= -9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Use of linear equations with one variable

To solve problems by using equations, the following series of activities are performed:

① Identify the quantity to be determined and represent it with a letter

② Identify the quantity that can be represented in two different ways based on the quantitative relationships in the problem situation, and represent the relationship in algebraic expressions with letters and numbers

③ Create an equation by connecting the two expressions with the equal sign, and solve the equation

④ Examine the solution in the context of the original problem to determine the answer

Step ② closely relates to the study of writing and interpreting quantitative relationships using algebraic expressions with letters. In step ④, the solution of the equation is examined in the context of the original problem to determine if it is appropriate as the answer to the problem. This means to re-examine the conditions that could not be incorporated into the equation. It is important to develop the disposition to reflect on the results obtained through mathematical manipulation in terms of their appropriateness through a study like this one.

In our daily life, we often encounter problems involving ratios. As possible types of situations to use linear equations, we can think of those situations in which simple proportions must be solved. For example, consider this problem: two types of solutions will be mixed in the ratio of 3 : 5 in terms of their weights. If we use 150 g of solution B, how many grams of solution A are needed? If we consider that x g of solution A is used, we can establish a proportion, $\dfrac{3}{5} = \dfrac{x}{150}$. This can be considered as a linear equation with one variable, and the solution of the equation is $x = 90$.

In other words, we need to mix 90 g of solution A. In this manner, in those situations where ratio is used to determine quantities, we can solve the problem by solving the equations obtained as proportions.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

B 図形

(1) 観察，操作や実験などの活動を通して，見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培う。

ア 角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの基本的な作図の方法を理解し，それを具体的な場面で活用すること。

イ 平行移動，対称移動及び回転移動について理解し，二つの図形の関係について調べること。

〔用語・記号〕

弧　弦　// ⊥ ∠ △

［内容の取扱い］

(4) 内容の「B図形」の (1) のアに関連して，円の接線はその接点を通る半径に垂直であることを取り扱うものとする。

小学校算数科では，ものの形についての観察や構成などの活動を通して，図形を構成する要素に少しずつ着目できるようにしている。第 4 学年までに，三角形や四角形，二等辺三角形や正三角形，平行四辺形や台形やひし形などについて理解し，第 5 学年では図形の合同，第 6 学年では縮図や拡大図及び図形の対称性について理解してきている。このように，図形の構成要素，それらの相等や位置関係を考察することにより，図形の見方が次第に豊かになってきている。

中学校数学科において第 1 学年では，平面図形の対称性に着目することで見通しをもって作図し，作図方法を具体的な場面で活用する。こうした学習を通して，平面図形についての理解を深め，直観的な見方や考え方を養うとともに，論理的に考察し表現する能力を培う。また，図形の移動について理解し，二つの図形の関係について調べることを通して，図形に対する見方を一層豊かにする。

B. Geometrical Figures

1. (1) Through activities like observation, manipulation and experimentation, to deepen the understanding of plane figures by constructing them with a prospect in mind and exploring the relationship between geometrical figures, and to cultivate the ability to think and represent logically.

   (a) To understand the fundamental methods for constructing figures like the bisector of an angle, the perpendicular bisector of a line segment and perpendicular lines, and to make use of them in concrete situations.

   (b) To understand parallel translation, symmetric transformation and rotational transformation, and to explore the relationship between two geometrical figures.

   [Terms and Symbols]

   arc chord // $\perp$ $\angle$ $\triangle$

[Handling the Content]

(4) In connection with (1)-(a) under " B. Geometrical Figures " in " Content, " the fact that any tangent of a circle is perpendicular to the radius passing through its point of tangency should be dealt with.

In elementary school mathematics, students' ability to focus on the constituent parts of geometrical figures is gradually developed through activities to observe and to construct shapes of objects. By the end of grade 4, students are expected to understand triangles, quadrilaterals, isosceles and equilateral triangles, parallelograms, trapezoids, and rhombuses. In grade 5, students learn congruent figures, and in grade 6, they are expected to understand enlarged and reduced drawings, as well as the symmetry of geometrical figures. In this way, students' ways to view geometrical figures are enriched by examining constituent parts of geometrical figures and in their measurements and positional relationships.

In lower secondary school mathematics, students will learn to construct geometrical figures with a prospect in mind by focusing on the symmetry of geometrical figures. They are also expected to use methods of construction in concrete situations. Through this study, deepen students' understanding of geometrical figures, and nurture their ability to perceive and think about geometrical figures empirically. At the same time, cultivate their ability to examine and represent logically. Students are also expected to understand about transformations of geometrical figures, and by examining relationships between two geometrical figures, they are expected to enrich their ways of viewing geometrical figures.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

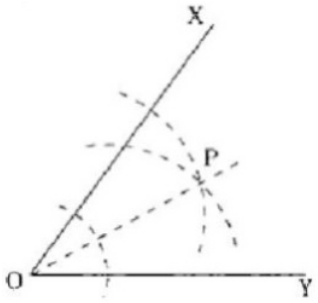
基本的な作図とその活用

図をかくという操作は，図形の学習のための基礎的な技能として重要であるとともに，図形に対する興味や関心を引き起こし，直観的な見方や考え方を深め，図形についての論理的な考察を促すという意義をもつ。

ここでは，小学校算数科で学習した平面図形の対称性に着目して，角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの基本的な作図について学習する。作図では，定規は 2 点を通る直線をひく道具として，コンパスは円をかいたり長さを写し取ったりする道具として使う。

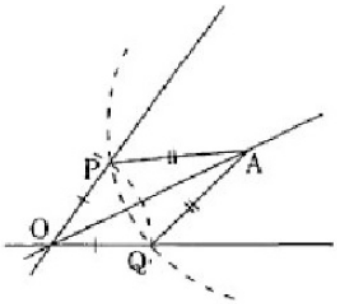
このとき，作図の手順を一方的に与えるのではなく，図形の対称性に着目したり，図形を決定する要素に着目したりして自分で作図の手順を考え，その手順を順序よく説明する活動を大切にする。

例えば，∠XOY の二等分線の作図を考えてみよう。この作図は，角の二等分線が通るべき 2 点を決めて，その 2 点を通る直線 (半直線) をひくことである。角の二等分線がその角の対称軸になることについては，紙を折って角をつくる 2 辺 OX，OY を重ねるなどの操作を通して気付かせることができる。∠XOY の対称軸が頂点 O を通ることは決まっているから，この対称軸が通るべきもう一つの点 P を定めることが必要となる。このように角の二等分線の作図をとらえれば，∠XOY の対称軸上にある点 P をさがせばよいという見通しをもたせることができる。指導に当たっては，このようにして見通した事柄や作図の過程について，自分なりの言葉で説明することを通して，論理的に考察し表現する能力を培うようにする。

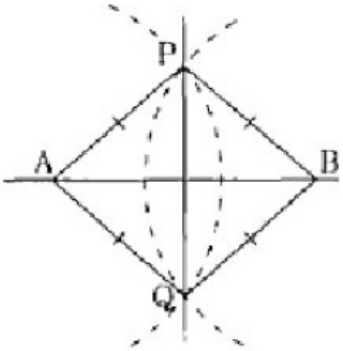


また，角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線の作図法は，いずれも対称性に着目すれば同じものと見ることができる。

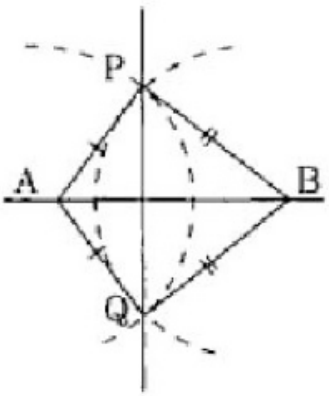
角の二等分線の作図では，OP=OQ，AP=AQ であるから，点 O と点 A を中心とする二つの円の交点が P，Q であるという見方ができる。線分の垂直二等分線の作図でも，A，B を中心とする同じ半径の二つの円の交点が P，Q である。垂線の作図では，A，B を中心とする二つの円の交点が P，Q である。



＜角の二等分線の見方＞



＜線分の垂直二等分線の見方＞



＜垂線の見方＞

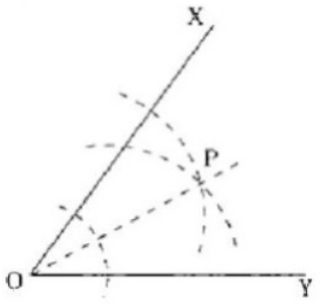
Fundamental geometrical constructions and their use

The act of drawing figures is an important fundamental skill in the study of geometrical figures. At the same time, it can increase students' interest in and curiosity about geometrical figures. Because it can also deepen their ways of viewing and thinking about geometrical figures intuitively, it also serves an important purpose for facilitating logical examination of geometrical figures.

The following basic geometric construction will be discussed based on the symmetry of plane figures studied in elementary school mathematics: angle bisectors, perpendicular bisector of segments, perpendicular lines to given lines. In geometric construction, rulers are used as a tool to draw a line that goes through two points and compasses are used to draw circles and to copy lengths.

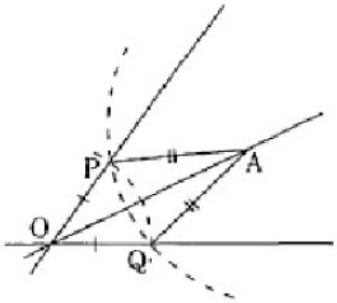
Instead of simply giving directions to complete particular constructions, students should focus on the symmetry or constituent parts of the given figures and think about the steps of construction on their own. It is also important that they can explain the steps of construction in an orderly fashion.

For example, let us consider the construction of the angle bisector of ∠XOY. This construction requires us to determine the two points the angle bisector will pass through, and then draw a line (a ray) through those two points. Help students to recognize that the angle bisector is the line of symmetry for the given angle, perhaps by having students fold the paper so that the two sides of the angle, OX and OY, will coincide. Since the bisector will go through the vertex of ∠XOY, what we really need is another point, P, which will be on the angle bisector. If the construction of the angle bisector is considered from this perspective, students can have the prospect that what they need to do is to find a point, P, which is on the angle bisector of ∠XOY. In teaching this construction, cultivate students' abilities to examine and express their ideas logically by having them explain the prospect they developed or the steps of construction using their own words.

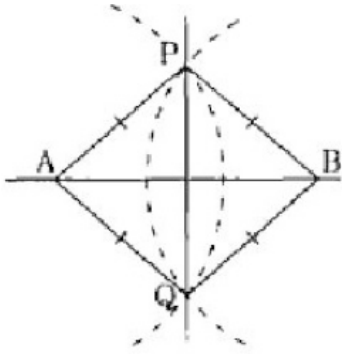


If we focus on the symmetry of figures, the construction of the angle bisector, the perpendicular bisector of a given segment, and the perpendicular line to a given line can be considered as the same process.

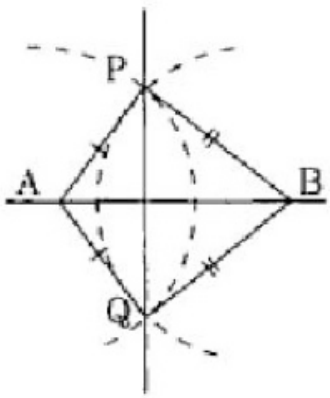
In the construction of the angle bisector, since OP=OQ and AP=AQ, the points of intersection of circles centered at O and A are points P and Q. In the construction of the perpendicular bisector, the points of intersection of circles with the same radius centered at A and B are points P and Q. In the construction of a perpendicular line to the given line, the points of intersection of circles centered at A and B are points P and Q.



< the way of viewing of teh angle bisector >



< the way of viewing of the perpendicular bisector of a line segment >



< the way of viewing of the perpendicular line >

]

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

つまり，いずれも二つの円が中心を結ぶ直線に対して線対称であることを用いている。このように作図の方法を見直すことで，図形の対称性が作図の方法を統合的にとらえるうえで重要な役割を果たしていることに目を向けさせる。

さらに，円の接線を作図する方法についても，円の対称性に着目して考えることができる。円の対称軸に垂直な直線を平行に移動させていくと接線がかけることを通して，円周上の点における接線の作図の方法を理解する。このことに関連して，円の接線はその接点を通る半径に垂直であることを確認することができる。

作図を活用することについては，物差し (目盛りのついた定規) や分度器を用いて長さや角の大きさを測って図をかいてきたこれまでの方法と比較し，測定に頼らずに正しく図形をかくことができることを学習する。

例えば，物差しや分度器を用いずに定規とコンパスだけを用いて，30° や 45° の角を作図したり，三角形の辺や角を写し取って合同な三角形をかいたりする。

このように三角形の構成要素を写し取ってかく方法の背景には，3 辺の長さ，2 辺の長さとその間の角の大きさ，1 辺の長さとその両端の角の大きさによって三角形がかけることなどがある。このことの理解は論理的な考察の基礎となり，小学校算数科においてもその素地となる活動を行ってきている。これを第 1 学年で三角形の決定条件としてまとめておくこともできるが，三角形の合同条件を学習する第 2 学年で扱うことも考えられる。

平行移動，対称移動及び回転移動

小学校算数科では，第 6 学年において一つの図形についての対称性が取り扱われているが，図形を移動の見方からとらえ，図形間の関係として対称性を考察するのは中学校数学科が初めてである。中学校第 1 学年では，二つの図形のうち一方を移動して重ねることを考えたり，一つの図形を移動する前と後で比較したりして図形の性質をとらえる。

図形の移動に関連して，小学校の低学年から，図形の性質を「ずらす」,「まわす」,「裏返す」などの操作を通して考察しており，それによって図形の形や大きさの変わらないことが自然にとらえられている。ここでは，平行移動，対称移動及び回転移動という形や大きさを変えない移動について学習する。

図形の移動では，あるきまりに従って図形を他の位置に移すのであるが，その図形を構成している各点がそのきまりに従って移動することになる。

平行移動は，図形を一定の方向に一定の距離だけ移動することであり，この移動は方向と距離によって決まる。対称移動は，図形をある直線を軸として対称の位置に移す移動である。この移動は，対称軸の位置によって決まる。回転移動は，図形をある点を回転の中心として一定の角だけ回転する移動である。この移動は，回転の中心の位置及び回転角の大きさと回転の向きによって決まる。回転が 180° の場合が，点対称移動である。

In all cases, the fact that the two circles are symmetric about the line connecting the two centers. Help students to see that symmetry of geometrical figures plays an important role in considering geometric construction from a unified perspective by reflecting on the methods of construction.

The method of constructing a tangent line to a circle can also be considered by focusing on the symmetry of a circle. By translating the line perpendicular to a line of symmetry, one can draw a tangent line. Using this idea, it is possible to understand the way to construct the tangent line through a point on a circle. From this, one can verify that a tangent line is perpendicular to the radius of the circle.

As for the use of geometric construction, discuss the fact that, unlike drawing lines and angles using a ruler (marked straight edge) or a protractor, it is possible to draw geometrical figures accurately without relying on their measurements.

For example, have students construct angles measuring 30° or 45° using only a straight edge and compass, without using rulers or protractors. Or, have them copy sides and angles of a triangle to draw a congruent triangle.

The idea behind drawing congruent triangles by copying the constituent parts is that it is possible to do so by copying three sides, by copying two sides and the angle in between them, or by copying a side and two angles on its end points. Understanding these methods can become the foundation for logical examination and similar activities are also included in elementary school mathematics to lay the groundwork. It is possible to summarize these ideas as the congruence conditions for triangles, but it is also possible to study them in grade 2 of lower secondary school, as specified in the COS.

Translations, reflections, and rotations

Although symmetry of geometrical figures as a relationship between two figures is discussed in grade 6 of elementary school mathematics, the examination of symmetry from the perspective of transformations of geometrical figures is discussed for the first time in lower secondary school mathematics. In grade 1 of lower secondary school, by overlapping two figures by transforming one of them or comparing the original figure and the transformed one, students are expected to identify properties of geometrical figures.

With respect to transformation of geometrical figures, students have examined their properties by "sliding," "turning," and "flipping," and naturally have grasped that the shape and the size of a geometrical figure do not change through those motions. In grade 1 of lower secondary school, three rigid motions, translation, reflection, and rotation, are discussed.

Under a transformation of a geometrical figure, it is moved to a different position by moving all points on the figure following a specific rule.

Under a translation, a figure is moved in a particular direction for a particular distance. Thus, translation is defined by that direction and distance. A reflection will move a geometrical figure around a line as the axis of reflection. Therefore, it is defined by the position of the axis of reflection. Under a rotation, a figure is moved around a given point for a specified angle, and it is defined by the position of the point, the center of rotation, and the measure of the angle. When the angle of rotation is 180°, it is the point transformation [1].

[1] Under a point transformation, each point on a plane is moved in the direction of the center of point transformation the distance equal to the distance between the point and the center of transformation.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

指導に当たっては，このような図形の移動を通して，移動前と移動後の二つの図形の関係，例えば，直線の位置関係，対応する辺や角の相等関係，図形の合同などに着目することができるようにすることで，図形の性質を見いだしたり，図形の見方をより豊かにしたりすることが大切である。また，合同な図形の敷き詰め模様を観察することによってその中の二つの図形がどのような移動によって重なるかを調べたり，一つの図形を基にしてそれを移動することによって敷き詰め，模様をつくったりすることも考えられる。

なお，図形の移動の学習においては，ある図形を実際に移動させた図をかくことになるが，そのような活動を通して，定規，コンパスの使用に慣れさせる。

また，作図の意味を理解するために，基本的な作図の方法や結果の正しいことを，図形の移動の見方から確かめることも大切である。

このように，移動に関する内容を，作図に関する内容と相互に密接に関連させながら取り扱うことで，平面図形についての理解を一層深めるとともに，第 2 学年における図形の合同の学習につなげていくことが大切である。

(2) 観察，操作や実験などの活動を通して，空間図形についての理解を深めるとともに，図形の計量についての能力を伸ばす。

ア 空間における直線や平面の位置関係を知ること。

イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり，空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。

ウ 扇形の弧の長さと面積並びに基本的な柱体，錐体及び球の表面積と体積を求めること。

〔用語・記号〕

回転体　ねじれの位置　π

［内容の取扱い］

(5) 内容の「B図形」の (2) のイについては，見取図，展開図や投影図を取り扱うものとする。

小学校算数科では，第 1 学年から身近な立体について観察したり，分類したりして，ものの形を次第に抽象化して，図形としてとらえられるようにしてきている。また，第 2 学年から図形の構成要素に着目して立体図形を扱ってきている。第 3 学年では球を取り扱い，第 5 学年までに，立方体，直方体，角柱，円柱を取り扱い，それらの見取図や展開図をかくことなどを通して立体図形についての理解を深めてきている。

中学校数学科において第 1 学年では，これらの学習の上に立って，空間図形についての理解を一層深める。小学校算数科で立体図形として扱っていた対象を，中学校数学科では空間図形，すなわち，空間における線や面の一部を組み合わせたものとして扱うということを意識する必要がある。また，直観的な理解を助け，論理的に考察し表現する能力を培うために，例えば，立体の模型を作りながら考えたり，目的に応じてその一部を平面上に表す工夫をしたり，平面上の表現からその立体の性質を読み取ったりするなど，観察，操作や実験などの活動を通して図形を考察することを基本にして学習を進めていく。図形の計量についても，計算方法を導くだけでなく，図形を理解する一つの側面として位置付ける。なお，錐体は中学校で初めて取り扱う立体であることに留意する。

As these ideas are being taught, it is important to help students identify properties of geometrical figures or enrich their ways of viewing geometrical figures by having them compare geometrical figures before and after a transformation, for example, comparing the positions of line segments, measures of corresponding angles, and congruence of the given figure and its image. In addition, as a way to observe tessellations, it is possible to have students investigate what motion will overlap two geometrical figures in a tessellation or creating a tessellation by transforming a given geometrical figure as the starting point.

As transformations of geometrical figures are discussed, students will be drawing the images of given figures under transformations. Through such activities, help students become used to the use of the straight edge and compass.

Also, in order to help students understand the meaning of geometric constructions, it is important to verify the accuracy of the methods and the results of the basic construction from the perspective of geometric transformations.

By connecting the study of transformations with the study of the content of geometrical constructions, students' understanding of plane figures may be deepened and the important connection to the study of congruence of geometrical figures in grade 2 of lower secondary school.

(2) Through activities like observation, manipulation and experimentation, deepen the understanding of space figures, and develop the ability to measure geometrical figures.

(a) To know the positional relationship between straight lines and planes in space.

(b) To grasp space figures as objects constructed by the movement of straight lines and plane figures, and to represent space figures on a plane and read their properties in the representation.

(c) To find the length and area of a sector, as well as the surface area and volume of basic cylinder, pyramid and sphere.

[Terms and Symbols]

solid of revolution, skewed position, π

[Handling the Content]

(5) In connection with (2)-(b) under " B. Geometrical Figures " in " Content, " sketches, developed drawing and projection drawing should be dealt with.

In elementary school mathematics, starting with grade 1, students develop their ability to grasp geometrical figures as an abstract object by observing and sorting solid figures from their surroundings. Starting in grade 2, solid figures are discussed by focusing on their constituent parts. In grade 3, spheres are introduced rectangular prisms, pyramids, cylinders and cones are discussed by the end of grade 5. Their understanding of solid figures is deepened by drawing their sketches and developed drawings [2] .

In lower secondary mathematics, based on what the study was in elementary school, help students deepen their understanding of space figures. In lower elementary school mathematics, the objects that were treated as solid figures in elementary school mathematics must be recognized as space figures, or, figures made up of lines and faces in space. To help students' empirical understanding of space figures, and also to cultivate their ability to examine and represent space figures, instruction should be built on the foundation of activities to observe, manipulate and experiment such as the following: to think about solid figures by building their models, to think about ways to represent the solid figures on a plane, or identify properties of the solid figures by examining their representations on a plane. The study of measurement of geometrical figures is positioned as a way to understand geometrical figures, not just to develop ways to calculate them. It should be noted that pyramids are discussed for the first time in lower secondary school.

[2] "Developed drawings" are also known, perhaps more commonly, as "nets" or "patterns."

空間における直線や平面の位置関係

小学校算数科でも，直方体などに関連して，直線や平面の平行や垂直の関係について学習しているが，これは具体的な立体の構成要素の位置関係を扱ったものである。中学校数学科では，小学校算数科における立体図形の学習を振り返り，具体的な空間図形を扱いながらも，抽象化された直線や平面の位置関係を考察することになる。

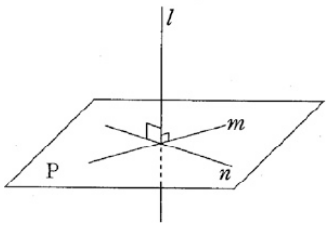
空間における直線を無限に延びているものととらえることは，平面図形の場合と同様であるが，空間における平面についてもそれが無限に広がっているものととらえる。そして，空間における直線が 2 点によって決定されること，平面が同一直線上にない 3 点，一つの直線とその上にない 1 点，交わる 2 直線によって決定されることなどを理解できるようにする。また，平面で考えていたことを，類推によって空間に拡張し，空間についての豊かな感覚をはぐくむことも大切である。例えば，平面が一つの直線で二つの部分に分けられるように，空間は一つの平面で二つの部分に分けられる。

空間における直線や平面の位置関係については，直線や平面がどのような位置にあるか，また，どのような交わり方をするかを考察する。

空間における直線と直線との位置関係には，二つの直線が交わる場合と交わらない場合とがある。交わらない場合には，平行な場合と平行でない場合とがあり，平行でない場合，二つの直線はねじれの位置にあるという。そして，二つの直線が交わる場合と平行である場合には，それらによって一つの平面が決定される。すなわち，その二つの直線は同一平面上にある。

空間における直線と平面との位置関係には，直線が平面に含まれる場合，直線と平面とが交わる場合，直線と平面とが平行である場合がある。直線と平面とが交わる場合の中で，特に直線が平面に垂直な場合については，直線が平面に対してどの方向にも傾いていないこと，すなわち，直線が平面との交点を通るその平面上のすべての直線と垂直であることをいう必要がある。

しかし「平面が交わる 2 直線によって決定される」ことを基にすれば，直線が 2 直線の交点において，その 2 直線に垂直であれば，その 2 直線によって決まる平面に垂直であることが分かる。つまり，直線が平面と垂直であるかどうかを調べるときには，平面上の交わる 2 直線に垂直であることを調べればよい。



空間における平面と平面との位置関係では，二つの平面が交わる場合と交わらない場合とがある。交わるときの特別な場合として垂直な場合があり，交わらない場合が平行である。また，二つの平面の交わりは直線である。

前述した直線や平面の位置関係についての内容は，空間図形を考察する際に基本となるものであり，空間図形について分析的な見方をするには欠くことのできない事柄である。この内容の指導に当たっては，位置関係の分類の結果を形式的に知らせるのではなく，「観察，操作や実験などの活動を通して」とあるように，直線と平面との位置関係のとらえ方が生かされるような具体的な空間図形の考察場面を取り入れる。例えば，実際に立体を作ったり，観察したり，それを用いて説明したりする活動を通して，直線や平面の位置関係を理解できるように配慮する必要がある。そのような適切な課題の中で，一つの直線に平行な二つの直線は平行であること，一つの直線に垂直な二つの直線は空間では平行とは限らないことなどにも気付かせる。

$\ell \perp m, \ell \perp n$ ならば $\ell \perp \mathrm{P}$

Position relationships of lines and planes in space

In elementary school mathematics, students have learned about parallel and perpendicular relationships of lines and planes in conjunction with the study of solid figures such as squares. However, their examination was limited to the relationships of constituent parts of specific solid figures. In lower secondary school mathematics, students are to examine space relationships of lines and planes as abstract objects while reflecting on their study of solid figures in elementary school mathematics and also while examining concrete space figures.

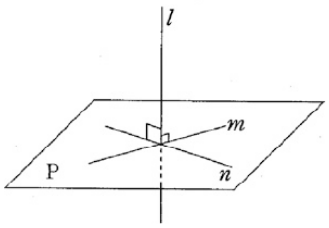
A line in space is considered to be extending in both directions forever just as is the case in a plane. Similarly, students are to understand that a plane in space extends forever in every direction. Students are to understand that 2 points in space will define a line, and 3 non-collinear points, a line and a point not on the line, and two intersecting lines all define a plane. Moreover, it is important that students can enrich their spatial sense by extending ideas from a plane to space by analogy. For example, just as a plane can be split into two regions by a line, space may be split into two parts by a plane.

As for the positional relationships of lines and planes in space, students are to examine the positions of lines and planes and how they intersect each other.

There are two possible cases for the positional relationships of two lines in space: when the two lines intersect, and when the two lines do not intersect. When two lines do not intersect with each other, the lines may be parallel, or may not be parallel. When the lines are not parallel (yet do not intersect each other), we say that they are in a skewed position. When two lines intersect with each other, or when they are parallel to each other, the two lines will define a plane. In other words, those two lines will be on the same plane.

As for the relationship of a line and a plane in space, there are three possibilities: the line is included in a plane, the line and the plane will intersect, or the line and the plane are parallel to each other. When the line and the plane intersect, it is necessary to specify that the line is perpendicular to every line that passes through the point of intersection between the line and the plane in order for them to be considered perpendicular to each other, or the line is not slanted in any direction with respect to the plane.

However, if you remember that, "a plane is defined by two intersecting lines," if a line is perpendicular to 2 other perpendicular lines at their point of intersection, then the first line is perpendicular to the plane defined by the 2 perpendicular lines. In other words, to check whether or not a line is perpendicular to a plane, one needs to check whether or not the line is perpendicular to two intersecting lines.



If $\ell \perp m, \ell \perp n$, then $\ell \perp$ P

When two planes in space are considered, they may either intersect with each other or they may not. A special case of intersecting planes is the perpendicularity, and when the two planes do not intersect, they are parallel to each other. When two planes intersect with each other, they intersect in a line.

The positional relationships of lines and planes discussed above are the foundation for examining space figures, and we will not be able to analyze space figures without them. When these ideas are taught, as the COS specifies that, "through activities of observation, manipulation and experimentation," incorporate situations to examine concrete space figures where positional relationships of lines and planes are essential and avoid simply giving those relationships formally. For example, it is necessary to help students understand the positional relationships of lines and planes by actually building solids and observing them, or through activities of explaining their ideas using the solids. Through such investigations, help students recognize that two lines that are parallel to a third line are parallel to each other themselves or two lines that are perpendicular to the same third line may not necessarily be parallel to each other.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

平面図形の運動による空間図形の構成

空間図形を考察する際，その構成要素に着目し，立体図形を直線や多角形，円などの平面図形の運動によって構成されたものとみる視点を与えることは，空間的な想像力や直観力を伸ばす上で大切である。

一つには，線分の運動によって空間における面が構成されるという見方を扱う。例えば，角柱の側面を一つの線分が平行に移動してできたものとみること，直円柱や直円錐の側面を一つの線分が定直線 (軸) のまわりに回転してできたものとみることなどがあげられる。

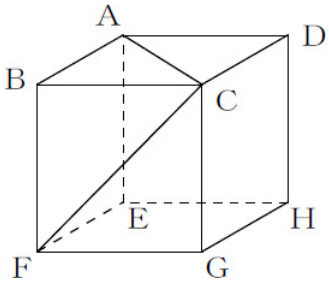
また，平面図形の運動によって立体が構成されるという見方を扱う。例えば，角柱や円柱をその底面である多角形や円が一定の方向に平行に移動してできたものとみること，直円柱を長方形がその 1 辺を軸として回転してできたもの，直円錐を直角三角形が直角をはさむ 1 辺を軸として回転してできたもの，球を半円がその直径を軸として回転してできたものとみることなどがあげられる。これらの事柄は，例えば，陶器を作る際に用いるろくろや，カードやブロックを積み重ねたときの形など，日常生活の場面と結び付けて理解できるようにする。指導に当たっては，実際に直角三角形などの平面図形の 1 辺を軸として回転したり，線分や面の運動によってできる立体を分類したりするなど，観察，操作や実験などの活動を通して空間図形の理解を深めることが大切である。

空間図形の平面上への表現と読み取り

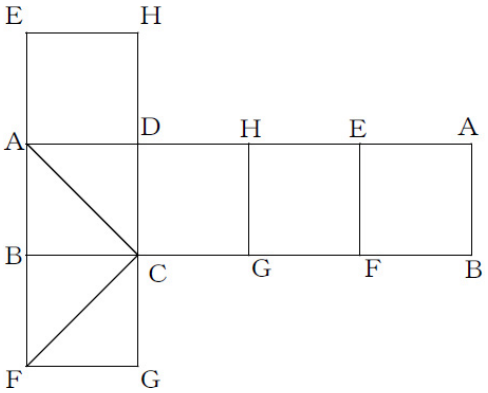
空間図形の考察に当たって，目的に応じて空間図形の一部として平面図形をとらえたり，空間図形を平面図形に帰着させてとらえたりすることは，平面図形の運動によって空間図形をとらえる見方と同様に，空間図形を理解するための重要な側面である。ここでは，具体的な空間図形の性質を理解するために，その図形の必要な部分を平面上に表現してとらえたり，平面上の表現からその図形の性質を読み取ったりすることを扱う。

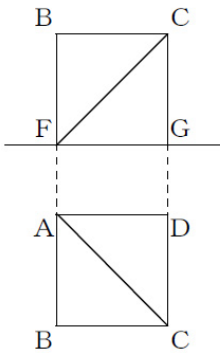
実際の空間図形を手元に置かなくても，その見取図をかいたり，見取図から性質を読み取ったりすることによって，その空間図形のもつ性質を考察することができるし，その図形の内部まで見通して考察することができる。

中学校数学科で初めて学習する投影図については，空間図形を上から見た図 (平面図) や前から見た図 (立面図) などに表現して，その空間図形のもつ性質を考察する。このようにして，一つの方向からだけではなく，自分で視点を決めて観察し，分析的に考察するという見方や考え方を身に付けることができる。



なお，空間図形を平面上の見取図や投影図に表したとき，もとの空間図形の性質が保存されていないこともある。例えば，右図のような立方体の見取図から，立方体の性質を読み取ろうとするとき，見た目で判断して，二つの対角線の長さ (ＡＣ，ＣＦ) が等しくないと考えてしまうことがある。このことは，展開図や投影図に着目することで「二つの線分は合同な正方形の対角線であるから長さが等しい」と数学的に推論することによって解決できる。





Composing space figures by moving plane figures

When examining space figures, if you focus on their constituent parts, they may be considered as a result of moving plane figures such as a line segment, polygon or circle. This perspective is important in developing creativity and intuition about space.

The idea that a plane is composed as a result of moving a line segment will be taught. For example, the lateral surfaces of a prism may be formed as a result of translating a line segment in space. Or, the lateral surfaces of right cylinders or right cones may be formed by rotating segments around a fixed line (axis of rotation).

We will also teach the idea that solid figures are formed as a result of movements of plane figures. For example, prisms and cylinders can be thought of as a result of translating their bases in space. Right prisms can be considered as the result of rotating a rectangle using one of the sides as the axis of rotation, and a right cone may be formed by the rotating of a right triangle around one of its legs as the axis of rotation. Spheres can be viewed as the result of rotating a semi-circle around its diameter. To help students understand these ideas, instruction should make connections to everyday situations such as a potter's wheel or the structure obtained by stacking cards or blocks. It is important to deepen students' understanding of space figures through activities of observation, manipulation and experimentation with space figures, such as actually rotating a right triangle around one of its legs or sorting solids that can be obtained by moving line segments or plane figures.

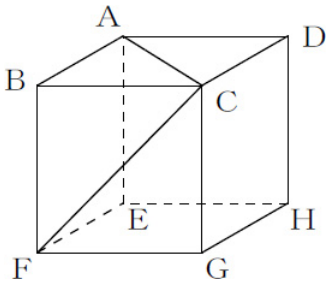
Representing and interpreting plane representations of space figures

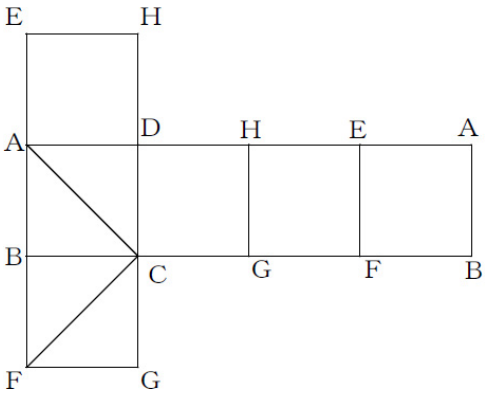
While examining space figures, considering their components as plane figures or relating them to plane figures are important facets of understanding space figures along with considering space figures as the result of the motions of plane figures. Students will be taught about representing space figures on a plane in order to understand their characteristics. They will also learn to identify characteristics of space figures from their representations on a plane.

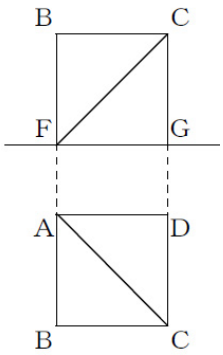
By drawing sketches of space figures or identifying their characteristics from sketches, students can examine space figures without having actual shapes on hand. With sketches, they can also examine the space figures considering their interior, too.

Projections of space figures are studied in lower secondary school mathematics for the first time. By representing a space figure by how the figure will look when seen from directly above and seen from directly in front, students will examine the characteristics of the space figure.

In this way, students will learn to develop the ways to analyze objects not from a single viewpoint but from multiple viewpoints. In some cases, when a space figure is represented as a sketch or a projection drawing, characteristics of the original space figure may not be preserved. In the sketch of a cube on the right, students might mistakenly think that the diagonals (AC and CF) are not equal by inspection. However, by examining a net or a projection drawing of the same cube, students can reason mathematically, "since the two segments are the diagonals of congruent squares, their lengths must be equal."







Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

このように，平面上に表現された空間図形を読み取る際，見取図，展開図や投影図を相互に関連付けて扱い，空間図形を実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

また，立方体や正四面体の模型を作ろうとして展開図を考えることは，立体の各面の様子を分析的に観察し，面と面とのつながりや辺と辺との位置関係などに着目して，立体についての理解を深めることにつながる。あるいは，円柱や円錐の側面積を求めようとするときには，曲面の面積をどうとらえるかが問題になるが，これを展開図に表せば平面上の長方形，あるいは扇形の面積として容易にとらえられる。このように展開図を考えることは空間図形についての理解を深めることにつながるものである。

以上のように，具体的な空間図形について，その見取図，展開図，投影図を用い，図形の各要素の位置関係を調べることを通して，論理的に考察し表現する能力を培う。

扇形の弧の長さと面積

小学校算数科では円の周の長さや円の面積の求め方について学習している。中学校数学科では，それらの学習を振り返り学び直すとともに，それらを円周率πを用いて表すことを扱う。また，円の一部としての扇形について，同一の円の弧の長さがその中心角の大きさに比例することを理解し，扇形の弧の長さや面積を求めることができるようにする。

柱体，錐体及び球の表面積と体積

小学校算数科では立方体や直方体及び角柱や円柱の体積を求めることを扱っている。小学校算数科における体積の学習では，柱体の体積が底面積と高さの積として求められることを学習している。中学校数学科では，小学校算数科で学習してきた体積の求め方について，角柱や円柱を，その底面の多角形や円が高さの分だけ平行に移動することによって構成される立体と見ることと関連させて理解を深めることができる。

中学校数学科で初めて学習する錐体の体積は，それと底面積と高さがともに等しい柱体の体積の $\frac{1}{3}$ である。球の体積は，それがぴったりと入る円柱の体積の である。錐体や球の体積については，柱体の体積との関係を予想させ，その予想が正しいかどうか模型を用いたり実験による測定を行ったりして確かめるなど，実感を伴って理解できるようにする。

柱体や錐体の表面積については，実際にその立体を平面上に展開して求めるなどの活動を通して指導する。この際，展開図の有用性を理解できるようにすることも大切である。球の表面積については，模型を用いたり実験による測定を行ったりして，実感を伴って理解できるようにする。また，このような立体の求積に関しては，ある立体の表面積や体積を求めるためにはどの要素が分かればよいか，どのような図をかいて必要な要素を調べていくかなど，空間図形についての学習として総合的に取り扱うことによって，空間図形についての理解を一層深めることができる。

なお，ここでは，三角形や円などその面積を求めることができる図形を底面にもつ柱体や錐体を扱う。

While learning to interpret plane representations of space figures, it is important that sketches, nets, and projection drawings are connected to each other so that students can understand space figures more realistically.

Thinking about nets in order to build models of cubes or tetrahedron can lead students to examine those figures more analytically and think about the relationships between faces or edges as well as their positional relationships. In this way, students' understanding of solid figures may be deepened. Or, when calculating the surface area of cylinders or cones, how to determine the areas of curved lateral faces can be a problem. However, if they are represented as nets, those lateral faces are rectangles and sectors, respectively, and their areas can be easily calculated. In this way, thinking about nets will lead to the deepening of understanding about space figures.

As discussed above, by investigating components of concrete space figures by using sketches, nets, and projection drawings, students' ability to think and represent logically is to be cultivated.

Length of an arc and area of a sector

In elementary school mathematics, circumference and area of circles are taught. In lower secondary school mathematics, have students reflect on what they studied in elementary school and express area and circumference using . In addition, enable students to calculate the length of an arc and the area of the sector by understanding the proportional relationship between the length of an arc and the length of the corresponding arc.

Surface area and the volume of prisms, pyramids, and spheres

In elementary school mathematics, the volume of cubes, cuboids, prisms and cylinders are dealt with. The formula to calculate the volume of prisms, area of base x height, has been studied in elementary school. In lower secondary school mathematics, students can deepen their understanding of how to calculate the volume of prisms and cylinders by connecting the view of prisms and cylinders as solids obtained by translating their bases.

The volume of pyramids, which is discussed for the first time in lower secondary mathematics, is $\frac{1}{3}$ of the volume of a prism with the congruent base and height. The volume of a sphere is of the volume of a cylinder in which the sphere can fit snugly. To help students develop a concrete understanding of volume of pyramids and spheres, have them estimate the relationship between the volume of the pyramid or the sphere and the volume of a prism or a cylinder. Then, through demonstration or experimenting with models, verify the estimation.

The surface area of prisms and pyramids should be taught through activities such as drawing nets of the given solid figures. It is also important that students understand the values of nets. As for the surface area of spheres, help students develop a concrete understanding by using models or by measuring the results of experiments. As the measurement of solid figures is taught, have students think about measurements of what parts of the solids are needed or what types of drawings may be helpful. By treating them more holistically, we can help students further deepen their understanding of space figures.

It should be noted that we only discuss those space figures with bases whose area formulas have already been learned, such as triangles and circles.

C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

ア 関数関係の意味を理解すること。

イ 比例，反比例の意味を理解すること。

ウ 座標の意味を理解すること。

エ 比例，反比例を表，式，グラフなどで表し，それらの特徴を理解すること。

オ 比例，反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

関数　変数　変域

小学校算数科では，第 4 学年から第 6 学年にかけて，数量の関係を □，△，a，x などを用いて式に表しそれらに数を当てはめて調べたり，変化の様子を折れ線グラフで表し変化の特徴を読み取ったり，比例の関係を理解しこれを用いて問題解決したり，反比例の関係について理解したりしてきている。

中学校数学科において第 1 学年では，これらの学習の上に立って，関数関係についての内容を一層豊かにし，具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して，その変化や対応の仕方に着目し，関数関係の意味を理解できるようにする。

比例，反比例の学習は，日常生活において数量を関係的に探究する基礎となるものである。これらの学習においては，一般的，形式的に流れることなく，具体的に事象を考察することを通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。また，数の拡張や関数の概念を基にして，小学校算数科で学習した比例，反比例を関数としてとらえ直すことも必要である。

関数関係の意味

関数関係とは，関係する二つの数量について，一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるような関係を意味している。ここでは，二つの数量の関係について,「…と…は関数関係にある」,「…は…の関数である」などという表現を用いてとらえ，変化や対応の様子に注目して関数関係についての理解を深める。

第 1 学年では，比例，反比例を中心に指導することになるが，比例，反比例は関数の一例である。関数についての学習の初期段階においては，比例と反比例だけが関数であるような誤解に陥らないよう，関数の概念の広がりを実感することができるようにし，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

C. Functions

(1) Through finding out two numbers/quantities in concrete phenomena and exploring their changes and correspondence, deepen the understanding of relationships of direct proportion and inverse proportion, and cultivate the ability to find out, represent and think of functional relationships.

(a) To understand the meaning of functional relationships.

(b) To understand the meaning of direct proportion and inverse proportion.

(c) To understand the meaning of coordinates.

(d) To represent direct proportion and inverse proportion into tables, algebraic expressions, graphs and so on, and to understand their characteristics.

(e) To grasp and explain concrete phenomena by using direct proportion and inverse proportion.

[Terms and Symbols]

function, variable, domain

In elementary school mathematics, the following topics are taught between grades 4 and 6: representing quantitative relationships using algebraic expressions using symbols such as $\square$, $\triangle$, a, x, substituting various numbers in symbols to evaluate algebraic expressions, representing changes in quantities using broken line graphs and identifying characteristics from such graphs, proportional relationships and their applications, and inverse proportion relationships.

In grade 1 of lower secondary school mathematics, based on the study in elementary school, the contents related to functional relationships are further enriched to enable students to identify two quantities in concrete situations that vary simultaneously and understand the meaning of their functional relationships by focusing on their changes and correspondences.

The study of direct and inverse proportional relationships is the foundation of exploration of quantitative relationships in our daily life. In this study, cultivate students' abilities to identify, represent, and examine functional relationships through observation of concrete phenomena, and avoid approaching these topics just formally and generally. It is also important to re-conceptualize direct and inverse proportional relationships, which students studied in elementary school, as functions based on the expansion of the range of numbers.

Meaning of functional relationships

A functional relationship exists between two quantities when the value of one quantity is determined, the value of the other quantity will also be fixed to one and only one value. The aim here is to help students deepen their understanding of functional relationships by focusing on the way quantities change and correspond, and capture the relationships using expressions, "$\cdots$ and $\cdots$ are in a functional relationship," or,"$\cdots$ is a function of $\cdots$."

The instruction in grade 1 of lower secondary school will center around the study of direct and inverse proportional relationships, as they are examples of functions. In the early stage of the study of functions, some students might mistakenly think that only direct and inverse proportional relationships are functions. Therefore, care should be taken so that students can experience the expansion of the concept of functions and cultivate their abilities to identify, represent and examine functional relationships.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

数量の関係を表，式，グラフに表して考えることは，小学校算数科においても学習している。しかし，小学校算数科と中学校数学科では，数量の関係を表す式やグラフの内容が異なっている。式について，小学校算数科では，数量を数や言葉，□や△などの記号及び文字を用いて表すが，中学校数学科では変数や定数を文字で表し，文字を使った式に一般化される。グラフについては，小学校算数科は座標に基づいていないが，中学校数学科では座標に基づいたグラフである。中学校数学科では，変域が，正の数，0，負の数まで拡張される。

中学校数学科において，二つの数量の関係を表，式，グラフに表すのは，これを手だてとしてその変化や対応の特徴をとらえ，関数関係について調べることがねらいである。

数量の関係を表に表すときは，対応する二つの値の組をはっきりととらえることが大切である。そのとき，一方の変数 (独立変数) のとる値を，目的に応じて一定の順序に並べて表をつくるという考え方は重要である。

数量の関係を式に表すときは，変数と定数の違いを明らかにし，変数として何を x とし，何を y とするかをはっきりさせることが必要である。式に表すことによって，一方の変数のとる値を決めれば，それに対応する他の変数の値が決まることが分かり，式を基にして表やグラフを容易につくることができるようになるなお，この段階では，式に表すことができない関数関係もあることに注意する。

数量の関係をグラフに表すときは，対応する二つの値の組を座標とする点を座標平面上にとればよい。また，グラフを用いて変数 x のとる値を一つ決めれば，対応する変数 y の値が求められることが理解できるようにする。

表，式，グラフを用いて表すとき，これらを並列的に扱ったり，別々のものとして扱うのではなく，これらの表し方を相互に関連付け，一体となって理解できるようにしなければならない。例えば，ある具体的な事象を考察するのに数量の関係を表で表した場合，それを式やグラフに表すことによって，表にない値を求めることができるなど数量の関係についての理解がさらに深められる。また，数量の関係を式で表した場合，それを表やグラフに表すことによって，その式が表す数量の関係について変化や対応の様子を具体的にとらえることができ，数量の関係の特徴を理解することが容易になる。

なお，関数関係や関数については，従来は第 2 学年で導入していたが，今回の改訂で，第 1 学年で指導することとした。それは，小学校算数科で学習した比例，反比例を関数関係としてとらえ直し，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培うためである。

Even in elementary school mathematics, students learn to examine quantitative relationships by representing them in tables, algebraic expressions, and graphs. However, the nature of algebraic expressions or graphs representing quantitative relationships differ in lower secondary school mathematics whencompared to elementary school mathematics. As for algebraic expressions, in elementary school mathematics, quantitative relationships are represented in algebraic expressions with numbers, words, symbols such as □ and △, and letters. In lower elementary school mathematics, algebraic expressions are generalized in those using letters, which are used for variables and constants. In lower secondary school mathematics, the coordinate system becomes the foundation of graphing, which is not the case in elementary school mathematics. Moreover, in lower secondary mathematics, the ranges of values that variables can take will be expanded to positive, negative numbers and 0.

In lower secondary mathematics, the purpose of representing quantitative relationships in tables, algebraic expressions and graphs is to examine functional relationships by grasping the characteristics of changes and correspondences from those representations.

When representing quantitative relationships in tables, it is important to capture the way two quantities correspond to each other. Therefore, arranging the values for one of the variables (independent variables) in a purposeful order in a table is important.

Representing quantitative relationships in algebraic expressions, variables and constants must be distinguished. It is necessary to clearly define which quantity will be considered as x and which will be y. When quantitative relationships are represented in algebraic expressions, it can be seen that when the value of one variable is fixed, the value of the other variable is also fixed. Moreover, tables and graphs can be easily constructed based on algebraic expressions. Care should be taken to help students realize that there are functional relationships that cannot be represented in an algebraic expression.

To graph quantitative relationships in graphs, points whose coordinates represent the values of corresponding quantities must be plotted. Help students understand that they can determine from graphs that when the value of variable x is fixed, the value of variable y is also fixed.

When tables, algebraic expressions, and graphs are used, it is important that connections are made among them, instead of treating them in parallel or independently, so that students can understand them more holistically. For example, while examining a quantitative relationship represented in a table, by representing the same relationship as an algebraic expression or a graph, students can deepen their understanding of the quantitative relationship by seeing that other correspondences not shown on the table can be gathered from the alternative representations. Also, while examining a quantitative relationship represented in an algebraic expression, if one represents the relationship in a table or graph, the way quantities change and correspond can be more concretely captured. In this way, those representations might make it easier to understand characteristics of the quantitative relationship.

In the previous COS, functional relationships and functions were introduced in grade 2 of lower secondary school. The reason these ideas are introduced in grade 1 in the current COS is to cultivate students' abilities to identify, represent, and examine functional relationships by re-conceptualizing direct and inverse proportional relationships, which were studied in elementary school mathematics, as functional relationships.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

比例，反比例の意味

小学校算数科においては，第 5 学年で簡単な比例の関係について学習し，第 6 学年において，これらの学習の上に立って，比例の関係について理解し，簡単な場合について表，グラフなどを用いてその特徴を調べることを学習している。また，反比例については，比例についての理解を一層深めることをねらいとして，反比例について知ることとしている。

比例の意味については，小学校算数科では，次の三通りの意味の学習が行われている。

- 二つの数量があり，一方の量が 2 倍，3 倍，……，または $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…と変化するのに伴って，他方の量も，それぞれ，2 倍，3 倍，……，または $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$, …と変化する。
- 二つの数量の一方が m 倍になれば，他方も m 倍になる。
- 二つの数量の対応している値の比 (商) に着目すると，それがどこも一定になっている。

また，反比例については，比例と対比させて，次の三通りの意味を知ることとしている。

- 二つの数量があり，一方の量が 2 倍，3 倍，…，または $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$ ，…と変化するのに伴って，他方の量は，それぞれ，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，……，または，2 倍，3 倍，……と変化する。
- 二つの数量の一方が m 倍になれば，他方は $\frac{1}{m}$ 倍になる。
- 二つの数量の対応している値の積に着目すると，それがどこも一定になっている。ただし，変域は負でない数の場合だけである。

中学校数学科では，これらの学習の上に立って，比例，反比例を，変域を負の数にまで拡張し，文字を用いた式で表現する。比例については，一般的に，a を比例定数として，$y = ax$ または，$\frac{y}{x} = a$ という式で表される関係であること，反比例については，一般的に，a を比例定数として，$y = \frac{a}{x}$ または，$xy = a$ という式で表される関係であることを学習する。

座標の意味

小学校算数科では，第 4 学年で，座標の意味につながる平面上や空間にあるものの位置の表し方について学習している。また，変化の様子を折れ線グラフに表すことを第 4 学年から学んでいるが，これは棒グラフの上端を線分で結ぶ作業であり，二つの数の組を用いて平面上の位置を表すという座標の概念に基づいたものではない。

中学校数学科では，これらの学習の上に立って，座標を理解し，数量の関係を座標を用いてグラフに表す

平面上にある点の位置は，一般に，交わる 2 本の数直線を軸として，その点に二つの数の組を対応させることによって表現できる。これが平面における座標の概念である。

中学校数学科では，座標の意味として，原点Oで直交した 2 本の数直線によって平面上の点が一意的に表されることを理解する。座標を用いることによって，グラフを点の集合として表すことができるようにする。

Meaning of direct and inverse proportional relationships

In elementary school mathematics, simple cases of direct proportional relationships are discussed in grade 5, and, in grade 6, students are expected to understand direct proportional relationships based on the study in grade 5. They also learn to investigate characteristics of direct proportional relationships by examining their tables and graphs. To help students deepen their understanding of direct proportional relationships, students are expected to know about inverse proportional relationships.

Students have seen the following three meaning of direct proportional relationships in elementary school mathematics:

- When one quantity increases 2, 3, ... times as much, or decreases $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\cdots$, the other quantity also increases 2, 3, ... times as much, or decreases $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\cdots$, respectively.
- When one quantity becomes m times as much, the other quantity also becomes m times as much.
- The ratio of the two quantities (ratio) is constant.

Students have also seen the following three meaning of an inverse proportional relationship:

- Given two quantities, when one quantity increases 2, 3, ... times as much, or decreases $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$,$\cdots$, the other quantity becomes $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$,$\cdots$ times as much or 2, 3, ... times as much, respectively.
- When one quantity become m times as much, the other quantity becomes $\frac{1}{m}$ times as much.
- The product of the two quantities remains constant. The range of numbers for the quantities is limited to non-negative numbers.

In lower secondary school mathematics, building upon the study in elementary schools, the range of numbers in direct and inverse proportional relationships including negative numbers and represent them in algebraic expressions with letters. For direct proportional relationships, using a as the proportion constant, they can be represented generally as $y = ax$ or $\frac{x}{y} = a$. Inverse proportional relationships may be represented generally as $y = \frac{a}{x}$ or $xy = a$, where a is the proportion constant.

Meaning of coordinates

In elementary school mathematics, students learn to represent the position of objects in a plane or in space, which leads to the meaning of coordinates. In addition, students learn to represent the changes of quantities using broken line graphs. However, the approach taken there was to connect the top of bars in bar graphs, not based on the idea of coordinates, that is, to represent the position in a plane using a pair of numbers.

In lower secondary school mathematics, based on the study in elementary school, students are expected to understand coordinates and represent quantitative relationships in graphs using the idea of coordinates.

A position on a plane may be represented by a pair of numbers which correspond to two intersecting number lines as axes, generally. This is the concept of coordinates on a plane. In lower secondary school mathematics, students are expected to understand the meaning of coordinates as a way to uniquely represent a position on a plane by using two perpendicular number lines intersecting at the origin, O. By using coordinates, it is possible to represent graphs as a set of points.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

比例，反比例の表，式，グラフ

比例について，小学校算数科では，第 5，6 学年において学習している。

中学校数学科では，変数を明確に意識し，表から変数 x，y の間の関係を見いだし，その関係を $y = ax$，または，$\dfrac{y}{x} = a$ という式に表せること，これらの式における比例定数 a の意味を理解する。グラフについては，変域が負の数まで拡張された上で，原点を通る直線であることを理解し，比例定数 a の値によってどのようにグラフが変わるかということも学習する。

反比例については，今回の改訂では，小学校算数科において第 6 学年で比例についての理解を一層深めることをねらいとして，反比例を知ることとしている。中学校数学科では，変数を明確に意識し，表から変数 x，y の間の関係を見いだし，$y = \dfrac{a}{x}$，または，$xy = a$ という式に表せることを理解する。そして，式における比例定数 a の意味を理解する。グラフについては，原点を通らない二本の曲線となることを理解し，比例定数 a の値によってどのようにグラフが変わるかということも学習する。なお，グラフの学習においては，式を基に曲線をかくことは初めてなので，座標平面上に必要に応じて点をとることにより，グラフが滑らかな曲線になることを理解することが大切である。その際，電卓等を利用することにより，対応する x，y の値を求める計算の能率化を図ることも考えられる。

ここでの学習においては，小学校算数科で学習した表，式，グラフと，中学校数学科で変域を負の数まで拡張し，座標を理解するなどして学習する表，式，グラフとの違いを明確にすることが必要である。

比例，反比例を用いて事象をとらえ説明すること

比例，反比例の学習を通して，具体的な事象をとらえ説明することができるようにすることが大切である。

比例，反比例にかかわる日常的な事象は数多くあり，また，他教科，特に理科の内容に関連した事象がある。さらに，比例，反比例は，長さと面積の関係など数学の既習内容によって学習することもできる。二つの数量の関係を表，式，グラフで表し，その関係が比例，反比例であると理解できれば，二つの数量の変化や対応について様々な特徴をとらえることができる。また，とらえた特徴を表，式，グラフを用いて，分かりやすく説明することもできる。例えば，比例に関して，半径が r で周の長さが ℓ の円について,「半径を 2 倍，3 倍，…にすると，周の長さはどのように変化するか」を考えるためには，具体的な数で計算して調べることをしなくても，$\ell = 2\pi r$ という式の意味を読み取って簡単に説明すことができる。また，この円の面積を S とするとき,「半径を 2 倍，3 倍，…にすると，面積も 2 倍，3 倍，…になるかどうか」については，$S = \pi r^2$ という式からその関係が比例でないことが分かる。反比例については,「Aが増えるとBが減るから，BはAに反比例する」といった誤った判断をしないよう注意する必要がある。反比例の表，式，グラフの特徴に基づいて，こうした誤りに陥らないように指導することが大切である。

また，日常的な事象のなかには，厳密には比例，反比例ではないが，比例，反比例と見なせるものもある。二つの数量の関係を表やグラフで表し，その関係を理想化したり単純化したりして考えることによって比例，反比例と見なすことで，変化や対応の様子について予測できることを知ることは重要である。この際，理想化したり単純化したりすることで一定の制約が生じることについて理解することも重要である。

なお，具体的な事象を扱う際には，変数の変域に注意する必要がある。例えば，長さと面積の関係を比例，反比例を用いてとらえるとき，長さや面積は負の数では意味をもたない。具体的な事象においては，変域を意識しながら事象をとらえ説明できるようにする。

Tables, algebraic expressions, and graphs of direct and inverse proportional relationships

Students have learned about direct proportional relationships in grades 5 and 6 in elementary school. In lower secondary school mathematics, variables must be clearly defined, and students should be able to identify the relationship between variables x and y and represent the relationship as $y = ax$ or $\frac{y}{x}$=a. They are also expected to understand the meaning of a as the proportion constant.

The range of values the variables can take has been expanded to include negative numbers. Students are to understand that graphs of direct proportional relationships are lines passing through the origin. Students also learn about how graphs will change when the proportion constant, a, changes. In the current revision of the COS, the aim of teaching inverse proportional relationships in grade 6 of elementary school mathematics is to deepen students' understanding of direct proportional relationships. In lower secondary mathematics, variables must be clearly defined, and students should be able to identify the relationship between variables x and y and represent the relationship as $y = \frac{a}{x}$ or $xy = a$. They are also expected to understand the meaning of a as the proportion constant. Students are expected to understand that graphs of inverse proportional relationships are two curves that do not pass through the origin. They will also learn how graphs change when the values of a changes. Graphing a curve is a new experience for students; therefore, have them plot as many points as necessary so that students can understand that the graph will be a curve. It is possible to let students use calculators so that the calculations to determine the values of x or y become more efficient.

It is important to clarify the difference between tables, algebraic expressions, and graphs studied in elementary school mathematics and those studied in lower secondary school with the expanded range of numbers and the use of coordinates.

To explain concrete phenomena using the ideas of direct and inverse proportional relationships

It is important that students can explain concrete phenomena using the ideas of direct and inverse proportional relationships.

There are many phenomena related to direct and indirect proportional relationships in our daily life as well as other subject matters, particularly in science. Moreover, it is possible to study direct and inverse proportional relationships using mathematics contents that have already been discussed, such as the length of a side and the area. If we can capture the relationship between two quantities as a direct or inverse proportional relationship, we can capture many characteristics of the way those quantities change and correspond. In addition, it is possible to explain those characteristics more easily by using tables, algebraic expressions and graphs. For example, consider the question, "what would happen to the circumference when the radius becomes 2, 3, ... times as long?", which is about a direct proportional relationship between the radius, r, and the circumference, ℓ. We can respond to this question more easily if we use the meaning of algebraic expression, $\ell = 2\pi r$, without having to calculate with specific numbers. Furthermore, when we consider the question, "if the radius becomes 2, 3, ... times as long, would the area also becomes 2, 3, ... times as much?", we can detect from the algebraic expression $S = \pi r^2$, where S is the area of the circle, the radius and the area are not in a direct proportional relationship. With respect to inverse proportional relationships, some students might mistakenly think that, "since B decreases as A increases, B is inversely proportional to A." It is important that care should be taken so students will not develop this misunderstanding by examining the characteristics of tables, algebraic expressions and graphs of inverse proportional relationships.

Moreover, some daily phenomena may be considered as indirect or inverse proportional relationships even thought they might not be, strictly speaking. It is important for students to know that sometimes it is possible to predict changes and correspondences about two quantities by considering them in a direct or inverse proportional relationship, by idealizing or simplifying the situations. It is also important that students understand that, by idealizing or simplifying the situations, we introduce some constraints.

Finally, when dealing with concrete situations, it is important to pay attention the range of values the variables can assume. For example, when considering the relationship between the length and the area using a direct or inverse proportional relationship, negative values will not make sense for either length nor area. Enable students to pay attention to the range of numbers for the variables as they explain concrete phenomena.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

D 資料の活用

(1) 目的に応じて資料を収集し，コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し，代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。

ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。

イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

平均値　中央値　最頻値　相対度数　範囲　階級

［内容の取扱い］

(6) 内容の「D 資料の活用」の (1) に関連して，誤差や近似値，$a \times 10^n$ の形の表現を取り扱うものとする。

小学校算数科では，棒グラフ，折れ線グラフ，円グラフ及び帯グラフを学習し，度数分布を表やグラフに表したり，資料の平均や散らばりを調べるなどの活動を通して，統計的に考察したり表現したりしてきている。また，第5学年では測定値の平均について学習し，第6学年では資料の平均を基に統計的に考察したり表現したりすることを学習している。

中学校数学科において第1学年では，これらの学習の上に立って，資料を収集，整理する場合には，目的に応じた適切で能率的な資料の集め方や，合理的な処理の仕方が重要であることを理解できるようにする。さらに，ヒストグラムや代表値などについて理解し，それらを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して，資料の傾向を読み取ることができるようにする。そのため，指導に当たっては，他の領域と同様，問題の設定とその解決，解決方法の見直しなど，問題解決の過程を大切にする。

ヒストグラムの必要性と意味

日常生活においては，資料に基づいて判断しなければならないことが少なくない。目的に応じて収集した資料については，人口統計における男女別のように質的な特徴に着目したものと，過去1ヶ月間の正午の気温のように量的な特徴に着目したものがある。いずれの資料についても，適切な判断を下すためには，目的に応じて統計的な処理を行い，それを基にして資料の傾向を読み取る必要がある。

そのための統計的な処理の方法として，度数分布表やヒストグラムがある。ヒストグラムを用いることで，資料の分布の様子をとらえることができる。変量をいくつかの階級に分け，ある階級に属する度数を明らかにすることで，全体の形，左右の広がりの範囲，山の頂上の位置，対称性など，直観的にとらえやすくなる。

D. Making Use of Data

(1) To be able to collect data according to a purpose, arrange it into tables and graphs by using a computer and other means, and then read trends in the data focusing on its representative values and its variations.

(a) To understand the necessity and meaning of histograms and representative values.

(b) To grasp and explain trends in the data by using histograms and representative values.

[Terms and Symbols]

mean, median, mode, relative frequency, range, class

[Handling the Content]

(6) In connection with (1) under " D. Making Use of Data " in " Content, "calculation errors, approximate values and $a \times 10^n$ format expression should be dealt with.

In elementary school mathematics, students learn about bar graphs, broken line graphs, circle graphs, and percentage bar graphs. Students also learn to examine and represent data statistically through activities such as representing frequency distribution in tables or graphs and investigating the average and spread of data. In grade 5, the average of measurements, and in grade 6, the idea of examining and representing statistically are taught.

In lower secondary school mathematics, students in grade 1 are expected to understand the importance of efficient and some purposeful ways to collect and organize data as well as some reasonable ways of processing the data. In addition, they are expected to understand ideas such as histograms and representative values for a set of data, and to identify trends in data through using those representations in explaining the data.

Need for and meaning of histograms

Frequently, we have to make decisions based on data in our daily life. Data collected for different purposes may be qualitative, such as gender distribution in a population survey, or quantitative, such as changes in the temperature at noon in the previous month. In either case, in order to make appropriate decisions, we must process the data purposefully and use the results to interpret the trends in the data.

Frequency distribution tables and histograms are methods for such statistical processing. By using histograms, the spread of data can be captured. By dividing the data into a number of classes and counting the number of data in each class, it is easier to capture such features as the shape of the data, the range of distribution of the data, the location of the peak, and symmetry.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

ヒストグラムから資料の傾向を読み取る場合，階級の幅の設定の仕方に注意する必要がある。例えば，図 1 はある中学校の第 1 学年の男子生徒 100 人のハンドボール投げの記録である。

この資料から，階級の幅を 3m に設定したヒストグラムと，2m に設定したヒストグラムを作成すると，それぞれ図 2 と図 3 のようになる。

16,	12,	27,	18,	18,	23,	22,	24,	15,	13
26,	12,	24,	24,	15,	10,	18,	15,	18,	18
18,	18,	15,	16,	21,	11,	12,	20,	26,	27
16,	20,	25,	21,	18,	18,	23,	16,	18,	24
16,	18,	14,	18,	14,	14,	18,	15,	14,	18
23,	23,	23,	14,	14,	21,	21,	27,	25,	23
20,	22,	27,	18,	18,	14,	18,	18,	27,	24
15,	25,	15,	24,	23,	21,	25,	25,	15,	16
24,	11,	25,	23,	13,	13,	20,	15,	20,	26
18,	20,	25,	22,	23,	23,	21,	22,	16,	22

図 1

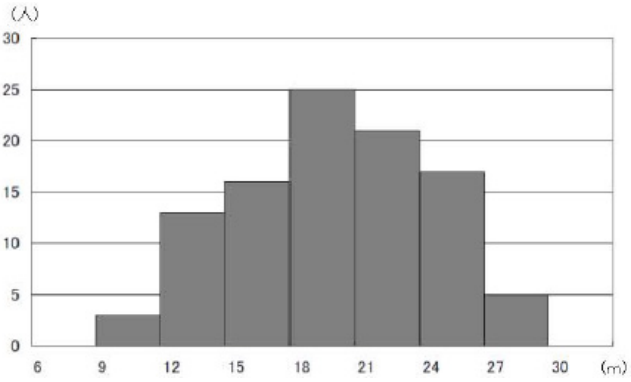


図 2

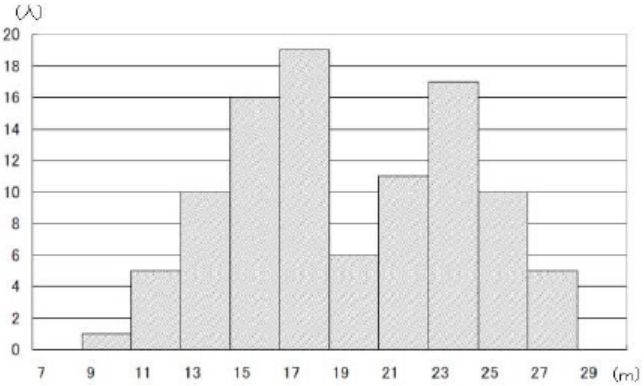


図 3

図 2 のヒストグラムからは，資料の分布の様子は一つの山の形に見えるが，図 3 では二つの山の形に見える。したがって，ヒストグラムから「ハンドボールを 19m から 20m くらい投げた生徒は多いか」を考える場合，図 2 と図 3 のどちらのヒストグラムを基にするかで，生徒の判断は異なる可能性がある。

このように，同じ資料についても階級の幅が異なるとヒストグラムから読み取ることができる傾向が異なる場合がある。したがって，ヒストグラムから資料の傾向を読み取る場合，その目的に応じて資料の傾向を的確に読み取ることができるように，階級の幅の異なる複数のヒストグラムを作り検討することが必要である。

ヒストグラムを手作業で作成する経験をすることは，その意味の理解を深める上で大切であるが，上述したような学習においては，コンピュータなどを利用して，考える時間を確保することが大切である。

代表値の必要性と意味

資料の傾向を読み取る場合，度数分布表やヒストグラム以外に代表値を用いる場合がある。

代表値には，分布の特徴をある観点に立って一つの数値で表す点に特徴があり，平均値，中央値 (メジアン)，最頻値 (モード) が用いられることが多い。一つの数値で表すことで，資料の特徴を簡潔に表すことができ，複数の資料を比較することも容易になる。しかしその反面，分布の形などの情報は失われているので代表値の用い方には留意する必要がある。

平均値は，度数分布表に整理されていない資料でも容易に求められるが，代表値として適切であるとはいえない場合がある。

When using histograms to interpret trends in data, it is necessary to pay careful attention to the width of each class of data. For example, Figure 1 shows the records of handball tosses by 100 grade 1 students at a lower secondary school.

Figures 2 and 3 are the histograms for this data set using 3 m and 2 m as the width of classes, respectively.

16,	12,	27,	18,	18,	23,	22,	24,	15,	13
26,	12,	24,	24,	15,	10,	18,	15,	18,	18
18,	18,	15,	16,	21,	11,	12,	20,	26,	27
16,	20,	25,	21,	18,	18,	23,	16,	18,	24
16,	18,	14,	18,	14,	14,	18,	15,	14,	18
23,	23,	23,	14,	14,	21,	21,	27,	25,	23
20,	22,	27,	18,	18,	14,	18,	18,	27,	24
15,	25,	15,	24,	23,	21,	25,	25,	15,	16
24,	11,	25,	23,	13,	13,	20,	15,	20,	26
18,	20,	25,	22,	23,	23,	21,	22,	16,	22

Figure 1

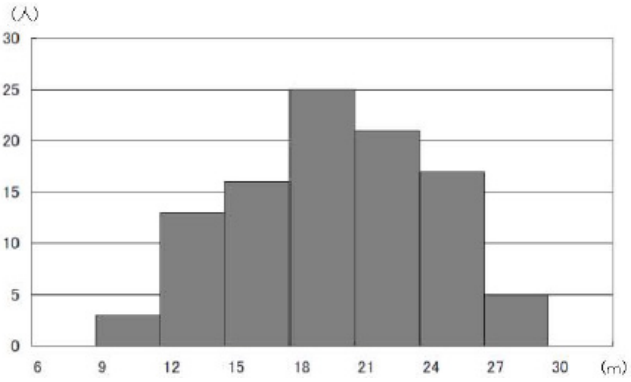


Figure 2

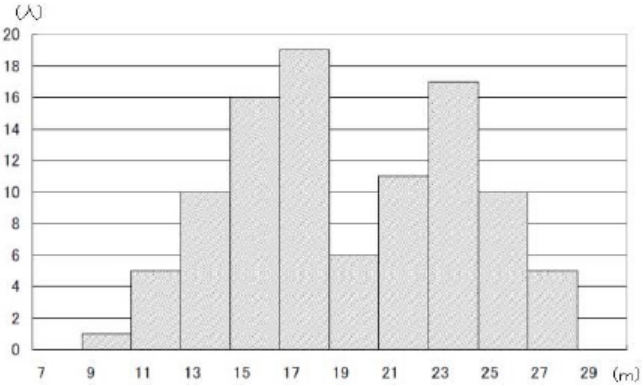


Figure 3

In the histogram in Figure 2, the distribution of the data appears to include one peak, while the histograms in Figure 3 show two peaks. Therefore, the answer to the question, "are there many students who threw the handball between 19 m and 20 m?", may be different depending on which histogram students use.

Thus, depending on the width of classes, histograms may show different trends for the same set of data. Therefore, it is necessary to make several histograms with different widths of classes and compare them when histograms are used to identify trends in data for specific purposes.

Making histograms by hand can deepen students' understanding of the meaning of histograms.

However, for the study such as the one described above, it is important to provide sufficient time for thinking by, perhaps, using computers.

Need for and meaning of representative values

When identifying trends in data, in addition to frequency tables and histograms, representative values are often used.

A unique feature of representative values is expressing the characteristics of the data distribution in one numerical value from a particular perspective. Mean, median, and mode are most frequently used. By representing a data set in a single value, characteristics of the set can be concisely expressed and the comparison with another set of data becomes easier. On the other hand, it should be kept in mind that some information such as the shape of data distribution may be lost.

Mean can be determined from a data set that has yet to be organized in a frequency distribution table. On the other hand, there are situations where means are not the appropriate representative values.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

例えば，分布が非対称であったり，極端にかけ離れた値があったりすると，平均値はその値に強く影響を受けるので代表値としてふさわしくない場合がある。このようなとき，中央値や最頻値を用いる。また，代表値として用いる目的から，平均値がふさわしくない場合もある。例えば，ある靴メーカーが，来年，どのようなサイズの靴を多く製造するかを決める場合，今年 1 年間に売れた靴のサイズの平均値を求め，その平均値のサイズの靴を来年，最も多く製造するようなことはしない。この場合は，最も多く売り上げがあった靴のサイズ，つまり最頻値を用いる方が望ましい。このように，代表値を用いる場合は，資料の特徴や代表値を用いる目的を明らかにし，どのような代表値を用いるべきか判断する必要がある。

また，資料の分布の特徴を一つの数値で表す方法として，代表値以外に範囲がある。

資料の範囲とは，資料の最大値と最小値との差であり，資料の散らばりの程度を表す値である。平均値が等しい二つの資料でも範囲が等しいとはいえない。また，範囲は極端にかけ離れた値が一つでもあるときは，その影響を受けるので，取扱いや解釈の仕方には十分注意する必要がある。

相対度数の必要性と意味

大きさの異なる二つ以上の資料の傾向を比較する場合，度数分布表の各階級の度数で単純に比べることはできない。このような場合，相対度数を用いると，各階級の度数について，総度数に対する割合が明らかになるので，大きさの異なる集団の階級ごとの比較が可能になる。

相対度数は，全体 (総度数) に対する部分 (各階級の度数) の割合を示す値で，各階級の頻度とみなされる。このことは，第 2 学年で学ぶ確率の基礎になることにも考慮して指導することが大切である。

また，一つの資料について相対度数を用いることで，ある階級の全体に対する割合や，ある階級以上 (以下) の全体に占める割合が分かりやすくなる。

資料の傾向をとらえ説明すること

ヒストグラムや代表値を用いて，資料の傾向をとらえ説明することができるようにする。

ヒストグラムや代表値は，それ自体を作ったり求めたりすることが目的なのではなく，それらを用いて資料の傾向を読み取ることができてこそ意味がある。指導に当たっては，日常生活を題材とした問題などを取り上げ，それを解決するため必要な資料を収集し，コンピュータなどを利用してヒストグラムを作成したり代表値を求めたりして資料の傾向をとらえ，その結果を基に説明するという一連の活動を経験できるようにすることが重要である。

例えば，二つの学級の間でそれぞれ代表を決めてリレーをするとき，代表の人数を変えることによって勝敗にどう影響するかを予測することを考える。資料としては，体育の授業等の記録を用いることもできるだろうし，新たに測定し直して収集することもできるであろう。これらの資料から度数分布表やヒストグラムを作成するなどして,「それぞれの学級から 10 人の代表選手を選抜してリレーをしたら，どちらの学級が勝つか」や「代表選手の人数を 10 人ではなく 20 人にしたら，どちらの学級が勝つか」などを分布の状況などを基にして予測する。

大切なことは，予測が当たるかどうかということより，何を根拠にして資料の傾向をとらえ説明しているのかを明らかにすることである。そのために，説明し伝え合う活動を通して，同じ資料から様々な解釈ができることを知り，お互いの説明やその根拠とする事柄について理解を深めることも考えられる。

資料の傾向をとらえる場合，日常生活では，簡潔さの観点から代表値のみを用いる場合が多い。しかし，そのことによって失われる情報もあるので，その点を踏まえて資料の傾向をとらえられるようにする必要がある。

For example, if the distribution of data is not symmetrical or there are outliers, the mean of the data set is heavily influenced and may not be appropriate as a representative value. In those situations, the median or the mode of the set is used. In other situations, the purpose of the data set suggests that the mean is not the appropriate representative value. For example, if a shoemaker is determining which shoes to produce the most of, they will not simply calculate the mean size of shoes sold this year and produce the shoes of the mean size the most.

Rather, in this situation, they will use the mode, that is the size that sold the most. In this way, when representative values are used, it is important to clarify the nature and the purpose of the data to decide which type of representative value is to be used.

Another method of representing the characteristics of data distribution in a single value is the range of data. The range of a data set is the difference between the largest and smallest data values, and it shows the degree of distribution of the data. Two data sets with an equal mean do not necessarily have the same range. Furthermore, the range can be influenced by even a single outlier. Its use and interpretation requires some care.

Need for and meaning of relative frequency

When comparing two data sets with different number of data, we cannot simply compare the frequency of each class directly. In those situations, we can compare the relative frequency of each class because a relative frequency will show the ratio of the frequency in each class to the whole data set.

A relative frequency is a value showing the ratio of a part (frequency in a class) to the whole (the total number of data), and we can consider it as a frequency of the class. In teaching this idea, it should be kept in mind that this is the foundation for probability discussed in grade 2 of lower secondary school. By using relative frequencies for a single data set, we can more easily determine the ratio of each class as well as the ratio of combinations of classes (above or below a certain class).

Grasping and explaining trends in data

Enable students to grasp and explain trends in data using histograms and representative values.

The purpose of histograms and representative values is not actually to create or calculate them. Rather, when they are used to identify and explain trends in data, they become meaningful. Therefore, when teaching these topics, provide students a series of activities such as the following: identify a problem from everyday situations, gather data necessary to solve the problem, make histograms and calculate representative values – perhaps with the help of computers, identify trends in the data, and explain the solution using the results of the analysis.

For example, let's think about how the number of runners in a relay race between two classes will influence the results. The data from the physical education class may be used, or a new set of data can be gathered for this investigation. By making frequency distribution tables and histograms from the data set, we can predict, "which class will win if we select 10 runners from each class?" or, "what if we increased the number of runners to 20 students from each class?" based on the distribution of the data.

What is important here is not whether or not the prediction turns out to be correct, rather, making clear on what the identified trends and explanations are based. Through activities of explaining and communicating, students can know that even from the same data set several interpretations are possible. By listening to each other's explanations and their bases, students may also deepen their understanding of the ideas being used.

In our daily life, to capture trends of a data set, representative values alone are often used because of their simplicity. However, it is necessary that students can grasp trends of data with a clear understanding that representative values may not capture some information.

コンピュータなどの利用

大量の資料を整理する場合や大きな数，端数のある数を扱う場合などには，コンピュータなどを利用して作業の効率化を図り，処理した結果を基に資料の傾向を読み取ることに重点を置いて指導できるようにする。ただし，ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解することの指導においては，手作業でこれらを作成したり求めたりすることが重要な意味をもつことに配慮することも必要である。

なお，指導に当たっては，生徒一人一人がコンピュータなどを操作したり，一斉指導における提示用の機材として用いたりするなど，その有効な利用方法を工夫することが必要である。また，情報通信ネットワーク等を活用して資料を収集する場合は，二次的な資料が多くなると考えられるので，誰がどのようにして調べた結果なのかなど，その信頼性に注意しなければならない。

誤差や近似値

小学校算数科においては，概数について理解し，目的に応じて用いることを学習している。また，十進位取り記数法についても学習している。ここでは，誤差や近似値，数を $a \times 10^n$ の形で表すことを取り扱う。

測定には誤差が伴う。例えば，最小目盛りがで表されている身長測定器を用いて資料を収集する際，ある生徒の身長の測定値が 157.4 ということは,157.35cm 以上 157.45cm 未満であることを意味する。

すなわち，この生徒の身長を x cm とすると，

$157.35 \leqq x < 157.45$

として表される。さらに，これを数直線上に表すなどして，測定値には誤差があり，近似値として 157.4cm を用いることなど，近似値と誤差の意味について実感を伴って理解できるようにする。

また，数の表し方については，資料の収集に際し，測定値として 2300 mが得られたとき，この値が十の位の数字まで信頼できるならば，一の位の 0 は位を示しているだけと考え，これを 2300 mではなく 2.30×10^3 m のように表す。このことによって，どの数字までが有効数字であるかを明らかにすることができ，近似値について誤差の見積りもできる。ここでの学習は，このような数の表し方について知ることがねらいである。

Use of tools such as computers

While dealing with a large number of data, or data that have large numbers or numbers with fractional parts, use tools such as computers to efficiently process the data, and the emphasis should be placed on interpreting the results of statistical processing to identify trends. However, consideration should be given that making histograms or calculating representative values by hand may be important while teaching the need for and the meaning of histograms and representative values.

It is necessary to think about how to use those tools effectively such as having a computer available to each student, and using a computer as a tool to display during the whole class discussion. In addition, when gathering data using various information networks, the data are no longer primary data. Therefore, care should be taken to check for the reliability of the data by, for example, identifying who gathered the data using what technique.

Errors and approximations

In elementary school mathematics, students learned about approximate numbers and how to use them purposefully. They have also learned about the decimal numeration system. Here, errors, approximation, and the idea of expressing the numbers in the form of $a \times 10^n$ will be handled.

Every measurement includes an error. For example, suppose you measure a student's height using a tool whose smallest interval is mm. If the student's height measures 157.4 cm, it means his true height is greater than equal to 157.35 cm but less than 157.45 cm.

In other words, if the height of the student is x cm, then

$157.35 \leqq x < 157.45$.

Help students understand that measurements always involve errors, perhaps by representing the measurements on a number line, and 157.4 cm is being used as the approximation. Students are to understand experientially the meaning of approximations and errors.

As for the representations of numbers, if a measurement is 2300 m and only the numbers to the tens place are reliable, then the "0" in the ones place is simply serving as a place holder. Then, instead of writing it as 2300, it can be represented as 2.30×10^3 m. By doing this, we can clearly indicate the significant digits, and we can estimate the amount of error. The purpose here is to help students know about this way of representing numbers.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

〔数学的活動〕

(1) 「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けるものとする。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動

イ 日常生活で数学を利用する活動

ウ 数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動

小学校算数科においては，児童が算数的活動に取り組み，算数で目指す資質や能力をよりよく身に付けたり，算数を学ぶことの楽しさや意義を実感したりできるようにすることを目指している。

中学校数学科において第 1 学年では，こうした経験を基にして，生徒が数学的活動に主体的に取り組み，基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに，思考力，判断力，表現力等を高め，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにすることを重視する。

数学的活動の位置付け

数学的活動は，学習指導要領上,「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の 4 領域と並列に示されているが，4 領域とは縦軸と横軸の関係にあり，中学校数学科の教育課程に構造的に位置付けられる。数学的活動は従来の教育課程においても重視され，多様な取り組みが行われてきたが，具体物を操作する活動に偏ってとらえられるなど，その趣旨が十分に理解されていない状況が見られる。このため，数学的活動の趣旨を確認し，共通理解を図ることができるよう，数学的活動を 4 領域の指導内容からいったん切り離し，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みという観点から 4 領域を包括する三つの活動に集約して，学習指導要領の内容に位置付けた。

これらの数学的活動は，4 領域の内容やそれらを相互に関連付けた内容の指導の過程において行われるものであり，数学的活動を 4 領域の内容と別に指導することを意味するものではない。指導に当たって，それぞれの数学的活動が有効に機能する場面を明らかにし，生徒の学習状況にも配慮して適切に位置付けることが求められる。したがって，1 時間の授業の中に三つの活動が必ず位置付けられることを求めるものではない。また,「観察，操作や実験などの活動」は，必ずしも数学的活動になるわけではない。上述した数学的活動の過程において，生徒が目的意識をもって主体的に取り組むことが必要であることに注意しなければならない。

[**Mathematical Activities**]

(1) In learning each content of "A. Numbers and Algebraic Expressions", "B. Geometrical Figures", "C. Functions" and "D. Making Use of Data", and in learning the connections of these contents, students should be provided opportunities doing mathematical activities like the following:
  (a) Activities for finding out the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics
  (b) Activities for making use of mathematics in daily life
  (c) Activities for explaining and communicating each other in one's own way by using mathematical representations

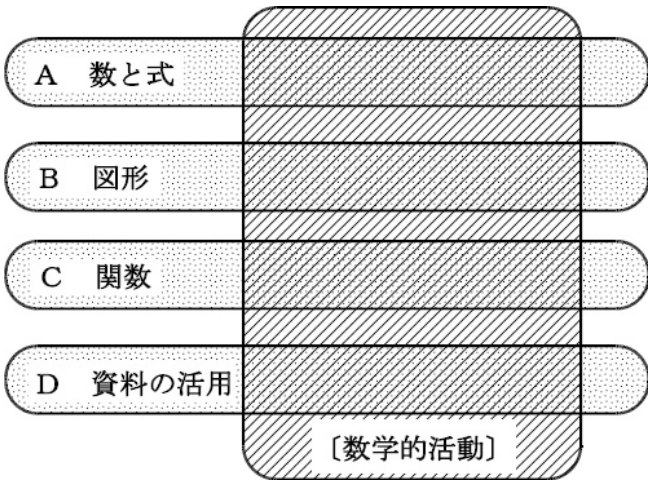
In the Elementary School Mathematics, the purposes of having students engage in mathematical activities are to help them gain the ability and mastery of goal understanding or skills and experience the joy and usefulness of mathematics.

In lower secondary school mathematics, the emphases in grade 1 are, building on those experiences acquired in elementary schools, to have students engage in mathematical activities autonomously, to master basic and foundational knowledge and skills, to raise their ability to think, to make decisions and express ideas, and to let them feel the joy and meaning in learning mathematics.

Roles of mathematical activities

Mathematical activities are listed in all four content domains of the COS, "A. Number and Algebraic Expressions," "B. Geometrical Figures, " "C. Functions," and "D. Making Use of Data"; however, their relationships to the content domains are both horizontal and vertical. They are a part of an important structure in lower secondary school mathematics. Mathematical activities have been emphasized in the past COS, and various efforts have been made. However, it appears that the intent of mathematical activities may not be well understood. For example, some associate mathematical activities primarily as activities with concrete materials. Therefore, in order to re-affirm the intent of mathematical activities and to develop a common understanding, mathematical activities are positioned separately from the content of the four content domains in the current revision of the COS. Below, we discuss three types of mathematical activities that cut across all four content domains, from the perspective that mathematical activities are various activities related to mathematics where students engage willingly and purposefully.

These activities are to be implemented in conjunction with the instruction of the contents of the four domains. Mathematical activities are not to be taught independently from the four content domains. In the actual instruction, teachers are required to clarify when each type of mathematical activities may be most effectively used and implement appropriate activities also considering students' mathematical understanding. It is not intended that all three types of mathematical activities will be implemented in a single lesson. Moreover, "activities for observation, manipulation and experimentation" are not necessarily mathematical activities. It should be remembered that it is necessary that students engage in mathematical activities willingly and purposefully.



数学的活動に取り組むこと

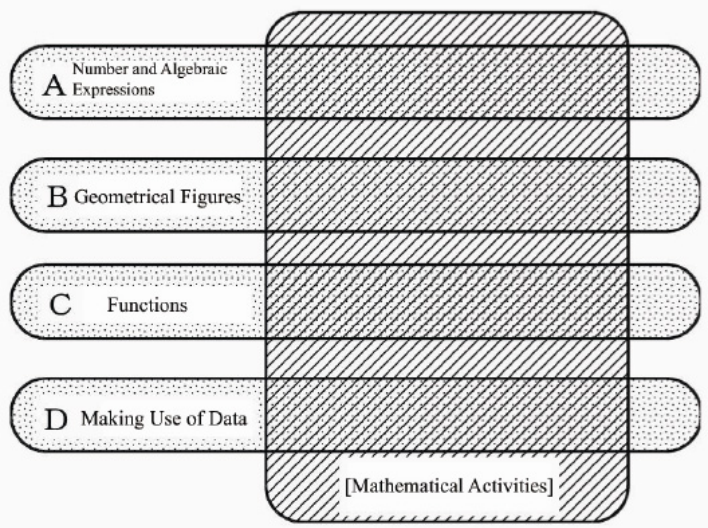
数学的活動を学習指導要領の内容に位置付けたもう一つの理由は，数学的活動に取り組むことの意味を明らかにするためである。数学的活動が，基礎的・基本的な知識及び技能を習得するために行われることは，実体験を通して学ぶという意味で大変重要である。こうした意味で，数学的活動に主体的に取り組むことは，生徒にとっては学習の方法，教師にとっては指導の方法である。また，数学的活動に主体的に取り組むこと自体が，知識及び技能を活用して問題を解決し，思考力，判断力，表現力等を育成するために必要であるという意味で，それは指導の内容でもある。さらに，数学的活動に主体的に取り組むことができるようにすることで，その後の学習や日常生活において，自ら学び自ら考える活動ができるようにすることを目指しているという意味で，それは指導の目的のひとつでもある。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動

既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動は，既習のことを確定的，固定的に見ないで，新たな課題を見いだしてそれを解決し，発展的，創造的に考える活動といえる。その際には，試行錯誤すること，視点を変更して柔軟に考えること，一般化したり特殊化したりすること，抽象化したり具体化したりすること，分析したり統合したりすることなど，数学的な見方や考え方が重要な役割を果たす。その過程では，既習の数学的な見方や考え方が活用されるだけでなく，新たなものに気付いたり生み出したりすることにもなる。また，その過程で帰納的に考えたり類推的に考えたりすることで予測や推測をし，演繹的に考えることによりそれらを検証して，数学的な推論を適切に用いて数学的な事実が見いだされることにもなる。

この活動の中で見いだされるものは，概念，性質，定理など数学的な事実，アルゴリズムや手続きなど多様である。もちろん，既習の数学はこれらを見いだす際にその支えとして重要なはたらきをすることになるので，既習の数学のよさを再認識する機会にもなる。

第１学年における「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。



Engaging students in mathematical activities

Another reason that mathematical activities are discussed separately in the "Content" section of the COS is to clarify the purpose of engaging students in mathematical activities. Engaging students in mathematical activities to help them learn basic and foundational knowledge and skills is very important from the perspective of experiential learning. From this perspective, engaging in mathematical activities willingly is a method of learning for students, and it is also a method of teaching for teachers. Furthermore, the willing engagement in mathematical activities is necessary to use knowledge and skills to solve problems and to develop the abilities to think, reason, and make decisions. From this perspective, they are also a content of instruction. Finally, by enabling students to willingly engage in mathematical activities, we are aiming at enabling students to willingly engage in learning activities and think for themselves. Therefore, mathematical activities are a goal of instruction as well.

a. Activities used to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics students have learned previously

Activities used to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics students have learned previously are activities for thinking extensively and creatively to solve new problems identified by not viewing what has been learned previously too definitively or rigidly. In that process, various mathematical ways of viewing and thinking such as the following play important roles: to engage in trial and error, to change perspectives and think flexibly, to generalize or to consider special cases, to abstract or concretize, to think analytically or to develop a unified perspective. Also in the process, students may not only use mathematical ways of viewing and thinking that they have already learned but also discover and generate new ideas. They may also predict inductively or analogically, and then verify the predictions deductively. By using such mathematical reasoning appropriately, new ideas may be discovered.

What may be discovered in this process may vary from mathematical facts such as concepts, properties, or theorems, to processes and algorithms. Of course, mathematics that has been learned previously plays an important role supporting these discoveries, and students can re-affirm the merits of mathematics.

Here are some examples of, "activities used to discover and extend properties of numbers and geometrical figures based on mathematics students have learned previously" in grade 1 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

◯符号の異なる 2 数の加法の計算の仕方を見いだす活動

この活動は，第 1 学年「A 数と式」の (1) のイの指導における数学的活動であり，同じ符号の 2 数の加法の学習を基にして，$(+5)+(-2)$ や $-4)+(+3)$ のような符号の異なる 2 数の加法の計算の仕方を見いだすことをねらいとする。また，その後の減法や乗法，除法についても，同様の視点から計算の仕方を考えていけるようにする。

そのために，$(+5)+(+3)$ や $(-2)+(-7)$ のような符号が同じ 2 数の加法の計算について，例えば，2 数の加法の意味を数直線上における動きと考えるなどして計算の意味を理解し，それに基づいて計算できるようにする。また，符号が同じ 2 数の加法ができるようになったことに着目し，次に符号の異なる 2 数の加法について，その計算の仕方を考えようとするきっかけをつくる。

こうした学習を基にして，生徒が自ら符号の異なる 2 数の加法の計算の仕方を考え，図や言葉を用いて計算の過程をまとめ，符号が同じ 2 数の加法の場合と同じように考えて計算できることを理解する活動に取り組む機会を設ける。計算の仕方を見いだせない生徒については，符号が同じ 2 数の加法の計算の仕方とその考え方について振り返り，符号の異なる 2 数の加法の計算に適用できないか調べるように促す。

イ 日常生活で数学を利用する活動

日常生活におけるできごとを数学と結び付けて考えたり判断したりするためには，まず問題を数学の舞台に乗せること，すなわち定式化することが必要である。その際，理想化したり単純化したりすることによって，例えば，定義にあてはまるとみなして，数学的な考察や処理ができるようにする必要がある。次に，数学の世界で処理して，結果を導き出す。その結果の意味を日常生活におけるできごとに照らして考えたり，解釈したりして，問題を解決していく。この際，理想化したり単純化したりすることを伴う判断や解釈には制約があることにも注意して指導することが必要である。

日常生活におけるできごとを自ら数学と結び付けて考察したり処理したりする活動を通して，数学を利用することの意義を実感できるようにすることが大切である。また，そのような活動を通して，既習の知識及び技能，数学的な見方や考え方などのよさを実感できる機会が生まれる。

第 1 学年における「日常生活で数学を利用する活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

◯Activities to discover ways to add two numbers with opposite signs

These activities are mathematical activities for grade 1 content, "A. Number and Algebraic Expressions," (1) - b. The aim of the activities are to discover ways to add two numbers with different signs such as $(+5)+(-2)$ and $(-4)+(+3)$ based on the study of addition of two numbers with the same signs. Another aim is for students to think about ways to carry out subtraction, multiplication, and division, which will be studied later from a similar perspective.

For this purpose, help students understand the meaning of addition of two numbers with the same sign, perhaps by thinking of addition as the movements along a number line, and carry out the calculations using the meaning. Then, set students up so that students will want to think about how to add two numbers with different signs now that they have learned that they can add two numbers of the same sign.

Set up opportunities for students to engage in activities to think about how to add two numbers with different signs on their own and to summarize the process of calculation using diagrams and words, so that they can understand that two numbers with different signs can be added just as two numbers with the same sign. To help those students who cannot discover ways to carry out the operation, encourage them to reflect on how two numbers with the same sign were added and to think about how that process can be applied in the cases with two numbers with different signs.

b. Activities to use mathematics in everyday life and in the society

To think and make decisions about events in our daily life by connecting them to mathematics, we must first put those events on the stage of mathematics, that is, to model those events. In that process, we may have to idealize or simplify the situations. For example, we may have to assume that a certain definition can be applied so that we can examine or process the situation mathematically. Then, the problems can be processed in the mathematical world and the results can be obtained. Then, the results must be examined and interpreted in the original context from our daily life to identify the solution to the problem. In this step, it is necessary to help students pay attention that, in the process of idealizing or simplifying, some constraints may have been introduced to the situation.

It is important that students can experience the purpose of using mathematics through activities to examine and process events from our daily life by connecting them to mathematics. In addition, through those activities, students can also experience the benefits of knowledge and skills they have previously learned and the ways to view and think about things mathematically.

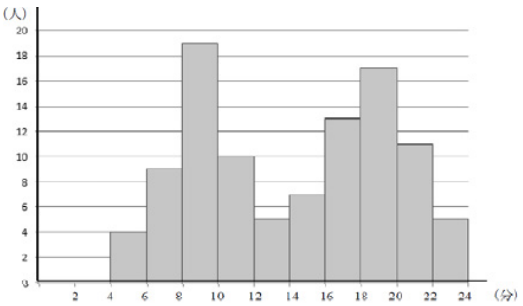
Here are some examples of, "activities to use mathematics in everyday life and insociety" in grade 1 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

○ヒストグラムや代表値などを利用して，集団における自分の位置を判断する活動

この活動は，第 1 学年「D資料の活用」の (1) のイの指導における数学的活動であり，例えば「自分の通学時間は，同じ中学校の生徒の中で長い方だといえるか」について，資料を収集し，ヒストグラムや代表値などを基にして判断することをねらいとする。また，その過程において，ヒストグラムや代表値などを用いて資料の傾向をとらえることのよさを知り，資料を整理して活用する際に生かせるようにする。

そのために，不確定な事象の考察におけるヒストグラムや代表値の必要性と意味について活動を通して指導しておく。



こうした学習を基にして，同じ中学校の生徒の通学時間を調査し，コンピュータなどを利用してヒストグラムや代表値を求め，それに基づいて判断する活動に取り組む機会を設ける。その結果，例えば平均値が 13 分で，自分の通学時間も 13 分であることから，「自分の通学時間は平均値に近いので，自分と同じくらいの通学時間の人が多くいる。だから通学時間が長いとはいえない」と判断してよいかどうか考える。集団の中における位置は，分布の状況に影響されるので，平均値だけで判断することは適切でない場合がある。特にヒストグラムが右の図のようになる場合,「自分と同じくらいの通学時間の人が多くいる」という判断は正しいとはいえない。平均値だけで判断している生徒には，平均値の特徴を振り返り，他の代表値と比較したり，全体の分布の状況を基に考えたりするように促す。

通学時間が長い方かどうかについては，中央値を基準にして判断したり，相対度数を用いて「自分は通学時間が長い生徒の 10%に入るので，通学時間は長い方だ」などと判断したりすることが考えられる。

ウ 数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動

数量や図形などに関する事実や手続き，思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現するためには，言葉や数，式，図，表，グラフなどを適切に用いて的確に表現する必要がある。その際，数学的に表現することと数学的に表現されたものを解釈することを対にして考えることが大切である。

また，考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合う機会を設け，数学的に表現することのよさを実感できるようにすることも大切である。さらに，伝え合うことにより，お互いの考えをよりよいものにしたり，一人では気付くことのできなかった新たなことを見いだしたりする機会が生まれることを実体験できるようにする。

数学の学びでは，見いだしたことを伝えること，計算のアルゴリズムや方程式の解法など手順を示すこと，見いだしたことが正しいことや妥当であることを説明することなどが必要不可欠であり，その際に論理的に説明することが重要である。

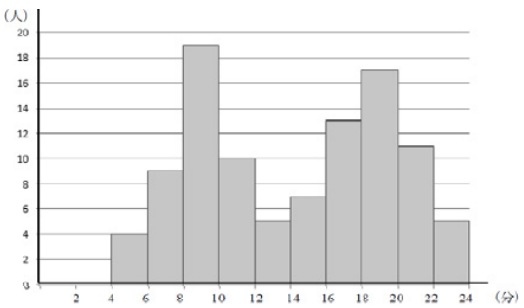
第 1 学年においては，はじめからうまく表現したり適切に解釈したりすることを求めるのではなく，数学的な表現に慣れ，自分なりに説明し伝え合う活動に取り組むことを大切にして，数学的な表現のよさを実感できるようにし，漸次洗練されたものにしていくことを目指す。

第 1 学年における「数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

○Activities to identify own position in a population by using histograms and representative values

These activities are mathematical activities for grade 1 content, "D. Making Use of Data", (1) - b. For example, students can answer the question, "can the amount of my commuting time be considered long among other students at my school?" by collecting appropriate data and using tools such as histograms and representative values.

In this process, help students know the benefits of grasping trends in data by using histograms and representative values so that they can use those ideas when they organize data.



Provide opportunities for students to collect data about students' commuting time at their school, and for them to create histograms and calculate representative values, perhaps using tools such as computers, so that they can base their decisions on the data. Suppose the mean commuting time of all students is 13 minutes and one particular student's commuting time is also 13 minutes. Students should think about whether or not it is appropriate to conclude that, "since the particular student's commuting time is close to the mean commuting time, we cannot conclude his/her commuting time is long for the students at the school". Positions within a population are influenced by the distribution of data, and there are cases we cannot use the mean value to make a judgment. For example, if the data is distributed as shown in the histogram on the right, the conclusion that "there are many students whose commuting time is similar to that of the particular student's" is incorrect. If students are making judgment solely based on the mean, encourage them to reflect on the characteristics of mean and to compare with other representative values so that they can also consider the distribution of data as a whole.

Judging whether or not one's commuting time is long should be based on the median, or perhaps using the relative frequency so that we can say, "since the commuting time for the students is among the top 10%, his/her commuting time can be considered long for the students at the school".

c. Activities to explain and communicate logically and with clear rationale by using mathematical expressions

In order to express mathematically, facts and procedures about numbers, quantities, and geometrical figures or own thinking processes and the rationale for their judgment, it is necessary to represent ideas using words, numbers, algebraic expressions, diagrams, tables, and graphs appropriately.

It is also important to help students experience the benefits of expressing mathematically by providing opportunities for students to communicate their thinking and ideas using mathematical representations. In addition, set up opportunities for students to improve their own ideas by communicating with others or to discover something that could not have been discovered by working alone.

It is absolutely necessary in the study of mathematics to communicate what was discovered, to explain the steps of algorithms or solutions of a problem, and to justify their ideas. It is important that students can explain logically as they communicate their ideas.

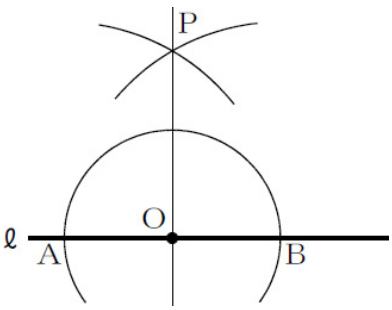
In grade 1 of lower secondary schools, instead of expecting well-constructed expressions or appropriate interpretations from the beginning, the focus should be on helping students become accustomed to mathematical representations and having students explain and communicate their ideas using their own words. Help them experience the merits of mathematical representations, and gradually refine their expressions.

Here are some examples of, "activities used to explain and communicate logically and with clear rationale by using mathematical expressions" in grade 1 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

○直線上の１点を通る垂線をひく作図の方法について，その方法で作図ができる理由を説明する活動

この活動は，第１学年「Ｂ図形」の (1) のアの指導における数学的活動であり，直線上の１点を通る垂線をひく作図の方法について，その方法で作図ができる理由を線対称な図形の性質や角の二等分線の作図などを根拠にして説明することをねらいとする。また，その過程において，ある事柄を根拠を明らかにして説明することの基礎を培うとともに，説明し伝え合うことを通して自分とは異なる考え方に気付き，自分の考え方をよりよくしていくことに生かせるようにする。

そのために，角の二等分線，線分の垂直二等分線の作図の方法と，作図ができる理由を図形の対称性を根拠にして説明できることについて活動を通して指導しておく。



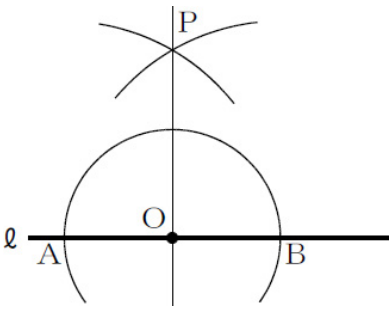
こうした学習を基にして，直線上の１点を通る垂線をひく作図の方法の手順を理解し，実際に作図してみる。その結果，垂線が正しく作図できることを確認し，その理由を説明する活動に取り組む機会を設ける。垂線が作図できる理由として,「線分 AB が対角線で，点Ｏが対角線の交点であるようなひし形やたこ形ができるから」や「線分ＡＢが底辺である二等辺三角形ＡＢＰができ，点Ｏが線分ＡＢの中点だから」のように，線対称な図形の性質をあげることが考えられる。また,「点Ｏが中点になるような線分ＡＢをつくり，線分ＡＢの垂直二等分線を作図しているから」や「∠AOB ＝ 180° の二等分線を作図しているから」のように，これまでに学習した作図をあげることも考えられる。説明することができない生徒には，これまでの学習を振り返り，作図の類似性に着目するなどして説明の根拠となる事柄を考えるように促す。

ここでは，どの事柄を根拠とすることがすぐれているかを検討するのではなく，それぞれの説明が根拠となる事柄を明確に示しているかどうかについて伝え合う活動を通して確認する。したがって，説明として形式的に整っているかどうかよりも，直線，線分，線対称などの用語を用いて自分なりに説明しているかどうかを大切にする。

○Activities used to explain the process of constructing the perpendicular line to the given line through a given point on the line

These activities are mathematical activities for grade 1 content, "B. Geometrical Figures" (1) a. The purpose is to enable students to justify the steps of constructing the perpendicular line through a given point on the line by referring to ideas such as symmetrical figures and construction of an angle bisector. In this process, cultivate the foundation for explaining ideas by making reasons explicit. Also, through communication activities, help students to recognize different ideas from their own and use them to further improve their own ideas. It is important that students have been taught the processes of constructing angle bisectors and perpendicular bisectors of line segments and the fact those processes can be justified by using symmetries of geometrical figures. Based on those studies, help students understand the process of constructing perpendicular lines through a given point on a line and actually try constructing them.

Have students verify that perpendicular lines can indeed be constructed and provide opportunities for them to explain the steps.



The reasons that perpendicular lines can be constructed include the following: -"Because the process will draw a rhombus or a kite with segment AB as a diagonal and point O as the point of intersection of the diagonals," and "Because we have an isosceles triangle ABP with segment AB as the base and point O is the mid-point of AB." These ideas are using properties of geometrical figures that are symmetrical. It is also possible for students to use the constructions that they have learned previously. For example, "Because we constructed segment AB in such a way that point O is its mid-point, then we constructed the perpendicular bisector of AB," or "Because we are constructing the perpendicular bisector of ∠AOB, which measures 180°". For those students who are having difficulty coming up with an explanation, encourage them to reflect on what they have learned previously and facilitate their thinking by considering the similarities of the processes of construction.

The focus here is not to discuss which reason is better, instead it is to check if students' explanations include explicit reasons through activities used to communicate own ideas. Therefore, what is important is if students are using terms such as "line," "segment," and "line symmetry," in their explanations, not the form of their explanation.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

［第２学年］

A 数と式

(1) 具体的な事象の中に数量の関係を見いだし，それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

ア 簡単な整式の加法，減法及び単項式の乗法，除法の計算をすること。

イ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

ウ 目的に応じて，簡単な式を変形すること。

〔用語・記号〕

同類項

第１学年では，正の数と負の数を用いて数量や数量の関係を表すとともに，文字を用いて数量や数量の関係及び法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりすること，文字を用いた式が数の式と同じように操作できることなどを学習している。また，一つの文字についての一次式の加法と減法を取り扱い，一元一次方程式が解ける程度の簡単な式の計算ができるようになっている。

第２学年では，これらの学習の上に立って，いくつかの文字を含む整式の四則計算ができるようになることや，文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解し，文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式を活用することのよさを実感することをねらいとしている。

第２学年での文字を用いた式の学習に当たっては，続いて学習する連立二元一次方程式,「B図形」や「C関数」の領域の内容などとの関連にも配慮する必要がある。

整式の加法・減法，単項式の乗法・除法

単項式と多項式の意味を理解し，例えば，$(3x-2y)-(2x+5y)$ 程度の簡単な整式の加法や減法，$2(4x-5y)$ 程度の整式に数をかける計算，また，単項式どうしの乗法や除法の計算ができるようになることをねらいとしている。

その際，いたずらに複雑で無目的な計算練習にならないようにし，特に整式の加法や減法については，連立二元一次方程式を解くのに必要な $2(3x-2y)-3(2x+5y$ 程度の簡単な式の計算ができるようにする。

また，第１学年で学習した文字を用いた式の計算と関連付け，学び直しの機会を設けることにも配慮する。例えば，次のような誤りは，第１学年の式の計算の学習において，項の概念が理解できていないために起こると考えられる

$$
\begin{aligned}
& (4x+5)-(2x+3) \quad \cdots \quad ① \\
= \ & 4x-2x+5-3 \\
= \ & 2x+2 \\
= \ & 4x
\end{aligned}
$$

Grade2

A. Numbers and Algebraic Expressions

(1) To foster the ability to find out relationships of numbers and quantities in concrete phenomena, represent these relationships in algebraic expressions using letters and read the meaning of these expressions, and to be able to calculate the four fundamental operations with expressions using letters.

(a) To calculate addition and subtraction with simple polynomials, as well as multiplication and division with monomials.

(b) To understand how to grasp and explain numbers and quantities and the relationships of numbers and quantities in algebraic expressions using letters.

(c) To transform simple algebraic expressions according to the purpose.

[Terms and Symbols]

similar term

In grade 1 of lower secondary school, the following ideas are taught: using positive and negative numbers to represent quantities and quantitative relationships, using algebraic expressions with letters to represent quantities, quantitative relationships, and rules, interpreting algebraic expressions with letters, and arithmetic manipulation of algebraic expressions with letters. Students also learn to carry out simple calculations such as addition and subtraction of linear expressions so that they can solve linear equations with one variable.

Based on these studies, in grade 2, students are expected to learn to carry out the four arithmetic operations with polynomials with more than one variable. They are also expected to understand that algebraic expressions with letters can be used to capture and explain quantities and quantitative relationships, as well as further develop their ability to write and interpret algebraic expressions with letters. Another goal is to help students experience the merits of using algebraic expressions with letters.

In teaching algebraic expressions with letters in grade 2, consideration should be given to the study of simultaneous linear equations that follows as well as the contents of "B. Geometrical Figures" and "C. Functions."

Addition and subtraction of polynomials and multiplication and division of monomials

The goals here are for students to understand the meaning of monomials and polynomials, to carry out simple addition and subtraction of polynomials, such as $(3x-2y)-(2x+5y)$, to multiply polynomials by numbers, such as $2(4x-5y)$, and to multiply and divide monomials.

Avoid complex practices that may not serve any purpose. Specially for addition and subtraction of polynomials, focus on helping students develop proficiency in carrying out simple calculations necessary to solve simultaneous linear equations, such as $2(3x-2y)-3(2x+5y)$.

Also, consider providing opportunities for students to re-learn in connection with grade 1 study of calculations of algebraic expressions with letters. For example, the error below is probably because students did not understand the idea of terms.

$$\begin{aligned} & (4x+5)-(2x+3) \quad \cdots \quad ① \\ = \ & 4x-2x+5-3 \\ = \ & 2x+2 \\ = \ & 4x \end{aligned}$$

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

第 2 学年で学習する二つの文字を含む整式の加法や減法については,「x と y は一つにまとめられない」というように項についての理解が深まり，計算の誤りは減少する。

$$\begin{aligned} & (4x+5y)-(2x+3y) \quad \cdots \quad ② \\ = \ & 4x-2x+5y-3y \\ = \ & 2x+2 \\ = \ & 3x+2y \end{aligned}$$

このことを生かし，②のような式の計算についての学習を基に，①のような式の計算を再度取り上げ，その誤りに気付き，改めるきっかけをつくることが考えられる。

文字を用いた式でとらえ説明できること

数学の学習全般にわたり，文字を用いた式を積極的に活用していくことは極めて重要である。第 1 学年では，数量の関係や法則などを文字を用いた式で表すことを学んでいるが，第 2 学年では，その学習をさらに深めて，文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解し，文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養う。

例えば,「二つの奇数の和は偶数である」ことを説明する場合，その過程には次のような活動が含まれている。

① 二つの奇数を，整数を表す文字 m，n を使って，$2m+1$，$2n+1$ と表す。

② それらの和 $(2m+1)+(2n+1)$ を計算し，その結果 $2m+2n+2$ を $2(m+n+1)$ の形の式に変形する。

③ ②で得られた式を $2\times$ (整数) とみて，偶数を表していることを読み取る。

④ ③のことから，二つの奇数の和が偶数になることが分かる。

このように，文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解できるようにするためには，文字を用いた式を使って，ある命題が成り立つことを説明する場面で，文字を用いて表現したり，文字を用いた式の意味を読み取ったり，計算したりする学習が総合的に行われることが重要である。

このような学習を通して，事象の中に数量の関係を見いだし，文字を用いた式で表現したり，その意味を読み取ったりする能力を養うことはもちろん，数量の関係を帰納や類推によって発見的にとらえ，それを文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性と意味を理解し，文字を用いた式を活用する能力が養われていく。なお，これらのことは徐々に時間をかけて学習されると考えられるので，第 3 学年での文字を用いた式の活用の学習も見通して，漸次理解を深められるように指導する。

目的に応じた式の変形

式の変形は，大きく二つに分けて考えることができる。

一つは，前述したように，数や図形の性質が成り立つことを説明するときに，数量を表す式を目的に応じてきまりに従って変形することである。

This error may be reduced if students deepen their understanding of terms, "terms with x and y cannot be combined into one term", from their grade 2 study of addition and subtraction of algebraic expressions with two letters.

$$\begin{aligned} & (4x+5y)-(2x+3y) \quad \cdots \quad ② \\ = \ & 4x-2x+5y-3y \\ = \ & 2x+2 \\ = \ & 3x+2y \end{aligned}$$

By using this idea, based on the study of calculations such as ② shown, discuss calculations like ① above to make it an opportunity for them to recognize and correct the error.

Ideas that can be captured and explained by using algebraic expressions with letters

In the study of mathematics in general, the use of algebraic expressions with letters is very important. In grade 1 of lower secondary schools, students learn to represent quantitative relationships and rules using algebraic expressions with letters. In grade 2, the study will be deepened so that students will understand that algebraic expressions with letters can capture and explain quantities and quantitative relationships and further develop their abilities to write and interpret algebraic expressions.

For example, in explaining, "the sum of two odd numbers is an even number", the following steps are involved.

① Express the two odd numbers as $2m+1$ and $2n+1$, where m and n are integers.

② Calculate their sum, $(2m+1)+(2n+1)$, and re-write the results, $2m+2n+2$, in the form, $2(m+n+1)$.

③ Interpret that the expression obtained in ② represents $2 \times$ (integer).

④ From ③, we can conclude that the sum of two odd numbers is an even number.

In order for students to understand that quantities and quantitative relationships can be captured and explained using algebraic expressions with letters, it is important that writing, interpreting, and calculating algebraic expressions with letters are taught in conjunction with each other as students try to justify a conjecture using algebraic expressions with letters.

Through such studies, students will develop their abilities to identify and represent quantitative relationships in phenomena and interpret algebraic expressions in contexts. They will also discover new relationships through induction and analogy and understand the necessity of explaining those discoveries generally using algebraic expressions with letters. They can also develop their ability to use algebraic expressions with letters. These ideas must be learned over time; therefore, instruction should aim at gradual development, keeping in mind the use of algebraic expressions with letters to be studied in grade 3 of lower secondary school.

Transforming algebraic expressions purposefully

Transformations of algebraic expressions may be divided into the following two categories. Transformations in the first category are like those discussed above – transforming the algebraic expressions purposefully to explain properties of numbers and geometrical figures.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

もう一つは，関係を表す式を，等式の性質を用いて目的にあうように同値変形することである。例えば，三角形の面積を求める公式 $S = \frac{1}{2}ah$ から，底辺 a を求める公式を得るために，a について解くことなどがあげられる。等式の変形は，いろいろな場面で活用されるので，上に述べた三角形の面積の公式から底辺の長さを求める公式に書き換えるような簡単な場合について，自由に行えるようにしておくことが重要であり，取り上げる式がいたずらに複雑で無目的なものになることのないように配慮する必要がある。

いずれの場合においても，無目的に式の変形を行うのではなく，具体的な場面に即して目的に応じて式を変形することのよさを実感することを学習の中心にする。

(2) 連立二元一次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

ア 二元一次方程式とその解の意味を理解すること。

イ 連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

ウ 簡単な連立二元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

第 1 学年では，一元一次方程式について，その中の文字や解の意味を理解し，その解き方について学習している。

第 2 学年では，これらの学習の上に立って，二元一次方程式とその解の意味や二元一次方程式を連立させることの必要性と意味及び連立二元一次方程式の解の意味を理解し，解を求めることができるようにする。さらに，具体的な場面で連立二元一次方程式を活用する能力を育てることをねらいとしている。

二元一次方程式とその解の意味

二元一次方程式の学習では，二元一次方程式を成り立たせる二つの文字 x，y の値の組が，二元一次方程式の解であることを理解できるようにする。つまり，方程式の解の意味は，第 1 学年で学習した一元一次方程式と本質的に変わっていない。二元一次方程式の中の二つの文字はいずれも変数であり，これらの二つの文字に，その変域内の数値を代入して等式が成り立つとき，その値の組が二元一次方程式の解である。

例えば，$2x + y = 7$ の解については，変数 x，y の変域が自然数全体の集合であれば，その解は有限個であり，$(1, 5)$，$(2, 3)$，$(3, 1)$ である。また，変域が整数全体であれば解は無数にある。このように，二元一次方程式の解は一つとは限らず，一元一次方程式の解が一つであったこととは異なる。

連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味

二元一次方程式を連立させることは，二元一次方程式によって二つの条件を表現することであり，連立させた方程式を解くことは，二つの方程式を同時に満たす値の組を求めることである。連立二元一次方程式とその解の意味の理解のためには，例えば，変域を自然数の集合にして，連立させた二つの二元一次方程式のそれぞれの解を具体的に明示し，その共通な解を見いだすという学習の過程をとることも考えられる。問題解決の場面で，このようにして解を見いだすことは能率がよいとはいえない。しかし，一元一次方程式と同様，連立二元一次方程式も以下に示すような方法で式を変形し，能率よく解を求めることができるので，具体的な場面における問題の解決に有効である。

なお，連立二元一次方程式の解の意味については，一次関数と二元一次方程式のグラフとを関連付けることによって一層理解を深めることができる。

The other category involves transformations using the properties of equality relationships to create equivalent expressions. For example, the formula to calculate the area of triangles, $S = \frac{1}{2}ah$, can be transformed to a formula to calculate the length of a base by solving it for a. Transformations of equations are used in many different situations. Therefore, it is important that students can freely transform equations in simple cases such as transforming the formula for the area of triangle to obtain a formula to calculate the length of area. Avoid using unnecessarily complex algebraic expressions whose transformations will not serve any purpose.

In either case, the focus of the study is to help students experience the merits of transforming algebraic expressions purposefully in concrete situations, instead of meaningless manipulation of algebraic expressions.

(2) To understand simultaneous linear equations with two unknowns, and to be able to consider by using it.

(a) To understand the meaning of linear equations with two unknowns and their solutions.

(b) To understand the necessity and meaning of simultaneous linear equations with two unknowns and the meaning of their solutions.

(c) To solve simple simultaneous linear equations with two unknowns and make use of them in concrete situations.

In grade 1 of lower secondary school, students are expected to understand the meaning of letters and solutions of linear equations with one variable, and to learn to solve those equations.

In grade 2, based on those studies, students are expected to understand linear equations with two variables and the necessity and the meaning of simultaneous linear equations with two variables. They are expected to be able to solve those equations. Moreover, it is aimed that students will develop the ability to use simultaneous linear equations in concrete situations.

Meaning of linear equations with two variables and their solutions

Help students understand that the solution to a linear equation with two variables is a pair of values for the two letters, x and y, which will satisfy the given equation. In other words, there is no fundamental difference from the meaning of solutions for linear equations with one variable. The two letters in a linear equation with two variables are both variables, and the pair of values from the range of numbers for each variable that satisfies the equation is its solution.

For example, with the equation, $2x + y = 7$, if the range of values for variables x and y are natural numbers, then there are a finite number of solutions, namely $(1, 5)$, $(2, 3)$, and $(3, 1)$. If the range of variables is all integers, then there are an infinite amount of solutions. In this way, solutions to linear equations with two variables differ from solutions to linear equation with one variable because there may be more than one solution with linear equations with two variables.

The necessity and the meaning of simultaneous linear equations with two variables and the meaning of their solutions

A pair of simultaneous linear equations with two variables represents two conditions, each represented by an equation, to be satisfied. To solve a system of simultaneous linear equations with two variables means to find a pair of values that will satisfy both equations. To help students understand the meaning of the solution to a pair of simultaneous linear equations with two variables, it is possible to restrict the range of values for each valuable to the set of natural numbers and have students list solutions for each equation so that they can find a common solution. This way of solving simultaneous equations is not efficient in the process of problem solving. However, there are ways to solve simultaneous equations efficiently by transforming the equations as discussed below. Those methods will be useful in the context of concrete problem solving situations.

It is also possible to deepen students' understanding of the meaning of solutions to simultaneous equations by connecting linear functions and graphs of linear equations with two variables.

連立二元一次方程式を解くこと

連立二元一次方程式を解くときの考え方は，二つの文字のうち一方の文字を消去し，既に知っている一元一次方程式に帰着して解くことである。この解き方は，新しい問題解決場面に直面したとき，すでに知っている方法に帰着させるという考え方の一つである。連立二元一次方程式が解けるようになることとともに，こうした考え方に生徒自らが気付くように工夫し，加減法や代入法による解き方が理解できるようにする。

その際，そもそも「方程式を解く」とはどういうことかを，第１学年で学習した一元一次方程式と関連付け，学び直しの機会を設けることにも配慮する。

連立二元一次方程式の解法の学習については，具体的な問題の解決に必要な程度の連立方程式が解けるようにし，それを活用できるようにする。

連立二元一次方程式の活用

一元一次方程式を活用する場合には，事象の中の数量の関係を式に表現するとき，一つの変数しか用いることができなかった。しかし，具体的な場面においては，一つの変数よりは二つの変数を用いた方が式に表しやすい場合が多い。問題解決の場面で連立二元一次方程式を活用することにより，方程式の活用場面は一層広くなり，問題解決も容易になる。

連立二元一次方程式を活用するに当たっては，その立式の段階が重要である。そのためには，数量の関係をとらえて，例えば，長さの関係，時間の関係，重さの関係など，ある特定の量に着目して式をつくるようにしたり，とらえた数量を表や線分図で表してその関係を明らかにしたりすることも有効である。

さらに，方程式を用いて，具体的な問題を解決するに当たっては，変数と方程式の数が一致していることが方程式の解が一通りに定まるために必要であることなどに気付き，一元一次方程式や連立二元一次方程式を見通しをもって的確に活用することができるようにする。

Solving simultaneous linear equations with two variables

A way to solve simultaneous linear equations with two variables is to eliminate one of the letters so that we can use the methods to solve linear equations with one variable. This way of finding the solution is an example of thinking that will connect new problem solving situations to what has already been learned previously. In addition to enabling students to solve simultaneous linear equations with two variables, help students recognize this way of thinking on their own so that they can understand solution by elimination or by substitution.

Consideration should also be given to provide opportunities to re-learn what it means to, "solve an equation," by making connections to the study of linear equations with one variable from grade 1.

The study of solving simultaneous linear equations should aim at developing sufficient proficiency to solve simultaneous linear equations from concrete problem situations and enabling students to use simultaneous linear equations.

Use of simultaneous linear equations with two variables

While using linear equations with one variable, we can use only one variable to represent quantitative relationships in phenomena. However, in concrete situations, it is often easier to represent relationships using two variables than with only one variable. By using simultaneous linear equations with two variables, the range of problems that can be solved will expand, as well as problem solving becomes easier.

To use simultaneous linear equations, the step of setting up the equations is important. In the process of instruction, having students capture and represent quantitative relationships in algebraic expressions by focusing on a specific quantity such as relationships of length, time or weight. It is also useful to make the relationships more explicit by representing the quantities in a table or a segment diagram.

Moreover, as students attempt to solve concrete problems, help them realize that the number of equations and the number of variables must be the same in order to have a unique solution. Help students use linear equations with one variable and simultaneous linear equations with two variables with a good prospect in mind.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

B 図形

(1) 観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめることができるようにする。

ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。

イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質が見いだせることを知ること。

〔用語・記号〕

対頂角　内角　外角

第 1 学年では，図形の作図や移動を取り扱っている。また，空間における直線や平面の位置関係を知り，空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されているものととらえたり，平面上に表現したり読み取ったりしている。さらに，扇形の弧の長さと面積，基本的な柱体，錐体及び球の表面積と体積が求められるようにしている。これらの学習を通して，図形についての豊かな感覚をはぐくみ，図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培ってきている。

第 2 学年では，三角形や四角形などの多角形の角の大きさについての性質を，論理的に筋道を立てた推論を行って調べることができるようにする。その際，図形をよく観察したり，作図したりする操作や実験などの活動を通して，その推論の過程を自分の言葉で，他者に伝わるように分かりやすく表現できるようにすることがねらいである。

平行線や角の性質

論理的に筋道を立てて推論する学習を，対頂角の性質や平行線の性質から始める。

平行線の性質としては，通常，次の二つの事柄が取り上げられる。

- 平行な 2 直線に他の直線が交わったときにできる同位角は等しい。
- 2 直線に他の直線が交わってできる同位角が等しければ，この 2 直線は平行である。

平行については，小学校第 4 学年で取り上げられ，例えば，1 本の直線に垂直な 2 本の直線としてとらえられており，その後，平行線をかく操作などを通して，上の二つの事柄が直観的，実験的に認められてきている。中学校では，これらを推論の根拠とすることになる。

「対頂角は等しい」ことと上の二つの事柄から，次のことを演繹的に導くことができる。

- 平行な 2 直線に他の直線が交わったときにできる錯角は等しい。
- 2 直線に他の直線が交わってできる錯角が等しければ，この 2 直線は平行である。

次に,「三角形の内角の和が 180° である」ことや平行四辺形の一つの角の大きさが与えられているとき，残りの角の大きさを平行線の性質を用いて演繹的に導くことができるようにする。

演繹的に導くことについては小学校算数科でも素地的な経験をしてきていることに留意し，中学校第 2 学年では生徒に形式的な証明の記述を要求するのではなく，自分の言葉で筋道を立てて説明できるようにすることが大切である。例えば，対頂角の性質を考える場合，測定に基づいて確認するだけではなく，根拠を明らかにし，それを基にして筋道を立てて説明する活動を行うことによって，後の証明の学習につなげることができるような配慮が必要である。

B. Geometrical Figures

(1) Through activities like observation, manipulation and experimentation, be able to find out the properties of basic plane figures and verify them based on the properties of parallel lines.

(a) To understand the properties of parallel lines and angles, and based on that, verify and explain the properties of geometrical figures.
(b) To know how to find out the properties of angles of polygons based on the properties of parallel lines and angles of triangle.

[Terms and Symbols]

opposite angle[3] , interior angle, exterior angle

In grade 1 of lower secondary schools, construction and transformation of geometrical figures are discussed. The relationships among lines and planes in space are also discussed. Students also learn to think about space figures as the result of moving plane figures, to represent space figures on a plane and to interpret features of space figures represented on a plane. Furthermore, students are expected to be able to calculate the length of an arc, the area of a sector, and surface area and volume of prisms, pyramids and spheres. Through these studies, students' spatial sense is enriched and their knowledge of geometrical figures is deepened. Their ability to examine and represent logically is also cultivated.

In grade 2, enable students to investigate properties of angles in triangles, quadrilaterals, and other polygons using coherent and logical reasoning. The aim is to help students express their reasoning using their own words in a way that is easily understood by others through activities used to observe geometrical figures carefully and to manipulate and experiment such as construction of figures.

Properties of parallel lines and angles

The study of coherent and logical reasoning starts with the study of properties of vertical angles and properties of parallel lines.

Typically, the following two properties of parallel lines are discussed:

- Corresponding angles formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines are congruent.
- If corresponding angles formed by a line intersecting a pair of lines are congruent, then the two lines are parallel.

Students learn about parallel lines in grade 4 of elementary school. For example, 2 lines are defined to be parallel when they are perpendicular to another line. Then, through activities such as drawing parallel lines, the two ideas above are intuitively and empirically recognized. In lower secondary schools, these ideas become the basis of reasoning.

From the proposition, "vertical angles are congruent", and the two ideas above, the following propositions can be deduced:

- Alternate interior angles formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines are congruent.
- When alternate interior angles formed by a line intersecting a pair of lines are congruent, then the pair of lines are parallel.

Then, enable students to deduce that, "the sum of angles in a triangle is 180°", or the angles in a parallelogram can be determined when one angle measurement is given.

As for deducing new ideas, considerations should be given to the fact that elementary school mathematics provided students with some foundational experiences. In grade 2 of lower secondary school, it is important to help students become able to explain their ideas in an orderly manner using their own words instead of demanding formal written proofs. For example, while thinking about the congruence of vertical angles, instead of just relying on measurements, it is necessary to incorporate activities to verify this relationship in a coherent manner, making clear what the basis of the argument is.

[3]Typically called vertical angles

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

多角形の角についての性質

三角形の角についての性質を基に，多角形の内角の和や外角の和などを扱う。

多角形の内角の和については，結果も重要であるが，多角形を基本の図形である三角形に分割することによってその結果が見いだせるということを知ることも大切なねらいである。これは,「既知のことに帰着して考える」という数学的な見方や考え方である。また，多角形の外角についても，内角の和を既知のこととし，これを用いるなどしてその和を求めることができるようにする。なお，三角形や四角形の内角の和については，小学校算数科においても学習してきているので，その求め方や結果について振り返ることも大切である。

(2) 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに，図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を養う。

ア 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

イ 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。

ウ 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

〔用語・記号〕

定義　証明　逆　≡

［内容の取扱い］

(1) 内容の「B図形」の (2) のウに関連して，正方形，ひし形，長方形が平行四辺形の特別な形であることを取り扱うものとする。

(1) では，平面図形の角に関する性質を，平行線の性質を使って導き，確かな根拠を基にして筋道を立てて考え説明することを経験した。ここでは，さらに三角形の合同条件を使って，図形の性質を演繹的に確かめ，論理的に考察し表現する能力を養うことを大きなねらいとしている。

小学校第 3 学年では二等辺三角形の性質について，また，第 4 学年では平行四辺形の性質について，それぞれ図形の角や辺に着目し，実験，実測，観察などによって調べてきている。

中学校第 2 学年では，論理的に筋道を立てて推論することによって，図形の性質を調べることができるようにする。さらに，調べる過程やその結果について説明し伝え合う活動を通して，適切に表現できるようにすることが重要なねらいである。

なお，これまで中学校第 2 学年で扱われていた円周角と中心角の関係は，今回の改訂で中学校第 3 学年の内容とした。これは，第 2 学年における図形の性質の学習に引き続き，それらの性質を用いて数学的に推論することにより，円周角と中心角の関係について考察し，その関係を具体的な場面で活用することを重視したためである。

Properties of angles in polygons

Based on the properties of angles in a triangle, discuss the sum of interior angles and the sum of exterior angles of polygons.

As for the sum of interior angles in polygons, although the conclusion is important, the aim is to help students learn that they can find the sum by dividing polygons into basic figures, namely triangles. This is an example of mathematical thinking, "relating to what was learned previously." For the sum of exterior angles, enable students to be able to find the sum using what they learned about the sum of interior angles. It is also important to reflect on the methods and results of the sum of interior angles in triangles and quadrilaterals, which were discussed in elementary school.

(2) To understand the congruence of geometrical figures and deepen the way of viewing geometrical figures, to verify the properties of geometrical figures based on the facts like the conditions for congruence of triangles, and to foster the ability to think and represent logically.

(a) To understand the meaning of congruence of plane figures and the conditions for congruence of triangles.

(b) To understand the necessity, meaning and methods of proof.

(c) To logically verify the basic properties of triangles and parallelograms based on facts like the conditions for congruence of triangles, and to find out new properties by reading proofs of the properties of geometrical figures.

[Terms and Symbols]

definition, proof, converse

[Handling the Contents]

(1) In connection with (2)-(c) under " B. Geometrical Figures "in " Content, "the fact that square, rhombus and rectangle are special cases of parallelogram should be dealt with.

In (1), students are to experience deducing properties of angles in polygons using properties of parallel lines and explaining their thinking in a coherent manner while making the reasons explicit. Here, the major goal is to foster students' abilities to verify, examine, and represent properties of geometrical figures deductively, using the congruence conditions of triangles.

Students have examined properties of isosceles triangles in grade 3 of elementary school and parallelograms in grade 4 through doing experiments, measurements, and observations by focusing on angles and sides.

In grade 2 of lower secondary school, enable students to examine properties of geometrical figures logically through coherent reasoning. In addition, an important aim is to enable students to express their ideas appropriately through activities for communicating their thinking processes and results.

The relationship of inscribed angles and central angles has been moved to grade 3 from grade 2 of lower secondary school in this current revision. The reason is to continue the study of properties of geometrical figures in grade 2 and to examine the relationship between inscribed angles and central angles using those properties and through mathematical reasoning. The use of the relationship between inscribed angles and central angles in concrete situations is also emphasized.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

合同の意味と三角形の合同条件

二つの図形は，次のそれぞれの場合に合同である。

① 一方の図形を移動して他方の図形に重ねることができる
② 二つの図形の対応する線分と対応する角がすべて等しい

①は，第 1 学年で学習した図形の移動という操作に基づいて，図形の合同を動的に定義するものである。
一方，②は線分で囲まれた図形の合同の静的な定義である。第 2 学年ではこれらの定義によって，三角形の合同条件などを基に，図形の性質を演繹的に確かめ，論理的に考察し表現する能力を養うことをねらいとしている。
ここでは，三角形の合同条件も平行線の性質と同様に演繹的に考えて導く対象とするのではなく，三角形の決定条件を基に，直観的，実験的に認める。
二つの三角形は，次のそれぞれの場合に合同となる。

- 対応する 3 組の辺がそれぞれ等しい
- 対応する 2 組の辺がそれぞれ等しく，その間の角が等しい
- 対応する 1 組の辺が等しく，その両端の角がそれぞれ等しい

三角形の三つの辺，三つの角の 6 要素のうち，上の三つのそれぞれの場合の 3 要素で合同かどうかを判定できることを理解できるようにすることが大切である。そして，これらを推論の根拠として用いることが重要である。なお，三角形の決定条件は，第 1 学年における作図指導の際に扱うことも考えられる。
「二等辺三角形の底角は等しい」ことと上の三角形の合同条件から，次の直角三角形の合同条件を演繹的に導くことができる。
二つの直角三角形は，次のそれぞれの場合に合同となる。

- 斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しい
- 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい

三角形の合同条件は，角を移す作図，角を二等分する作図などの正しいことの証明にも使われるが，三角形の合同条件を適用する範囲は極めて広い。その適用の度合いには，1 組の図形が合同であることを示すものから，補助線をひくなどして，複数の図形の組が合同であることの証明を重ねて結論を導く問題に適用するものまで，その程度の差は大きい。したがって，指導に当たっては，生徒の理解の程度や発達の段階に応じた適切な取扱いが必要である。

数学的な推論

数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し，これを用いる学習は，図形の領域だけで行われるものではなく，他の領域でも必要に応じて行われるものである。しかしながら，数学的な推論の必要性と意味の理解やその適用場面を考えると，具体的な図形を通して推論の過程等を視覚的にとらえることができることなどから図形の領域が適している。
数学的な推論には，帰納，類推，演繹の三つの方法がある。帰納と類推は，小学校算数科でも多くの場面で用いられてきている。これらは，いくつかの場合についての観察，操作や実験などの活動を通して，それらを含んだより一般的な結果を導き出す際に用いられる。また，演繹も小学校算数科において用いられている。帰納や類推は，新たな事柄の発見のために大切である。演繹は，その発見された事柄が正しいことを説明するために大切である。こうした三つの推論の役割を理解し，必要な場面に応じてそれらの推論の方法を適切に選択して活用できるようにする必要がある。
帰納や類推は，個々の具体的な図形を調べたり処理したりして，それに基づき図形の性質や関係を推測する際に大切なはたらきをする。しかし，その推測が正しいことは演繹によって確認される必要がある。また，推測は必ずしも正しいとは限らない。このことを反例を用いるなどして示したり，はじめの推測を修正して正しいものにしたりすることの学習にも配慮する必要がある。

Meaning of congruence and the congruence conditions of triangles

Two geometrical figures are congruent if:

① One figure can be moved on top of the other by combination of transformations, or
② All corresponding segments and corresponding angles are equal in their measures.

Condition ① defines congruence based on transformations of geometrical figures studied in grade 1 of lower secondary school.

On the other hand, condition ② is a more static definition of congruence of figures that are composed of line segments. The aim in grade 2 is to foster students' ability to verify properties of geometrical figures deductively, based on the congruence conditions of triangles, and to examine and express their ideas logically.

As was the case with the properties of parallel lines, the congruence conditions for triangles are not deduced here. Rather, they are accepted intuitively and empirically. Two triangles are congruent if:

- the length of all three corresponding pairs of sides are equal,
- the length of two corresponding pairs of sides are equal and the measures of angles between the two sides are also equal, or
- the length of a pair of corresponding sides are equal and the measures of corresponding angles on the end points of the side are also equal.

It is important that students understand that of the six constituent parts of a triangle, three sides and three angles, only three are needed to judge for congruence. It is also important that students can use these as the bases of reasoning. The congruence conditions of triangles may be discussed in conjunction with the instruction of geometrical construction in grade 1.

The proposition, "the measures of the base angles of an isosceles angles are equal," and the following congruence conditions for right angles can be deduced from the congruence conditions of triangles discussed above.

Two right triangles are congruent if

- the measures of the hypotenuse and one of the corresponding acute angles are equal, or
- the measures of the hypotenuse and one of the corresponding legs are equal.

The congruence conditions of triangles are used in a wide range of situations, for example, proving the construction for copying a given angle and the construction of the angle bisector. In some cases, only one pair of geometrical figures are congruent while in others, perhaps drawing auxiliary lines, a series of pairs of figures must be shown to be congruent to reach a conclusion. Thus, there is a wide range of complexity in its use, and it is necessary that instruction is adjusted appropriately to the level of students' understanding and development.

Mathematical reasoning

Instruction on mathematical reasoning to help students understand its necessity and meaning should take place in all content domains necessary, not just in the domain of geometrical figures. However, the domain of geometrical figures is particularly suited for teaching the necessity and the meaning of mathematical reasoning because its process can be visually captured by the use of concrete figures.

There are three types of mathematical reasoning: induction, analogy, and deduction. Induction and analogy are used frequently in elementary school mathematics. These types of reasoning are used when a more general conclusion is derived from several results obtained from observations, manipulations, and experimentations. Deduction is also used in elementary school mathematics. Induction and analogy are particularly important for discoveries. Deduction is important to verify those discoveries. It is necessary that students understand different roles of these types of reasoning and be able to use appropriate reasoning purposefully.

Induction and analogy play an important role in generating hypotheses properties and relationships of geometrical figures based on examinations and processing of specific figures. However, in order to verify the hypotheses generated deductive reasoning is needed. Hypotheses are not always valid. Students should be taught to demonstrate this by using counterexamples. Considerations should be given to discuss how to modify the original hypothesis to derive a valid proposition.

演繹的に考えるためには，推論の根拠となる事柄を明確にしておかなければならない。「B図形」の領域でその推論の根拠となる事柄としては，対頂角の性質，平行線の性質，三角形の合同条件などが考えられ，それらを基にして演繹的に考え，図形の性質を確かめていく学習が中学校第2学年から本格的に始められる。

ただし，論理的に筋道を立てて推論していくことは，第2学年になって初めて学習するものではない。すでに第1学年において，平面図形の作図の場面や空間図形の構成等の場面でも，それまでに学習してきた事柄を根拠にして理由を述べてきている。つまり，第1学年においても部分的，局所的には演繹的に考えることを経験している。

第2学年においては，推論の過程を正確に，しかも分かりやすく表現する能力を養うことが指導の大切なねらいである。しかし，これは一挙に達成できるものではない。そこで，はじめは，根拠を明らかにして説明し伝え合う活動を通して，推論の過程を自分の言葉で他者に分かりやすく表現することを大切にする。そして,「ゆえに」,「または」,「かつ」,「したがって」,「一方」,「よって」などの言葉や用語，記号を使うことに慣れるようにし，漸次，推論の過程を正確に，しかも分かりやすく表現する能力を高めていく。

証明を書くことの指導に当たっては，簡単な推論について，まず証明の構想や方針をたて，その要点を上述した言葉や用語，記号を適切に用いて自分の言葉で書くことから始め，よりよいものに改めることを大切にする。その際，図形のある性質について，推論の過程が異なる二つの証明を読んでその相違点を説明したり，推論の過程に誤りのある証明を読んでそれを指摘し改善したりするなど，証明を評価する活動を適宜取り入れることも考えられる。証明を書くことについては，第3学年までを見通し，次第に的確に書けるように，段階的に指導していくようにする。

証明の必要性と意味及び方法

命題は「仮定」と「結論」からなる。そこで，推論を行う前に命題の「仮定」と「結論」をはっきりさせる。その上で,「仮定」から出発し，すでに正しいと認められている事柄を根拠にして,「結論」を導くこと，それが証明である。命題が正しくないことを証明するには，反例をあげればよい。証明の指導においては，正しいことばかりでなく，正しくないことを説明できるようにすることも必要である。また，命題の「仮定」と「結論」を入れかえると，もとの命題の逆ができる。もとの命題が正しくても，その逆の命題が正しいとは限らないことを確かめ，理解できるようにする。

証明の必要性を理解するためには，観察，操作や実験などの活動によって帰納的に導かれたものと演繹的に導かれたものの違いを理解することも大切である。いくつかの図形について帰納的に見いだした事柄が正しいかどうかを，同じ条件を満たす他の図形で調べることで，その事柄の信頼性をさらに高めることができる。しかし，同じ条件を満たすすべての図形についてその事柄が正しいかどうかを調べることはできない。そこで，演繹的に説明する証明が必要であることを理解できるようにする。

その際，次のことをはっきりさせる。

ア) 証明は，命題が例外なしに成り立つことを明らかにする方法であること。
イ) 証明をするためにかかれた図は，すべての代表として示されている図であること。

また，証明の過程においては，根拠となる事柄を明らかにすることが必要である。証明の根拠となる事柄には，前述したように，対頂角の性質，平行線についての性質と条件，合同な図形についての性質と三角形の合同条件などがある。第3学年になると，これらの事柄に相似な図形についての性質と三角形の相似条件などが加わる。

In the process of mathematical reasoning, it is important to make the bases of reasoning clear. In the domain, "B. Geometrical Figures," propositions that are used as the bases of reasoning includes properties of vertical angles, properties of parallel lines, and the congruence conditions of triangles. The study of deductive reasoning, using those propositions as the bases to verify properties of geometrical figures, starts seriously in grade 2 of lower secondary school.

However, reasoning logically and coherently is not a new idea in grade 2. In grade 1, students are expected to explain their ideas using what they have previously learned as the basis in situations such as geometrical construction of plane figures and composition of space figures. Thus, even in grade 1, students partially experienced deductive reasoning.

An important aim in grade 2 is to foster the ability to express the process of reasoning accurately and in a way that is easy to understand. However, this cannot be accomplished all at once. Thus, at first, the emphasis is on expressing the process of reasoning in one's own words so that others can easily understand through activities used to explain and communicate by making the basis of reasoning explicit. Help students become used to terms and symbols such as "because," "alternately," "therefore," "on the other hand," and "as a result." In this way, help students gradually raise their ability to express the process of reasoning accurately and in a way that is easily understood by others.

As for the instruction on writing formal proofs, start by having students plan an overview of a proof for simple conjectures, then write the main points of the proof using their own words, incorporating the terms and symbols discussed above. Then, help them gradually improve their writing. It may also be useful to incorporate activities for evaluating proofs such as comparing two different proofs of the same proposition to compare and contrast them or identify and correct a faulty proof. Teaching of writing proofs will continue on through grade 3 of lower secondary school. Thus, instruction should be done in steps to help students improve their proof writing gradually.

The necessity and the meaning of proofs and their methods

A proposition consists of "hypothesis" and "conclusion." Thus, before proceeding with justification, we must first clearly identify the "hypothesis" and the "conclusion." A proof is a series of statements starting with the "hypothesis" and leading to the "conclusion," supported by the ideas that have already been accepted as true. To disprove a proposition, we only need to find a counterexample. In the instruction of proofs, it is important that students can not only prove but also disprove something. Moreover, if we reverse the "conclusion" and "hypothesis," the new statement is called the "converse" of the original proposition. Even if the original proposition is true, its converse is not necessarily true. Students are expected to understand that.

In order to understand the need for a proof, it is important for students to understand the difference between ideas that are inductively derived from the results of activities of observation, manipulation and experimentation, and those that are derived deductively. It is possible to increase the likelihood of a conjecture derived inductively from the examination of several geometrical figures by testing it against several other geometrical figures that satisfies the conditions. However, we cannot verify whether or not the conjecture is true with all figures that satisfy the condition. Therefore, we need deductive proofs. In this way, students are expected to understand why we need deductive proofs.

The following points should be made clear:

a) A Proof is a method of showing a proposition is true generally, without exception.
b) Drawings used in the process of proving are representative of all figures.

Also, in the process of proving, we must make the basis for our reasoning explicit. As discussed above, the following ideas are examples of ideas that can be used as the basis for reasoning: properties of vertical angles, properties and conditions of parallel lines, properties of congruent figures, and the congruent conditions for triangles. In grade 3 of lower secondary school, properties of similar figures and the similarity conditions of triangles are also included.

三角形や平行四辺形の性質

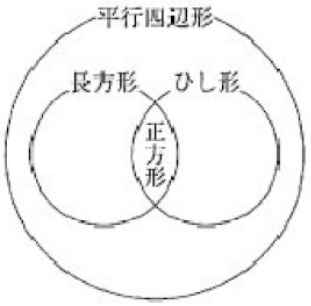
ここでは，すでに学習した平行線の性質，三角形の合同条件などを基にして，演繹的に考えることによって三角形や平行四辺形の性質や条件を考察し，図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を養うことが大切なねらいである。

三角形や平行四辺形について次のような図形の基本的な性質や条件などを扱う。

· 二等辺三角形の性質　　· 直角三角形の合同条件
· 平行四辺形の性質　　· 平行四辺形になるための条件
· 正方形，長方形，ひし形の性質

「二等辺三角形の性質」,「平行四辺形の性質」などはすでに小学校算数科で学んでいるので，ともすると「分かりきっているのにどうして証明するのか」という疑問を生徒が抱きがちである。そこで指導においては，自分が納得したことを他の人にも納得してもらえるように説明することの大切さを強調し，証明の必要性や意味及びその方法について理解できるようにする。

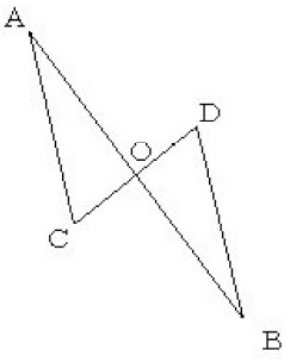
「平行四辺形の性質」に関して，内容の取扱いには,「正方形，ひし形，長方形が平行四辺形の特別な形であることを取り扱うものとする」とある。このことは，長方形，ひし形，正方形の定義，並びに,「平行四辺形になるための条件」から，長方形，ひし形，正方形，平行四辺形の間の関係を論理的に理解できるようにすることを意味しており，例えば，右のような図を用いて考えたり，平行四辺形で成り立つ性質は，その特別な形である長方形や正方形などでも成り立つことを，具体的ないくつかの性質を取り上げ確かめたりすることが考えられる。



証明を読んで新たな性質を見いだすこと

三角形や平行四辺形の性質の証明の学習においては，証明を書くだけでなく証明を読むことも大切である。証明を読むことは，図形の性質の証明を見直したり，評価したりする際に必要である。

例えば,「二つの線分ＡＢ，ＣＤが点Ｏで交わり，ＡＯ＝ＢＯ，ＣＯ＝ＤＯならば，△AOC ≡ △BOD である。」ことの証明を読んで，△ＡＯＣ ≡ △ＢＯＤ であることの根拠として用いられていない図の中の線分や角の関係を見直すことによって，ＡＣ＝ＢＤ，∠OCA = ∠ODB，∠CAO = ∠DBO という性質を新たに見いだすことができる。さらに，∠CAO = ∠DBO であることから，AC//BD や四角形ＡＣＢＤが平行四辺形であることも見いだすことができる。



ここでは証明を読むことを通して，論理的に考察し表現する能力を養うことが大切である。証明を読んで新たな性質を見いだすことは,「Ｂ図形」の領域だけでなく,「Ａ数と式」の領域において，文字を用いた式で数量の関係をとらえ説明することを指導する際にも大切にする必要がある。

Properties of triangles and parallelograms

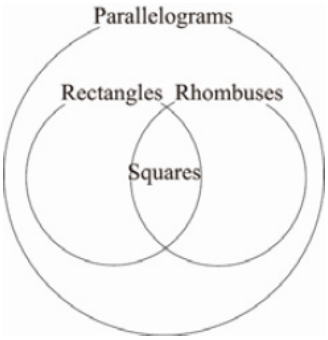
The important goal here is to foster students' abilities to examine and represent their ideas logically, as well as deepen their understanding of geometrical figures by examining properties and conditions of various triangles and parallelograms deductively by using previously learned properties of parallel lines and the congruence conditions of triangles.

The following basic properties and conditions about triangles and parallelograms are discussed:

- The properties of isosceles triangles and congruence conditions of right triangles
- The properties of parallelograms and conditions for parallelograms
- The properties of squares, rectangles, and rhombuses

Since students have seen, "properties of isosceles triangles" and, "properties of parallelograms" in elementary school mathematics, they often wonder, "why do we need to prove something we already know?" and some may lose interest. Therefore, the instruction should emphasize the importance of explaining something that they already understand to others so that they can also understand it. Help them understand the necessity and the meaning of proofs and their methods.

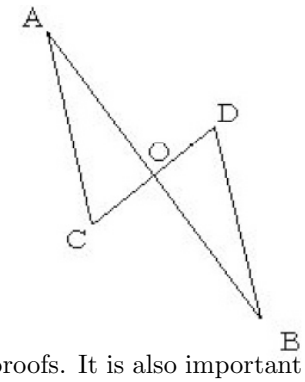
As for, "properties of parallelograms", the " Handling of Content " states that " squares, rhombus and rectangles are special cases of parallelograms that should be dealt with." This statement means that students are to understand the relationships among rectangles, rhombuses, squares, and parallelograms logically by examining the definitions of those figures and, "conditions for parallelograms." For example, drawing a diagram like the one shown on the right may be used. Also, for some of the properties of parallelograms, have students verify that they also are true in squares and rectangles, which are special types of parallelograms.



Reading proofs and discovering new properties

In the study of proofs of properties of triangles and quadrilaterals, students should not only write proofs but also read them. Reading proofs is necessary when re-examining or evaluating a proof of a property of geometric figures.

For example, consider the proof for the proposition, "given two segments, AB and CD, intersect at point O. If AO=BO and CO=DO, then $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$". After reading the proof, focusing on the segments and angles that were not used in the proof, students may be able to discover new properties, AC=BD, $\angle OCA = \angle ODB$ and $\angle CAO = \angle DBO$. Moreover, since $\angle CAO = \angle DBO$, students can discover that AC//BD and quadrilateral ACBD is a parallelogram.



It is important to foster the ability to examine and represent logically by reading proofs. It is also important to emphasize the idea of discovering new properties by reading proofs not only in the domain, "B. Geometrical Figures" but also in "A. Numbers and Algebraic Expressions" as the idea of explaining quantitative relationships by reading algebraic expressions with letters.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

ア 事象の中には一次関数としてとらえられるものがあることを知ること。

イ 一次関数について，表，式，グラフを相互に関連付けて理解すること。

ウ 二元一次方程式を関数を表す式とみること。

エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

変化の割合　傾き

第 1 学年では，具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べ，関数関係について理解し，比例，反比例を関数としてとらえ直した。そこでは，変数と変域や座標について理解するとともに，比例，反比例の関係を表，式，グラフなどで表し，それらの特徴をとらえ，比例，反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明することを学習している。

第 2 学年では，第 1 学年と同様に具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して，一次関数について考察する。これらの学習を通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

一次関数の学習は比例の学習の発展である。同時に，変化の割合に着目するなど，文字を用いた式によって関数をより深く学習する入り口ともなっている。

事象と一次関数

第 2 学年では，比例，反比例の学習を基に，一次関数について理解し，関数関係についての理解を深める。具体的な事象の中から関数関係にある二つの数量 x，y を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，それらの間に，次のような関係があることを見いだす。

- x の値が k 増えるに従い，y の値が ak 増える関係がある。

このような学習の上に立って，その関係を文字を用いた式で表現する。こうして，一次関数が，一般的に，a，b を定数として，$y = ax + b$ という式で表される関係であることを理解する。そして，事象の中には一次関数を用いてとらえられるものがあることを知る。

第 1 学年における比例，反比例の学習の上に立って，具体的な事象について伴って変わる二つの数量を取り出し，それらの間にどのような関数関係があるか，また，それがどのような式やグラフで表されるかなどを考察する。比例関係は，一次関数 $y = ax + b$ の特別な場合である。

C. Functions

(1) Through finding out two numbers/quantities in concrete phenomena and exploring their change and correspondence, to understand linear functions, and to foster the ability to find out, represent and think about functional relationships.

(a) To know that in concrete phenomena there are some phenomena that can be grasped as linear functions.

(b) To understand linear functions by interrelating tables, algebraic expressions and graphs.

(c) To recognize linear equations with two unknowns as algebraic expressions representing functions.

(d) To grasp and explain concrete phenomena by using linear functions.

[Terms and Symbols]

rate of change, slope

In grade 1 of lower secondary school, students investigated the changes and correspondences of two quantities in concrete phenomena and developed an understanding of functional relationships. They have also re-conceptualized direct and inverse proportional relationships as functional relationships. They were expected to understand variables, ranges of numbers variables can take, and the coordinates. Also, students learned to represent direct and inverse proportional relationships in tables, algebraic expressions, and graphs, and to identify characteristics of the relationships. They also learned to use direct and inverse proportional relationships to grasp and explain concrete phenomena.

In grade 2, like in grade 1, through activities of investigating changes and correspondences of two quantities in concrete phenomena, students will examine linear functions. Through this study, foster students' abilities to identify, represent and examine functional relationships. The study of linear functions is an extension of the study of proportional relationships. At the same time, it is an entrance to a more in-depth study of functions represented in algebraic expressions with letters, such as the focusing on the rate of change.

Phenomena and linear functions

In grade 2, based on the study of direct and inverse proportional relationships, students are to understand linear functions and deepen their understanding of functional relationships. Students are expected to find the following relationships between two quantities, x and y, that are in a functional relationship from concrete phenomena.

- As x increases by k, y increases by ak.

Based on studies like this, students are to learn to represent the relationship using algebraic expressions with letters. Students are to understand that, in general, linear functions can be represented as $y = ax + b$, where a and b are constants. They are also to know that there are phenomena that may be grasped with linear functions.

Building on the study of direct and inverse proportional relationships in grade 1, students identify two quantities that change simultaneously and examine what functional relationships might exist between them and how they may be represented as algebraic expressions and graphs. Direct proportional relationships are special cases of linear functions, $y = ax + b$.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

一次関数の表，式，グラフとそれらの相互関係

第 1 学年では，関数関係にある二つの数量について，変化や対応の特徴をとらえるために，表，式，グラフを用いることを学習している。

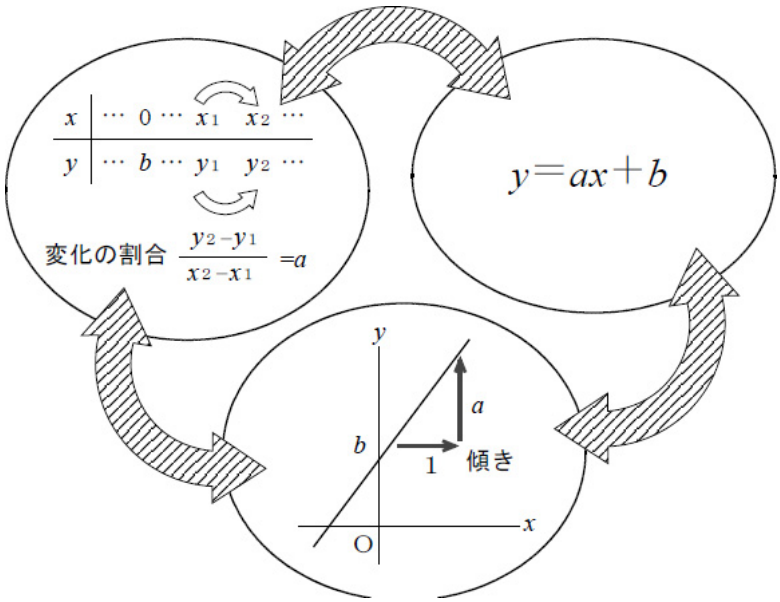
第 2 学年では，これらの学習の上に立って，一次関数の特徴を，表，式，グラフでとらえるとともに，それらを相互に関連付けることで，一次関数についての理解を深める。

このことを一次関数の変化の仕方について考える。これまでは，表を基にして対応する数量の比を考えたり，増加するか減少するかを考えてきた。ここでは，関数の変化の仕方をさらに簡潔にとらえるために，対応する変数のとる値の変化の割合について学習する。

一次関数 $y = ax + b$ について， 変数 x の値が x_1 から x_2 まで $x_2 - x_1$ だけ変化すると，それに伴って変数 y の値も y_1 から y_2 まで変化するものとする。このとき，変化の割合 $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ は，常に一定で a に等しい。これは，一次関数の特徴であって，グラフが直線になることを意味している。

このような変化の割合についての考察を通して，x の係数 a は，x の値が 1 だけ増加したとき，対応する y の値がどれだけ増加するかを表していること，さらに，x の値の増加に対しての y の値の増加分も，a の値を基にして求められることなどを理解できるようにする。

一次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線であり，a は直線の傾きを決めるものであるから，一次関数のとる値の増減については，傾き a の正，負によって判断できる。また，b は $x = 0$ に対応する y の値であり，それは，グラフと y 軸との交点の y 座標であることも理解できるようにする。



なお，変化の割合を，用語・記号としたのは，その指導が形式的に変化の割合を計算して求めることに偏らないようにするとともに，変化の割合を事象の考察やその説明に適切に用いることができるようにすることが大切だからである。

Tables, algebraic expressions, and graphs of linear functions and their relationships

In grade 1, students studied how to use tables, algebraic expressions, and graphs to capture features of changes and correspondences between two quantities in a functional relationships.

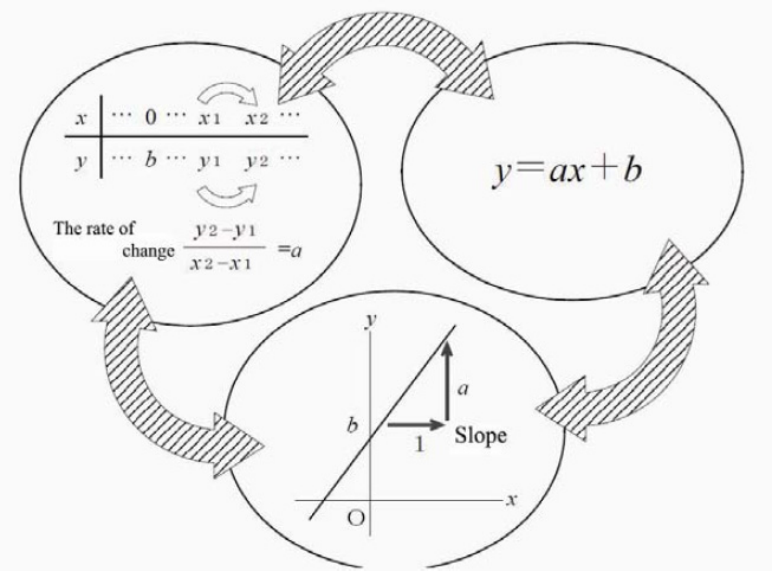
Building upon this, in grade 2, students will capture the characteristics of linear functions by using tables, algebraic expressions, and graphs and by making connections among them so that they can deepen their understanding of linear functions.

In particular, have students think about the way linear functions change. Up to this point, students have often thought about ratios of corresponding values or the increase/decrease of quantities based on tables. Here, in order to capture the way functions change more succinctly, students will learn about the rates of changes of values of corresponding variables.

For linear function, $y = ax + b$, when the values of variable x changes from x_1 to x_2, that is, changes by $x_2 - x_1$, the corresponding values of y changes from y_1 to y_2. The rate of change, $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, is constant and equals a. This is a unique feature of linear functions and it means that the graph will be a straight line.

By examining rates of changes, help students understand that the coefficient of x, that is a, is how much y will increase when x increases by 1. Moreover, help students to understand that the amount of increase in y corresponding to the amount of increase in x can be determined based on the value of a.

The graph of linear function, $y = ax + b$, is a line and a, indicates its slope. Therefore, the increase/decrease of values of the functions can be judged by whether, a is a positive or negative number. Moreover, b is the value of y when x is 0. Therefore, it is the y-coordinate of the point of intersection between the graph of the function and the y-axis. Students are expected to understand these ideas as well.



The reason the phrase, "rate of change," is included in "Terms and Symbols" is so that its instruction will not simply focus on calculation of rates of change procedurally. In addition, it is important to enable students to use rates of change in examinations and explanations of phenomena appropriately.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

二元一次方程式と一次関数

二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ を，二つの変数 x と y の間の関係を表した式とみれば，この条件を満足する x と y の値の組が考察の対象となる。

この式で x と y の値の組を求める場合，$b \neq 0$ のとき，x のとる値を一つ決めれば，それに対応して y の値が一つ決まることが分かり，このことから，$ax + by + c = 0$ は，x と y の間の関数関係を表す式とみることができる。

例えば，二元一次方程式 $x - 2y + 6 = 0$ は，x と y の間の関数関係を表す式とみることができ，さらにこの式を，$y = \dfrac{1}{2}x + 3$ と変形することによって，y は x の一次関数であることが分かる。

さらに，二元一次方程式のグラフが直線となることから，連立二元一次方程式の解は座標平面上の 2 直線の交点の座標としても求められる。グラフを用いると，視覚的に連立二元一次方程式の解の意味を理解することができる。

一次関数を用いて事象をとらえ説明すること

第 1 学年でも指導したように，日常生活や社会には，関数関係としてとらえられる事象が数多く存在する。ここでは，一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明することを指導する。事象をとらえ説明する際は，何を明らかにしようとするかという目的意識をもち，事象をどのように解釈して数学の対象にするのかを明確にし，目的に応じて表，式，グラフを適切に選択し説明することが大切である。

具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係が，観察や実験などを基にし，一次関数であるとみなせる場合，そのことを根拠として変化や対応の様子を考察したり予測したりすることができる。例えば，水を熱した時間と水温の関係を調べる実験を基にグラフを作成し，グラフの点の並びから数量の関係を理想化したり単純化したりしてとらえ，二つの数量の関係を一次関数とみなし，一次関数の式を求め，それを基にして水がある温度になるまでの時間を予測し，その根拠を説明することができる。また，実験の結果と予測を比較検討し，説明し伝え合う活動を通して，その食い違いの原因を考えたり，よりよい予測のための手立てを工夫したりすることもできる。

Linear equations with two variables and linear functions

Given the linear equation with two variables, $ax + by + c = 0$, as a representation of the relationship between the two variables x and y, then, the combinations of values of x and y become the objects of examination.

When determining the pairs of values for x and y that will satisfy this equation, if $b \neq 0$, then once the value of x is fixed the corresponding value of y is also fixed. Therefore, we can consider the algebraic expression $ax + by + c = 0$ represents a functional relationship between x and y.

For example, the linear equations with two variables, $x - 2y + 6 = 0$, can be considered as an algebraic expression representing a functional relationships. Moreover, if we transform this expression to $y = \frac{1}{2}x + 3$, we can see that y is a linear function of x.

Since the graphs of linear equations with two variables are lines, the solution of simultaneous linear equations with two variables can be solved by locating the point of intersection of the two lines in the coordinate plane. Therefore, it is possible to understand visually the meaning of solutions of simultaneous linear equations with two variables.

Grasping and explaining phenomena using linear functions

As it was taught in grade 1, there are many phenomena that can be grasped as functional relationships. Here, teach students to grasp and explain concrete phenomena using linear functions. When grasping and explaining phenomena, students should be purposeful and have a clear idea of what it is they want to clarify. It is important that students make it clear how phenomena are interpreted and made into objects of mathematics, and explain them using tables, algebraic expressions, and graphs chosen purposefully.

When the relationship between two quantities identified in concrete phenomena appears to be a linear function based on observation and experimentation, how the quantities change and correspond can then be observed and predicted based on the idea of linear functions. For example, students can graph the relationship between time and temperature as water is being heated. By observing how the points are plotted, the relationship between the two quantities can be simplified or idealized. Then, the relationship between these two quantities can be considered as a linear function. By using the algebraic expression for the linear function, we can predict how long it will take to heat the water to a particular temperature, and the reason for the prediction can be explained. Also, by comparing the predictions with the actual results of experiments, through communication activities, students can think about the reasons for the differences and devise a better way to make predictions.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

D 資料の活用

(1) 不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して，確率について理解し，それを用いて考察し表現することができるようにする。

ア 確率の必要性と意味を理解し，簡単な場合について確率を求めること。

イ 確率を用いて不確定な事象をとらえ説明すること。

小学校算数科においては，第 6 学年で，具体的な事柄について起こり得る場合を順序よく整理して調べることを学習している。

中学校第 1 学年においては，相対度数は，全体 (総度数) に対する部分 (各階級の度数) の割合を示す値で，各階級の頻度とみなされることを学習している。

中学校数学科において第 2 学年では，これらの学習の上に立って，これまで確定した事象を表すのに用いられてきた数が，さいころの目の出方など不確定な事象の起こりやすさの程度を表すためにも用いられることを知り，確率を用いて不確定な事象をとらえ説明できるようにする。

確率の必要性と意味

数学の授業では，確定した事象を取り扱うことが多い。しかし実際には，日常生活や社会における不確定な事象も数学の考察の対象となり，その起こりやすさの程度を数値で表現し把握するために確率が必要になる。

さいころを振る場合，どの目が出るかを予言することはできない。しかし，多数回の試行の結果をそれぞれの目について整理してみると，全体の試行回数に対するある目の出る回数の割合には，ある安定した値をとるという傾向が見られる。このような「大数の法則」を基にして，事象の起こりやすさの程度を表すのに確率が用いられることを理解する。

例えば，さいころを振る回数 n を大きくし，1 の目が出る回数 r を求めて，$\dfrac{r}{n}$ の値を計算してみる。n を次第に大きくしていくと，それに伴って r も大きくなるが，$\dfrac{r}{n}$ の値は次第にある値に近づいていく。この $\dfrac{r}{n}$ が近づいていく一定の値を，さいころを振って 1 の目が出る確率という。

ところでこの場合，さいころを正しく振るならば，どの目が出ることも同様に期待されるから，多数回の試行を行えば，それぞれの目が出る回数の割合は，どの目についても $\dfrac{1}{6}$ に安定すると考えられる。実際，多数回の試行を行ったとき，上述した $\dfrac{r}{n}$ が近づく一定の値とは，$\dfrac{1}{6}$ に他ならない。

このように，起こり得るどの場合も同様に期待されるとき，つまり「同様に確からしい」ときには，起こり得る場合の数を数えることによって確率を求めることができる。

確率を求めるには，実際に多数回の試行を行うよりも，場合の数に基づいて考えた方が，時間も労力も節約できる。しかしその反面，不確定な事象について何が分かるのかという確率本来の意味は忘れられがちである。例えば,「さいころを振って 1 の目が出る確率が $\dfrac{1}{6}$ である」ことから,「さいころを 6 回投げると，そのうち 1 回は必ず 1 の目が出る」と考えてしまうのは，確率の意味の理解が不十分であることが原因であると考えられる。

指導に当たっては，実際に多数回の試行を行うなどの経験を通して，ある事柄の起こる割合が，一定の値に近づくことを実感を伴って理解できるようにする。また，場合の数に基づいて確率を求めた際には，それが正しいかどうかだけでなく，そのことによってある事柄の起こりやすさについてどのようなことが分かったのかを実験や調査などを通して確認することも大切である。

D. Making Use of Data

(1) Through activities like the observation of and experimentation on uncertain phenomena, understand probability, and be able to consider and represent by using probability.

(a) To understand the necessity and meaning of probability, and find the probability of an uncertain event in simple cases.

(b) To grasp and explain uncertain phenomena by using probability.

In elementary school mathematics, how to count the number of all possible events systematically in concrete situations is taught in grade 6.

In grade 1 of lower secondary school, students learn that relative frequencies indicate the ratios of frequency in individual classes to the total number of data, and they can be considered as frequency of each class.

Based on these studies, in lower secondary school mathematics, students are to know that numbers that have been used to describe definitive phenomena may also be used to describe uncertain phenomena such as the tossing of a die in grade 2. Also, enable students to explain uncertain phenomena using the idea of probability.

The necessity and the meaning of probability

In mathematics lessons, definitive phenomena are typically discussed. However, in reality, uncertain phenomena from our daily life and society are also objects of mathematics, and to describe and understand the likelihood of occurrence, we need the idea of probability.

We cannot predict the result of rolling a die. However, when we roll a die many times and organize the data, the ratio of the number of times each number rolled to the total number of tosses tend to reach a fixed value. Students are to understand that probability is used to describe the likelihood of the occurrence of an event based on, "the law of large numbers."

For example, make the total number of tosses, n, larger and larger. Then, count the number of times, r, "1" is rolled and calculate the ratio $\frac{r}{n}$. As n becomes larger, r also becomes larger. However, the value of $\frac{r}{n}$ becomes closer to a certain value. This fixed value to which the ratio tends toward is called the probability of rolling "1" when you toss a die.

Also, if we roll a fair die, we should expect the same likelihood of rolling any number. Therefore, for each number, if we roll a die many times, we anticipate the ratio of rolling it will approach $\frac{1}{6}$. In reality, the value to which the ratio $\frac{r}{n}$ discussed above approaches when we toss a die many times is indeed $\frac{1}{6}$.

As with this example, when we can expect each event to occur at the same frequency, that is, it is "equally likely," we can determine the probability by counting the number of ways events may occur.

To determine probability, we can save much time and effort by counting the number of outcomes instead of actually conducting experiments many times. However, the true meaning of probability, that is what can be learned about uncertain events, may get lost. For example, if a student thinks, "because the probability of rolling a "1" is $\frac{1}{6}$," "if we roll a die 6 times, we will get a "1" one time," then it indicates that their understanding is incomplete.

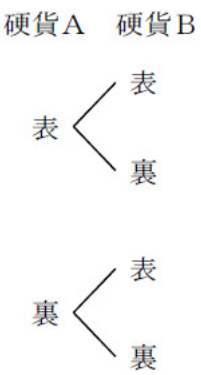
In teaching this topic, have students conduct experiments many times so that they can actually experience and understand that the ratio of a particular event occurring will approach a particular value. When probability is determined by counting possible events, it is also important to have students not only check whether or not the answers are correct but also what was understood about the likelihood of the occurrence of events by actually conducting experiments and investigations.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

簡単な場合について確率を求めること

起こり得る場合の数を基にして確率を求めるには，同様に確からしいと考えられる起こり得るすべての場合を正しく求める必要がある。ここでは小学校第 6 学年における指導を踏まえ，起こり得る場合を順序よく整理し正しく数え上げるようにする。その際，樹形図や二次元の表などを利用して，起こり得るすべての場合を簡単に求めることができる程度の事象を取り上げる。

簡単な場合の例として，2 個の硬貨を投げたときの表・裏の出方が考えられる。2 個の硬貨の表・裏の出方のすべての場合は (表，表)(表，裏)(裏，表) (裏，裏) の 4 通りであり，それぞれの場合の起こることは同様に確からしいと考えられる。このうち，2 個とも表になる場合は，同様に確からしい 4 通りの場合のうちの一つであるから，その確率は $\frac{1}{4}$ になる。



ところで，この例で「確率が $\frac{1}{4}$ である」とは，先にも述べたように 2 個の硬貨を 4 回投げると，そのうちの 1 回は必ず二つとも表が出るという確定的なことを意味するものではないことに注意する必要がある。

また，上の事例では，表・裏の出方のすべての場合が (表，表)(表，裏) (裏，裏) の 3 通りであると考え，2 個とも表になる確率は $\frac{1}{3}$ であると考える誤りが起こりやすい。この場合，起こり得る場合を落ちや重なりがないように数えられるようにするとともに，実際に多数回の試行を行ってその結果と比較し，実感を伴って理解できるようにする。

不確定な事象をとらえ説明すること

我々は，確率を用いることで，不確定な事象をとらえ説明することができる。不確定な事象をとらえ説明するための根拠として有効なのが確率である。

指導に当たっては，確率を求めることだけを目的とするのではなく，不確定な事象に関する問題解決を重視し，生徒が確率を根拠として説明することを大切にする。その際，日常生活や社会における事象を取り上げ，確率を基にして説明できる事柄を明らかにすることが必要である。

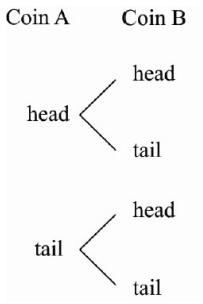
例えば，くじ引きをするとき，何番目に引くかで有利不利が生じないかどうか，つまり公平なくじ引きであるかどうかを考えて，その理由を確率に基づいて説明することが考えられる。この場合，くじ引きのルールを明確にすることの重要性や，ルールを変更すると判断も変わることがあることに気付くように指導することも大切である。

確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを通して,「必ず〜になる」とは言い切れない事柄についても，数を用いて考えたり判断したりすることができることを理解し，数学と実生活や社会との関係を実感できるようにする。その際，確率の必要性と意味の理解を大切にして指導する。

Determining probability for simple cases

To determine probability based on the counting of all possible outcomes, it is necessary to count accurately the number of equally likely outcomes for the event. Based on the study in grade 6, help students learn to count accurately by organizing outcomes systematically. The events should be simple enough so that students can count outcomes correctly using tools such as tree diagrams and 2-dimensional tables.

An example of a simple case is the tossing of two coins simultaneously and recording the outcomes of each coin. There are four different outcomes possible: (head, head), (head, tail,), (tail, head), and (tail, tail), and these outcomes are equally likely. Of these four outcomes, there is only one outcome that will result in both coins landing as heads. Therefore, the probability of getting two heads is $\frac{1}{4}$.



As discussed earlier, in this example, it is necessary to note that, " the probability is $\frac{1}{4}$ " does not mean that if we toss two coins simultaneously four times, we will definitely get two heads one time.

Also in the example above, a common error is to think that the outcomes are (head, head), (head, tail), and (tail, tail), and the probability of getting two heads is $\frac{1}{3}$. Help students to count all outcomes without any omission or duplication. It is also important that students can understand experientially. Have students actually conduct experiments many times and compare the results obtained with their counts.

Grasping and explaining uncertain phenomena

We can grasp and explain uncertain phenomena using the idea of probability. Probability is effective as the basis for grasping and explaining uncertain phenomena.

In teaching this topic, the focus should not be solely on determining probability, but an emphasis should be placed on problem solving involving uncertain phenomena. It is important that students can explain phenomena using probability as the basis of their reasoning. It is necessary to incorporate phenomena from our daily life and society so that it becomes clear to students that those phenomena can be explained using probability as the basis of reasoning.

For example, to determine whether or not the order in which you draw will influence the likelihood of winning a lottery, that is, whether or not the lottery is fair, we can explain using the idea of probability. It is also used to instruct that the rules of the lottery have to be clearly stated since the judgment may be influenced by the way the rules are stated.

By grasping and explaining uncertain phenomena using probability, help students understand that numbers can be used to make decisions involving those situations where we cannot say, "this will certainly be ____." Help students experience the relationships between mathematics and real-life and in society. It is important to emphasize the meaning of probability when teaching this idea.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

〔数学的活動〕

(1) 「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けるものとする。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

ウ 数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

第 1 学年においては，各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において,「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動」,「日常生活で数学を利用する活動」,「数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動」に取り組む機会を設けることで，生徒が数学的活動に主体的に取り組み，基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに，思考力，判断力，表現力等を高め，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにすることを目指している。

第 2 学年では，こうした基本的な考え方を一層重視するとともに，生徒の発達の段階や学習の状況，第 2 学年で指導する各領域の内容との関係を考慮し，数学的活動の質を高めていく。

なお，提示されている三つの活動は第 3 学年と同じである。これは，当該学年で指導する内容に即し，2 年間をかけて継続した指導をすることが必要であると判断したためである。

第 2 学年においても,「数学的活動の位置付け」(98 ページ) 及び「数学的活動に取り組むこと」(99 ページ) の内容は，第 1 学年と変わるものではない。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

第 1 学年における「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動」は，既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす過程を重視している。第 2 学年においては，生徒が数学に主体的にかかわることを一層重視し，見いだした数や図形の性質などをさらに発展させ，新たな課題を見いだし解決する活動に取り組む機会も設ける。したがって,「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動」も，第 1 学年と同様に発展的，創造的に考える活動であり，数学的な見方や考え方が重要な役割を果たす。数学的活動の過程では，各領域の内容の高まりとともに，演繹による検証の必要性や数学的な推論を適切に用いて数学的な事実を見いだすことの重要性が増してくる。このため，数学的な事実や手順を見いだすだけでなく，帰納や類推 (予測や推測の構成) や演繹 (妥当性の確認や検証) などの数学的な推論の進め方の質を高め，より洗練されたものにしていく。そのために，見いだした数や図形の性質などから発展的に考えるためには，例えば条件をかえたり，逆を考えたりするなど新たな視点でとらえ直すことが必要になる。また，これまで進めてきた数学的な推論がそのきっかけになることにも配慮する必要がある。

第 2 学年における「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

[Mathematical Activities]

(1) In learning each content of "A. Numbers and Algebraic Expressions", "B. Geometrical Figures", "C. Functions", and "D. Making Use of Data", and in learning the connection of these contents, students should be provided their opportunities for doing mathematical activities like the following:

(a) Activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics

(b) Activities for making use of mathematics in daily life and society

(c) Activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations

In grade 1 of lower secondary school, as students study the contents of the four domains and relate them to each other, by providing "activities for finding out the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics" , "activities for making use of mathematics in daily life", and "activities for explaining and communicating each other in one's own way by using mathematical representations", it was intended that students can engage in mathematical activities willingly and autonomously. Other aims help students master basic and fundamental knowledge and skills, develop the ability to think, decide and express, and experience the joy and meaning of studying mathematics.

In grade 2, this fundamental perspective is further emphasized and the quality of mathematical activities is to be raised. This should be done by considering the students' levelsof mathematical understanding, their own development as well as the relationships to the grade 2content in each domain.

By the way, the three types of activities below are identical to those discussed in grade 3. This is because we decided that it is necessary to provide consistent instruction over two years, making appropriate adaptations to the specific content in each grade.

The grade 2 content of, "Role of mathematical activities" (pp 98) and " Engaging students in mathematical activities" (pp. 99) does not change from those of grade 1.

a. Activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics.

"Activities for finding out the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics" in Grade 1, emphasize the process of discovering properties based on prior learning. In grade 2, students' willingness and autonomous engagement with mathematics is further emphasized. Thus, opportunities should be provided for students to further develop the properties they discovered and identify new problems to solve. Therefore, "activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics" are, as in grade 1, activities used to extend one's own thinking and to think creatively. Mathematical ways of viewing and thinking play important roles. In the process of a mathematical activity, as the level of the content in each domain increases, the need for verification using deduction and the importance of appropriate use of mathematical reasoning to discover mathematical facts also increases. Thus, the aim is not only to discover mathematical facts or procedures, but also to increase the quality of and to further refine mathematical reasoning such as induction, analogy (to develop predictions and conjectures), and deduction (to verify and justify). For this purpose, it may be necessary to re-examine the discovered properties of numbers and geometrical figures from different perspectives, such as changing the conditions and thinking about the converse, so that students can further extend their discoveries. It is also necessary to consider that mathematical reasoning may also be the starting point for such extension.

Here are some examples of, "activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics" in grade 2 of lower secondary school. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

○ n 角形の内角の和，外角の和を求める活動

この活動は，第 2 学年「B図形」の (1) のイの指導における数学的活動であり，n 角形の内角の和が $180° \times (n-2)$ と表され，外角の和が 360° になることを見いだすことをねらいとする。また，その過程において，四角形や五角形などの内角の和を帰納的に調べてきまりを見いだし，その理由を三角形の内角の和が 180° であることに基づいて明らかにする。このことによって既習の内容に結び付けて考えることのよさを知ったり，内角を外角に置き換えることで新たな問題が見いだせることに気付いたりできるようにして，その後の図形の性質の学習などに生かせるようにする。

そのために，多角形を一つの頂点から引いた対角線で三角形に分割する (図 1) ことで，n 角形の内角の和が $180° \times (n-2)$ になることを，活動を通して指導しておく。その際，三角形の内角の和が 180 であることを根拠にして考えていることを理解できるようにする。また，学習の過程を振り返り，多角形を三角形に分割する仕方に着目し，内角の和を求める他の方法を考えるきっかけをつくる。

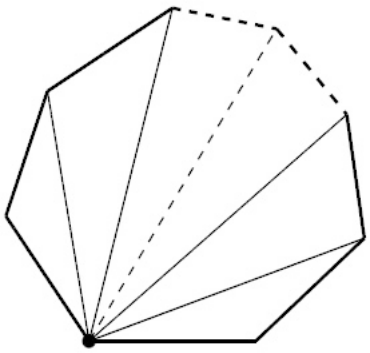


図 1

こうした学習を基にして，多角形を三角形に分割する他の方法を考え，例えば多角形の辺上の 1 点から各頂点に引いた線分で三角形に分割する (図 2) ことから，三角形の内角の和が 180 であることを根拠にして n 角形の内角の和を表す式を導く活動に取り組む機会を設ける。また，こうして求めた式を対角線で三角形に分割することで求めた式 $180° \times (n-2)$ と比較し，その関係を明らかにする。内角の和を文字を用いた式で表すことができない生徒については，四角形や五角形などについて，多角形の内角と分割してできる三角形の内角の関係を帰納的に考えるように促す。

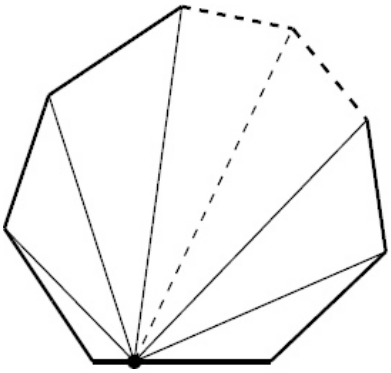


図 2

さらに，考察の対象を内角から外角にかえて，n 角形の外角の和に注目する (図 3)。ここでは，これまでの学習内容，すなわち，多角形の一つの内角とその外角の和は 180° であることや，n 角形の内角の和が $180° \times (n-2)$ と表されることを基にして，n 角形の外角の和を表す式を求める。この際，四角形や五角形などの外角の和を帰納的に調べ,「どんな多角形でも外角の和は 360° になるのではないか」と予想を立ててから，その説明を考えることもできる。

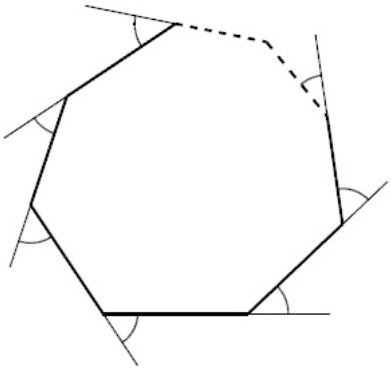


図 3

○Activities to determine the sums of interior angles and of exterior angles of n-gon

These activities are mathematical activities for grade 2 content, "B. Geometrical Figures," (1)-b. The aim is for students to discover that the sum of interior angles of n-gon can be represented as $180° \times (n-2)$ and the sum of exterior angles is 360°. In the process, students will discover inductively that the sum of interior angles of quadrilaterals and pentagons, and then clarify the reasons based on the fact that the sum of interior angles of a triangle is 180°. Through such experiences, help students to know the usefulness of making connections to previously learned content. Moreover, students may discover that by focusing on exterior angles, instead of interior angles, there will be a new problem to explore. Enable students to use these experiences in their further study of properties of geometrical figures.

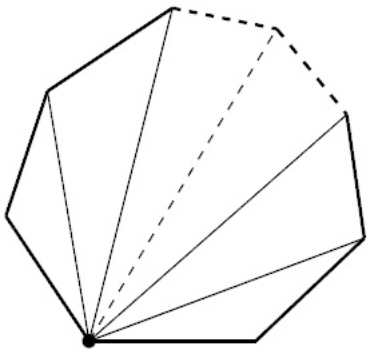


Figure 1

For that purpose, through activities, teach students that by dividing polygons into triangles by diagonals drawn from one vertex (Figure 1), the sum of interior angles of n-gon can be represented as $180° \times (n-2)$. Help students understand that this reasoning is based on the fact that the sum of interior angles of a triangle is 180°. Also, by reflecting on the process of investigation, help students to start thinking about other ways of determining the sum of interior angles focusing on the idea of dividing polygons into triangles.

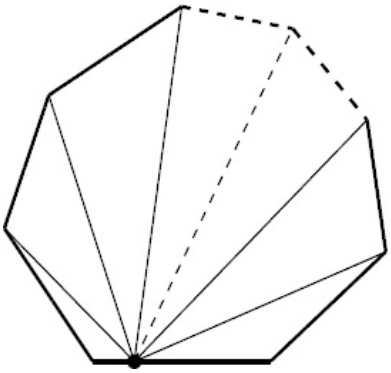


Figure 2

Based on these studies, students can think about dividing polygons into triangles differently. For example, by drawing segments connecting a point on a side of the polygon to each of its vertices, we can subdivide the polygon into triangles (Figure 2). From this, based on the sum of interior angles of triangles is 180°, set up an opportunity for students to represent the sum of interior angles of the n-gon. Also, compare the new algebraic expressions for the sum of interior angles with the one obtained by sub-dividing the polygon by diagonals and clarify their relationship. For those students who cannot represent the sum of interior angles using algebraic expressions with letters, facilitate them to think about the relationship between the interior angles of polygons and the interior angles of triangles obtained by subdividing the polygons in quadrilaterals and pentagons inductively.

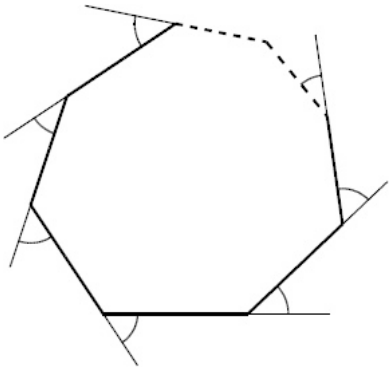


Figure 3

Then, change the focus of investigation to exterior angles, and think about the sum of exterior angles of n-gon (Figure 3). Here use previously learned relationships, that is, the sum of an interior angle of a polygon and the related exterior angle is 180, and the sum of interior angles of n-gon is $180° \times (n-2)$, to derive the algebraic expression to determine the sum of exterior angles. It is also possible to investigate the sum of exterior angles of quadrilaterals and pentagons so that students have generated a conjecture, "the sum of exterior angles is 360°," first.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

第 1 学年における「日常生活で数学を利用する活動」は，生徒にとって身近なできごとなどを考察の対象として，数学を利用することを重視している。第 2 学年においては，数学を利用する範囲を広げ，社会における様々な事象なども視野に入れて活動に取り組む機会を設ける。

数学を利用する範囲を広げ，直接体験できないことについても自分のこととして考えながら活動に取り組むなどして，数学を利用することの意義を実感できるようにすることが大切である。また，数学を様々なできごとと結び付けて活動することを通して，既習の知識及び技能，数学的な見方や考え方などの必要性やはたらき，すなわち，よさを実感できる機会が増える。

なお，数学を利用する範囲を社会にまで広げることは，日常生活よりも社会における数学の利用を重視することを意図するものではない。各領域の内容との関係を考慮して数学を利用する対象を適切に定め，この活動の趣旨が実現されるようにすることが大切である。

第 2 学年における「日常生活や社会で数学を利用する活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

○二つの数量の関係を一次関数とみなすことで事柄を予測する活動

この活動は，第 2 学年「C 関数」の (1) のエの指導における数学的活動であり，例えば，水を熱した時間と水温の関係を調べる実験を基に，水がある温度になるまでの時間を予測することをねらいとする。また，その過程において，実験や観察の結果を理想化したり単純化したりすることで一次関数とみなし，表，式，グラフを用いて処理し予測できることのよさを知り，事象の考察に生かせるようにする。

そのために，一次関数の特徴を，表，式，グラフでとらえるとともに，それらを相互に関連付け，一次関数について理解できるように活動を通して指導しておく。また，線香に火をつけてからの時間とその長さを調べる実験を基に，線香がある長さになった時間や，燃え尽きるまでの時間を予測することを活動を通して指導し，一次関数とみなすことの意味を理解できるようにしておく。

こうした学習を基にして，水がある温度になる時間を予測する活動に取り組む機会を設ける。まず水を熱し始めてからの時間と水温の関係を調べてグラフに表す。次にグラフの点がほぼ直線上に並んでいることから一次関数とみなして時間と水温の関係を式で表し，ある温度になる時間を予測する。時間と温度の関係を式で表すことができない生徒には，一次関数のグラフから式を求める方法を確認するように促す。また，グラフの直線の引き方によって予測した時間が異なる場合があることや，一次関数とみなすことができない事象もあることにも触れ，日常生活や社会から一次関数とみなせる事象を見いだして考察する際に生かせるようにする。

b. Activities for making use of mathematics in daily life and society

"Activities to use mathematics in everyday life" in grade 1 of lower secondary school emphasized on using mathematics in events from students' surroundings as the objects of examination. In grade 2, the range of situations where mathematics is to be used is broadened to include various phenomena in the society as students engage in this type of activities.

By broadening the range of situations where mathematics may be used, help students to engage in activities involving situations as if they are their own even though first-hand experience might not be possible. Through such experiences, it is important to help students to understand the purpose of using mathematics. Also, by connecting various situations to mathematics, help students understand the roles and merits of previously learned knowledge, skills, and mathematical ways of viewing and thinking. This will increase opportunities for students to experience the merits of mathematics.

The fact that the range of situations to use mathematics is expanded to society in general does not mean to value the use of mathematics in society more than in daily life. It is important to consider carefully the relationship between the content of each domain and situations where mathematics are to be used so that these types of activities are implemented in alignment with their purposes.

Here are some examples of "activities for making use of mathematics in daily life and society" in grade 2 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

○ Activities to make predictions by considering the relationships between two quantities as a linear function

These activities are mathematical activities for grade 2 content, "C. Functions," (1)-e. The purpose is to predict the amount of time necessary to heat water to a specific temperature based on an experiment in which the relationship between the time and the temperature while water is being heated is examined. In the process, help students to know the merit of considering the relationship in an experiment or an observation as a linear function through idealizing or simplifying so that they can process and make predictions using tables, algebraic expressions, and graphs. Help students to make use of this idea in examination of phenomena.

For this purpose, through activities, teach students to capture unique features of linear functions in tables, algebraic expressions, and graphs, as well as in their relationship with each other. Also, help students understand the meaning of considering a situation as a linear function. For example, they can examine the relationship between the time and the length of an incense stick, and then predict when the stick will be a particular length or at what time the stick will completely burn up.

Based on those studies, provide an opportunity for students to predict when the water will reach a particular temperature. Students can first graph the relationship between the time since the heating of water started and the water temperature. Then, from the fact that the points appear to fall on a straight line, conjecture that the relationship is linear and represent it in an algebraic expression. Then, they can predict at what time the water will reach a particular temperature. For those students who have difficulty representing the relationship between the time and the temperature using an algebraic expression, facilitate them to check the method of determining the equation of a linear function from its graph. Also, discuss the fact that, depending on how you draw a line on the graph, the predicted time may be different, or there are phenomena that cannot be considered as a linear function so that they can make use of this knowledge as they try to identify phenomena from their daily life or the society that can be considered as linear functions.

ウ 数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

第 1 学年における「数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動」は，表現の簡潔さや形式などにとらわれ過ぎず，生徒が自分なりに説明し伝え合うことを重視している。第 2 学年においては，それらが洗練され，より実質的なものになるように，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動に取り組む機会を設ける。

言葉や数，式，図，表，グラフなどを適切に用い，数量や図形などに関する事実や処理の仕方，思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現することや，数学的に表現されたものを解釈することの適切さを高めるためには，それらを相互に関連付けて用いることが重要になる。

また，数学的な表現を用いて伝え合う際には，相手に理解しやすくなるように筋道立てて説明することが重要であることを理解し，数学的に表現することのよさを実感できるようにする。

数学の学習においては，学年が進むとともに，前提と結論を明示して見いだしたことを的確に伝えること，計算の手順や方程式の解法などを順序よく分かりやすく示すこと，見いだしたことの正しさや妥当性をその根拠を明らかにして説明することなどの必要性が増し，論理的に説明することの重要性も高まる。

第 2 学年においては，思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現するためには，数学的な推論，例えば，帰納や類推，演繹の必要性やはたらきを理解し，これらを適切に用いることを重視する。

第 2 学年における「数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

○ くじ引きが公平であるかどうかを，確率を用いて説明する活動

この活動は，第 2 学年「D資料の活用」の (1) のイの指導における数学的活動であり，例えば「5 本のうち 2 本の当たりくじが入っているくじを 2 人の生徒が引くとき，先に引くか後で引くかによって当たりやすさに違いがあるか」について，確率を用いて説明することをねらいとする。また，その過程において，求めた確率に基づいてどのような判断ができるのかを知り，不確定な事象の考察に生かせるようにする。

そのために，多数回試行を行ったり，起こり得る場合の数を求めたりして簡単な場合について確率を求めることを活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして，くじ引きが公平であるかどうか説明する活動に取り組む機会を設ける。まず，実際に何回かくじ引きを行うなどして「先に引いた方が有利」,「後から引いた方が有利」,「どちらも同じ」など予想を立てる。次に，その予想が正しいことを樹形図などを作って起こり得る場合の数を求め，先に引いた場合と後から引いた場合に当たる確率をそれぞれ計算する。この場合，どちらの確率も等しいことを当たりやすさに違いがないと解釈し，くじ引きが公平であることを説明する。確率を求めても説明することができない生徒には，確率の意味を見直すように促し，多数回試行との関係を確認する。

c. Activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations

"Activities to explain and communicate logically and with clear rationale by using mathematical expressions" in grade 1 emphasized students' explaining and communicating using their own words instead of being too concerned about the forms and simplicity of expressions. In grade 2, set up opportunities for students to engage in activities to clearly and orderly explain and communicate with each other so that they can refine their expressions and make them more substantial.

In order for students to use words, numbers, algebraic expressions, diagrams, tables, and graphs appropriately, to use mathematical representations to describe facts about quantities and geometrical figures or methods of processing them, and to increase the appropriateness of interpretation of mathematical representations, it is important that students use those representations by connecting them to each other.Also, help students to understand the importance of explaining coherently and in an easily understood manner when we communicate using mathematical representations. The goal is to help students experience the merits of mathematical representations.

In the study of mathematics, as the grade levels go up, the need for clearly stating the assumptions and conclusions to communicate what is discovered, showing steps of calculation or solution of equations in an orderly manner, and explaining the validity and reasonableness of one's idea by making the reason explicit increases. The importance of logical explanation is also raised.

In grade 2, to help students represent mathematically their own thinking processes and the basis of judgment, teach them the need for and the roles of different types of mathematical reasoning, for example, induction, analogy, and deduction so that they can understand each and make use of an appropriate one.

Here are some examples of "activities for explaining and communicating to each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations" in grade 2 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

○ Activities to explain whether or not a lottery is fair by using probability

These activities are mathematical activities for grade 2 content, "D. Making Use of Data," (1)-b. Suppose there is a lottery with two winning tickets among five, and two students will be drawing them. The purpose is to explain "whether or not there is a difference in the likelihood of winning depending on who draws the first ticket and who draws the second one", using the ideas of probability. In the process, help students know what types of judgments can be made based on probability so that they can make use of them in examination of uncertain phenomena.

For this purpose, before doing these activities and through doing activities, teach students to determine probability empirically by conducting experiments many times or by counting possible outcomes in simple cases.

Based on those studies, set up activities for students to explain whether or not the lottery is fair. First, by actually conducting the experiment several times, have students predict, "the first person has a better chance," "the second person has a better chance," or "they are equally likely to win." Then, calculate the probability for the first person and for the second person by counting all possible outcomes using a tool like a tree diagram. Then, have them explain that the lottery is fair because the probability of winning is the same for each player. For those students who can calculate the probability but unable to explain, facilitate them to review the meaning of probability. Also, help them check the relationship between probability and conducting experiments many times.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

［第３学年］

A 数と式

(1) 正の数の平方根について理解し，それを用いて表現し考察することができるようにする。

ア 数の平方根の必要性と意味を理解すること。

イ 数の平方根を含む簡単な式の計算をすること。

ウ 具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすること。

〔用語・記号〕

根号　有理数　無理数　$\sqrt{\ }$

第１学年では，取り扱う数の範囲を正の数と負の数に拡張して，正の数と負の数の必要性と意味を理解し，その四則計算ができるようになっている。

第２学年では，文字を用いた式や方程式，関数，確率などについての学習を通して，数についての理解を一層深めている。

第３学年では，二次方程式を解く場合や，三平方の定理を活用して長さを求める場合には，有理数だけでは不十分なので，数の範囲を無理数にまで拡張する。新しい数として平方根を導入することで，例えば，これまで表すことのできなかった１辺の長さが１の正方形の対角線の長さを $\sqrt{2}$ と表記できる。このような正の数の平方根の必要性と意味を理解し，正の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるようにするとともに，具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることができるようにすることがねらいである。

[Grade3]

A. Numbers and Algebraic Expressions

(1) To understand the square roots of positive numbers, and to be able to represent and consider by using the square roots.

(a) To understand the necessity and meaning of square roots of positive numbers.

(b) To calculate simple expressions which include square roots of positive numbers.

(c) To represent and process by using square roots of positive numbers in concrete situations.

[Terms and Symbols]

radical sign, rational number, irrational number, $\sqrt{}$

In grade 1 of lower secondary schools, the range of numbers treated in mathematics is expanded to include positive and negative numbers. Students are expected to understand the necessity and the meaning of positive and negative numbers, as well as be able to carry out the four arithmetic operations with positive and negative numbers.

In grade 2, students' understanding of numbers is deepened through the study of algebraic expressions with letters, equations, functions, and probability.

In grade 3, since rational numbers are not sufficient to solve quadratic equations and to find the length of a side using the Pythagorean theorem, the range of numbers is expanded to include irrational numbers. By introducing square roots, we can express numbers that could not have been expressed, for example, the length of diagonal of a square with the side length of 1 unit as $\sqrt{2}$. The aims are to help students understand the necessity and the meaning of square roots of positive numbers and to enable students to carry out simple calculations and represent and process using square roots in concrete situations.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

平方根の必要性と意味

第 1 学年では，数の範囲を拡張し，正の数と負の数の必要性と意味を理解できるようにしている。数の範囲を拡張することは，新しい数が導入され，これまで数で表すことができなかったものが思考の対象になることを意味する。日常生活には，例えば，1 辺の長さが 1m である正方形の対角線の長さのように，これまでの有理数では表すことのできない量が存在している。このような量を表すためには新しい数が必要になる。また，数を 2 乗することの逆演算を考える場面で，有理数では表すことのできない数が存在することの理解が必要となる。このような学習を通して，正の数の平方根の必要性を理解できるようにする。

一般に，$x^2 = a$ $(a > 0)$ を成り立たせる x の値を a の平方根といい，x を記号 $\sqrt{\ }$ を用いて $\sqrt{a}$ 及び $-\sqrt{a}$ と表す。$\sqrt{\ }$ は新しい数を表す記号であり，これを用いると，これまで十分に表し得なかった数を簡潔・明瞭に表現することができる。円周率 $3.14\cdots$ を π を用いて表したのと同じように，数を を用いて表現し，記号的に扱っていくわけである。その記号のもつよさを知り，正しく用いることができるようにすることは大切なことである。また，正の数 a の平方根には正と負の二つの数があり，$\sqrt{a}$ はその正の方を表していること，0 の平方根は 0 であることなどを理解できるようにする。

正の数の平方根，例えば，$\sqrt{2}$ や $\sqrt{5}$ は，分数では表せない新しい数であり，これまでに学習してきた有理数とは異なる数，つまり，無理数と呼ばれる数である。数の範囲を無理数に拡張することによって，二次方程式の解が得られるようになり，三平方の定理を活用して長さを求めることもできるようになる。そうしたよさを理解することを通して，数学のよさの理解が一層深められる。また，有理数や無理数という用語を用いることにより，分数で表すことができる数とそうでない数という観点から数を分類することができることも理解できるようになる。

正の数の平方根の近似値は，$\sqrt{\ }$ キーのついた電卓を用いれば求めることができるが，正の数の平方根の意味を理解する上で，次のようにして逐次近似的に探し出すことも必要である。

電卓を用いて 1.4^2 と 1.5^2 を計算し，それぞれの値を 2 と比べることによって，$1.4 < \sqrt{2} < 1.5$ という関係を見いだす。さらに，同じような手続きによって，順次，より正確な値を探し続けると，$\sqrt{2}$ のより詳しい値を求めることができる。実際にこのような経験をすることは，正の数の平方根の理解を深める上で，また未知の数を逐次近似的に求めるという数学的な探究の方法を知る上で重要である。

The necessity and the meaning of square roots

In grade 1, the range of numbers is expanded to include positive and negative numbers, and students are expected to understand the necessity and the meaning of positive and negative numbers. To expand the range of numbers means that we can now express those numbers that could not have been expressed and make them the object of our thoughts. In daily life, there are quantities that cannot be represented by rational numbers, such as the length of a diagonal of a 1m square. To represent these numbers, we need new numbers. It is also necessary that students understand that, while thinking about the inverse of squaring a number, there are numbers to which a square of another rational number is equal. Through such study, help students to understand the necessity of square roots of positive numbers.

In general, the values of x which satisfies $x^2 = a$ $(a > 0)$ are called square roots of a and represented as $\sqrt{a}$ or $-\sqrt{a}$. $\sqrt{}$is a symbol for new types of numbers, and by using $\sqrt{}$, we can represent concisely and clearly those numbers that could not have been fully represented. Just as π is used to represent the ratio of circumference, $3.14\cdots$, we will represent numbers using $\sqrt{}$ as a symbol. It is important to help students know the merits of the symbol and use them correctly. Students are to understand that a positive number a has two square roots, positive and negative, and that represents a positive square root. The square root of 0 is 0.

Square roots of positive numbers, for example, $\sqrt{2}$ and $\sqrt{5}$, are a new type of numbers that cannot be expressed as fractions. They are different from the numbers we have studied so far, rational numbers, and they are called irrational numbers. By expanding the numbers to include irrational numbers, it becomes possible to solve quadratic equations and to find unknown lengths using the Pythagorean theorem. By understanding these merits, students can deepen their understanding of the merits of mathematics further. Students are also expected to understand that, using terms, rational and irrational numbers, numbers can be categorized into two groups by considering whether or not they can be represented as a fraction.

Square roots of positive numbers can be obtained by using a calculator with a $\sqrt{}$ key. However, to help students understand the meaning of square roots, it is necessary for students to determine the approximate values by using the following method:

By calculating 1.4^2 and 1.5^2 using a calculator, and comparing them to 2, they can discover that $1.4 < \sqrt{2} < 1.5$. Then, using a similar approach, students can calculate a more and more accurate approximation of $\sqrt{2}$. To have students actually experience this is important in order to deepen their understanding of the meaning of square roots of positive numbers. It is also important for them to know about the mathematical method of approximating unknown numbers step by step.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

平方根を含む式の計算

正の数の平方根を含む式の四則計算では，交換法則，結合法則や分配法則はそのまま成り立つ。

正の数の平方根の乗法は $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$，除法は $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $(a > 0,\ b > 0)$ を基にして計算できる。乗法 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ の結果が $\sqrt{6}$ になることを理解するのに，電卓で $1.414\cdots \times 1.732\cdots$ を計算すると，

$$1.414\cdots \times 1.732\cdots = 2.449\cdots$$

となり，計算結果が $\sqrt{6}$ に近い値になることを確かめるという体験も大切である。

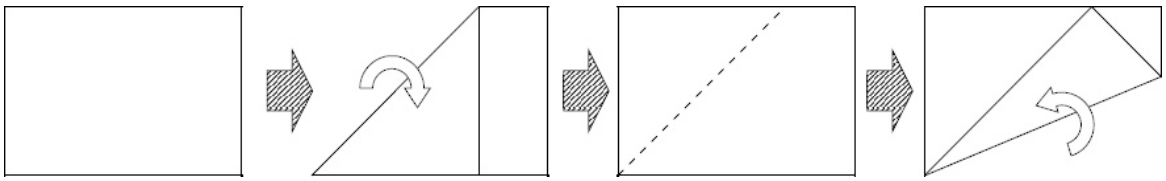
これに対して，加法，減法の場合は，乗法，除法とは異なっている。例えば，$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3}$ とはならない。$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ が成り立たないことを示すには，反例を一つあげればよい。成り立つことを示すには証明し，成り立たないことを示すには反例をあげることで，ある事柄が「正しい」か「正しくない」かを明確に説明できるようにすることは，図形の論証の指導に限ったことではない。

また，$\sqrt{2}+1$ や $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ などは，これ以上簡単には表せない数であり，それぞれ一つの無理数を表している。このことは，文字を用いた式において a や b が数を表すとき，$a+1$ や $a+b$ もそれぞれ一つの数を表すものとみることができることとよく似ている。正の数の平方根を含む加法や減法の式では，ふつうその結果をできるだけ簡単な形にまとめるが，その際の考え方も文字を用いた式の場合と同様である。

なお，ここで取り上げるのは，二次方程式や三平方の定理の活用などを学習する場面で必要な程度の計算であり，いたずらに複雑で無目的な計算練習にならないようにする。

平方根を用いて表したり処理したりすること

正の数の平方根は計算の対象であるばかりでなく，我々が具体的な場面で数を用いて表したり処理したりする範囲を拡張する。例えば，日常生活においてもよく利用されるA判の紙は，2辺の長さの比が $1 : \sqrt{2}$ になるようにつくられている。このことは，図のように紙を折ることで確かめることができ，正の数の平方根を用いて表されることが分かる。



また，半径 2cm の円と半径 4cm の円があるとき，面積がこの二つの円の和になるような円の半径を求めることは，平方根を用いて処理することで可能になる。具体的な場面で正の数の平方根を用いて表したり処理したりすることを通して，事象についての考察を深められるようにすることが必要である。

Calculation of expressions involving square roots

In arithmetic with expressions involving square roots of positive numbers, commutative and associative properties still hold.

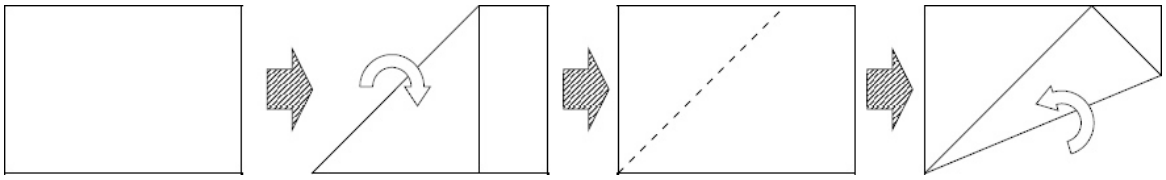
Multiplication and division of square roots of positive numbers can be performed based on $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ and $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $(a > 0,\ b > 0)$, respectively. It is important that students experience validating the result of $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ by calculating $1.414\cdots \times 1.732\cdots$ on a calculator to see that the product, $2.449\cdots$ is very close to the value of $\sqrt{6}$.

On the other hand, the cases of addition and subtraction are different from those of multiplication and division. For example, it is not the case that $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3}$. To show that $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ is not true, we only need to show a counterexample. To explain whether something is valid by proving or invalid by indicating a counterexample is not limited to the instruction of proofs in geometry.

Moreover, expressions like $\sqrt{2}+1$ and $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ are numbers that cannot be simplified any further, and each of them represents one specific irrational number. This is similar to the fact that each of the expressions like $a+1$ and $a+b$ represents one specific number. With addition and subtraction involving square roots of positive numbers, we generally try to represent the results in the simplified form, and the thinking involved is similar to that of calculation with algebraic expressions with letters. We should concentrate on the calculation that are commonly needed in the process of solving quadratic equations and the use of the Pythagorean theorem, and avoid unnecessarily complicated calculations which may be pointless.

Representing and processing with square roots

Square roots are not only the objects of calculation, but they also expand the range of numbers we can use to represent and process concrete situations. For example, the various A-size papers we use for printing has their dimensions in the ratio of $1 : \sqrt{2}$. By folding a sheet as shown in the figure, we can verify that the ratio of the two adjacent sides can be represented using a square root of a positive number.



Or, suppose you are given circles with radii of 2 cm and 4 cm. By processing with square roots, we can determine the radius of a circle whose area is equal to the sum of the area of the two circles. It is necessary that students can examine phenomena more deeply by representing and processing with square roots of positive numbers in concrete situations.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(2) 文字を用いた簡単な多項式について，式の展開や因数分解ができるようにするとともに，目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。

ア 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすること。

イ 簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解をすること。

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2\\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2\\ (a+b)(a-b) &= a^2-b^2\\ (x+a)(x+b) &= x^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

ウ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

因数

［内容の取扱い］

(1) 内容の「A数と式」の (2) などに関連して，自然数を素因数に分解することを取り扱うものとする。

第 2 学年では，事象の中に数量の関係を見いだし，それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，簡単な整式の加法・減法，単項式の乗法・除法の計算ができるようになっている。また，数量や数量の関係をとらえ説明するのに文字を用いた式が活用できることや，目的に応じて簡単な式を変形することを学習している。

第 3 学年では，これらの学習の上に立って，単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに，公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い，これによって，目的に応じて式を変形したり，その意味を読み取ったりする能力を伸ばすことがねらいである。

単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法

単項式の乗法・除法，数と多項式の乗法，多項式を数で割る除法については，これまでに学習している。これらの学習の上に立って，第 3 学年では，例えば，$2a\times(3a-5b)$ のような単項式と多項式の乗法，$4x(4x^2+6x)\div 2x$ のような多項式を単項式で割る除法について学習する。

特に，単項式と多項式の乗法は，第 3 学年における式の学習の中心である多項式の乗法の前段階として位置付けられるので，十分な定着を図ることが重要である。

(2) To be able to expand and factor simple polynomial expressions using letters, and to develop students' abilities to transform algebraic expressions and read their meanings according to the purpose.

(a) To perform multiplication of monomial and polynomial expressions, and division of a polynomial expression by a monomial expression.

(b) To perform multiplication of simple linear expressions and expand and factor simple algebraic expressions using the following formulas:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2\\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2\\ (a+b)(a-b) &= a^2-b^2\\ (x+a)(x+b) &= x^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

(c) To grasp and explain numbers and quantities and the relationships of numbers and quantities through algebraic expressions using letters.

[Terms and Symbols]

factor

[Handling the Content]

(1) In connection with items like (2) under " A. Numbers and Algebraic Expressions " in " Content, " factoring natural numbers into the product of prime numbers should be dealt with.

In grade 2 of lower secondary school, students' have the abilities to identify quantitative relationships in phenomena and represent them in algebraic expressions with letters or to interpret algebraic expressions in contexts. In addition, students are expected to master addition and subtraction of simple polynomials and multiplication and division of monomials. They have also studied that algebraic expressions with letters can be used to grasp and explain quantities and quantitative relationships, as well as transforming simple algebraic expressions according to the purpose.

In grade 3, building upon these studies, multiplication of monomials and polynomials, dividing polynomials by monomials, and multiplication of simple linear expressions will be taught. In addition, expanding and factoring polynomials will be discussed, and using this idea, students are expected to extend their ability to transform algebraic expressions using the formulas and to interpret algebraic expressions.

Multiplication of monomials and polynomials and dividing polynomials by monomials

Students have already learned to multiply and divide monomials, to multiply polynomials by numbers, and to divide polynomials by numbers. In grade 3, multiplication of monomials and polynomials, for example, $2a \times (3a-5b)$, and dividing polynomials by monomials, for example, $4x(4x^2+6x) \div 2x$ will be taught.

In particular, since multiplication of monomials and polynomials is a prerequisite for the study of multiplication of polynomials, which is the central focus of grade 3, it is important to help students to develop fluency.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

一次式の乗法，式の展開と因数分解

一次式と一次式の乗法では，単に形式的に計算できるだけではなく，交換，結合や分配法則などを基にして計算できることを理解することが大切である。

その際，例えば $(a+b)(c+d)$ を展開するのに $a+b$ を M と置いて，$\mathrm{M}(c+d)$ と考えるように，式を一つの文字に置き換えると，既に知っている単項式と多項式の乗法に帰着することができ，思考や計算が容易に進められる。

また，式の展開の公式としては. 次のものを取り扱う。

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2\\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2\\ (a+b)(a-b) &= a^2-b^2\\ (x+a)(x+b) &= x^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

これらは，今後の学習においてしばしば活用される典型的なものであり，公式のもつ意味とそれを活用することのよさを理解し，式を能率よく処理することができるようにする。

これらの乗法公式は，逆に用いると因数分解の公式になる。因数分解は式変形の一つであるが，例えば，公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を用いて，$13^2-12^2=(13+12)(13-12)=25$ のように変形することで，計算が容易になるばかりでなく，25 が 5^2 であることを考えると，直角三角形の三辺の長さ 5，12，13 を見つけ出すこともできる。このように因数分解の学習には，式の処理だけでなくその意味を読み取る行為が含まれていることを理解できるようにする。

なお，ここで取り上げるのは，文字式を用いて説明したり，二次方程式や三平方の定理の学習で用いる程度の式の計算であり，いたずらに複雑で無目的な計算練習にならないようにする。

文字を用いた式でとらえ説明すること

乗法公式や因数分解の公式は，数や図形の性質などが成り立つことを，文字式を用いて説明したり，二次方程式を解いたりする場合にしばしば活用される。したがって，これらの公式を能率的に活用し，目的に応じて式を変形したり式の意味を読み取ったりできるようになることは重要である。第 2 学年における指導を踏まえ，文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明することができるようにし，文字式を用いることのよさや必要性についての理解を一層深める。例えば,「連続する二つの偶数の積に 1 をたすと奇数の 2 乗になる」ことを説明する場合，その過程はおよそ次のようになる。

① 小さい方の偶数を自然数を表す文字 n を用いて $2n$ とすると，大きい方の偶数は $2n+2$ と表すことができる。

② 「二つの偶数の積に 1 をたす」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味する。

③ その計算結果が「奇数の 2 乗になる」ことを示したいのだから，$2n(2n+2)+1$ を $(\text{奇数})^2$ という形の式に変形することを目指す。

こうした方針を明らかにした上で具体的な式変形の過程を示し説明することで,「連続する二つの偶数の積に 1 をたすと奇数の 2 乗になる」ことが伝わりやすくなる。ここで説明とは，単に説明が書けることだけを意味するものではなく，その内容を，相手に分かりやすく伝えることも意味する。

また，この学習では，$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式の変形を振り返り，$2n+1$ が，連続する偶数 $2n$ と $2n+1$ の間の奇数であることから,「連続する二つの偶数の積に 1 をたすと二つの偶数の間にある奇数の 2 乗になる」とその意味を読み取ることもできる。これは，第 2 学年の「B図形」の領域における「証明を読んで新たな性質を見いだすこと」とかかわる内容である。

Multiplication of linear expressions and expansion and factoring of polynomials

It is important that students can multiply linear expressions based on their understandings of commutative, associative, and distributive properties, not just as procedural manipulations.

When multiplying linear expressions such as expanding $(a+b)(c+d)$, if we consider $a+b$ as M, we can think of this multiplication as $\mathrm{M}(c+d)$ and use what we have learned about multiplying monomials by polynomials and easily calculate.

The following formulas will be taught.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2\\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2\\ (a+b)(a-b) &= a^2-b^2\\ (x+a)(x+b) &= x^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

These formulas are frequently used in future study. Make sure that students understand the meaning of the formulas and the merits of using them. Students should be able to process expressions efficiently.

These formulas are the formulas for factoring if we look at it from a reverse perspective. Factoring is a way to transform algebraic expressions. However, consider the formula $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$. With this formula, we can easily calculate $13^2-12^2=(13+12)(13-12)=25$. Moreover, if we consider 25 as 5^2, then, we can find the three sides of a right triangle, 5, 12, and 13. Students are expected to understand that the study of factoring includes, in addition to processing algebraic expressions, interpretations of those expressions as this example has shown.

Algebraic expressions used here should be those that are commonly used in explaining with algebraic expressions and the study of quadratic equations and the Pythagorean theorem. Avoid the pointless practice of unnecessarily complicated expressions.

Grasping and explaining with algebraic expressions with letters

The formulas for expanding/factoring polynomials are frequently used in explaining why properties of numbers and geometrical figures hold true by using algebraic expressions with letters and also solving quadratic equations. Therefore, it is important for students to be able to use these formulas efficiently and transform algebraic expressions purposefully and interpreting them. Building on the instruction in grade 2, enable students to grasp and explain quantities and quantitative relationships using algebraic expressions with letters and to deepen their understanding of the merits and the necessity of algebraic expressions with letters. For example, steps of explaining, "if you add 1 to the product of two consecutive even numbers, the result is a square of an odd number," will be as follows:

① Express the smaller even number as $2n$ where n is a natural number. Then, the larger even number will be expressed as $2n+2$.
② "Add 1 to the product of two consecutive even numbers" means to calculate $2n(2n+2)+1$.
③ We want to show that the result of this calculation is "a square of an odd number." Therefore, we try to transform $2n(2n+2)+1$ into a form $(\text{odd number})^2$.

By clarifying the direction of thinking, we can then explain the specific process of transforming the algebraic expression and show that "if you add 1 to the product of two consecutive even numbers, the result is a square of an odd number." To explain means not only being able to write the explanation but also being able to communicate the explanation in the way that can be easily understood by others.

Also, in this problem, by reflecting on the transformation of the algebraic expression, $2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$, we may notice that $2n+1$ is the odd number in between the two consecutive even numbers, $2n$ and $2n+2$. Therefore, from this transformation, we can interpret a relationship, "if we add 1 to the product of two consecutive even numbers, the result is the square of the odd number in between the two even numbers." This idea relates to the content in grade 2, "B. Geometrical Figures," which states, "by reading a proof, we discover a new property."

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

自然数の素因数分解

内容の取扱い (1) に示されているように，自然数の素因数分解を内容の「A数と式」の (2) などに関連して取り扱う。これは，自然数の素因数分解が，文字を用いた式での因数分解に相当するものだからである。

小学校算数科では，自然数の性質について，偶数，奇数，約数，倍数，最大公約数, 最小公倍数という観点から学習している。また，約数を調べる過程で素数にも触れている。

ここでは，1 より大きい自然数が，1 とその数自身以外には約数をもたない数とそうではない数とに分けられること，すなわち，素数とそうではない数との 2 種類に分けられることを理解する。

素数ではない数は，その約数を用いていくつかの自然数の積で表すことができる。また，それらの自然数の中に素数でないものがあれば，さらに，その約数を用いて積に表すという操作を続けていくと，最終的には素数だけの積で表すことができる。これが素因数分解であり，その表し方はただ一通りに決まる。これについては，分解の順序をいろいろに変えても，整理すると結果は同じ素数の積になることを具体的・経験的に知ることが大切である。

(3) 二次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

ア 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

イ 因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解くこと。

ウ 解の公式を知り，それを用いて二次方程式を解くこと。

エ 二次方程式を具体的な場面で活用すること。

［内容の取扱い］

(2) 内容の「A数と式」の (3) については，実数の解をもつ二次方程式を取り扱うものとする。

(3) 内容の「A数と式」の (3) のイについては，$ax^2 = b$ (a，b は有理数) の二次方程式及び $x^2 + px + q = 0$(p, q は整数) の二次方程式を取り扱うものとする。因数分解して解くことの指導においては，内容の「A数と式」の (2) のイに示した公式を用いることができるものを中心に取り扱うものとする。また，平方の形に変形して解くことの指導においては，x の係数が偶数であるものを中心に取り扱うものとする。

第 1 学年では一元一次方程式を，第 2 学年では，それとの関連を図りながら，簡単な連立二元一次方程式を学習している。

第 3 学年では，二次方程式を解くことができ，それを具体的な問題解決の場面で活用できるようにし，方程式をこれまでより多くの場面で問題の解決に活用できるようにする。

Prime factorization of natural numbers

As discussed in, " Handling the Content" (1), factoring natural numbers into prime numbers is taught in conjunction with the content of, "A. Numbers and Algebraic Expressions" (2). This is because the prime factorization of natural numbers is equivalent to factoring of polynomials.

In elementary school mathematics, students learned about the properties of natural numbers from the perspectives such as even and odd numbers, factors, multiples, the greatest common factor, and the least common multiple. They have encountered prime numbers in the process of investigating factors.

Here, students are expected to understand that natural numbers greater than 1 can be sorted into those numbers whose factors are 1 and the numbers themselves, and those with more factors - that is, prime numbers and non-prime numbers.

Non-prime numbers can be expressed as the product of several natural numbers using their factors. If any of the factors are not prime numbers, then they can be expressed as a product of their factors. When this process is repeated several times, eventually we will have a product of prime numbers. This is the idea of prime factorization, and it is unique for each number. It is important that students can understand the uniqueness through concrete examples and experiences such as factoring the same number in different ways and comparing the results.

(3) To understand quadratic equations, and to be able to consider by using quadratic equations.

- (a) To understand the necessity and meaning of quadratic equations and the meaning of their solutions.
- (b) To solve quadratic equations by factoring them and transforming them to the squared expressions.
- (c) To know the solution formula for quadratic equations and to solve quadratic equations by using the formula.
- (d) To make use of quadratic equations in concrete situations.

Handling the Content

(2) In connection with (3) under“ A. Numbers and Algebraic Expressions ”in“ Content ”, quadratic equations with real number solutions should be dealt with.

(3) In connection with (3)-b under “A. Numbers and Algebraic Expressions” in “Content”, the quadratic equations $ax^2 = b$ (where a and b are rational numbers) and the quadratic equations $x^2 + px + q = 0$ (where p and q are integers) should be dealt with. The teaching of how to solve quadratic equations by factoring them should deal mainly with the quadratic equations where the formulas shown in (2)-b under “A. Numbers and Algebraic Expressions” in “Content” can be used. In addition, the teaching of how to solve the quadratic equations by transforming them to the squared expressions should deal mainly with the quadratic equations where the coefficient of x is an even number.

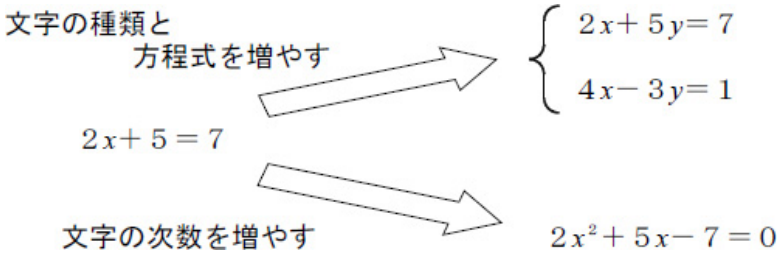
In grade 1 of lower secondary school, linear equations with one variable, and in grade 2, linear equations with two variables by relating them to linear equations with one variable, are taught.

In grade 3, enable students to solve quadratic equations and make use of them in concrete problem solving situations. Enable students to use equations in many more problem solving situations than before.

二次方程式の必要性と意味及びその解の意味

具体的な場面では，二次方程式を用いることで問題の解決が容易になる場合がある。例えば，正方形の一方の辺を 1 cm 長くし他方の辺を 1 cm 短くした長方形の面積が $24cm^2$ であったとき，もとの正方形の 1 辺の長さは，既習の一次方程式や連立方程式では求められない。また，三平方の定理を活用して長さを求める場面などでも，二次方程式が必要になる。このような具体的な問題の解決を通して，二次方程式の必要性を理解できるようにする。

連立二元一次方程式を，一元一次方程式から文字の種類と方程式を増やして生み出された方程式と考えると，二次方程式は一元一次方程式から文字の次数を増やして生み出された方程式と考えることができる。



このように文字の種類や次数に着目することは，さらに新たな方程式が存在することに気付くきっかけともなるので，二次方程式の意味を理解することを通して，方程式自体の広がりを実感できるようにすることが大切である。

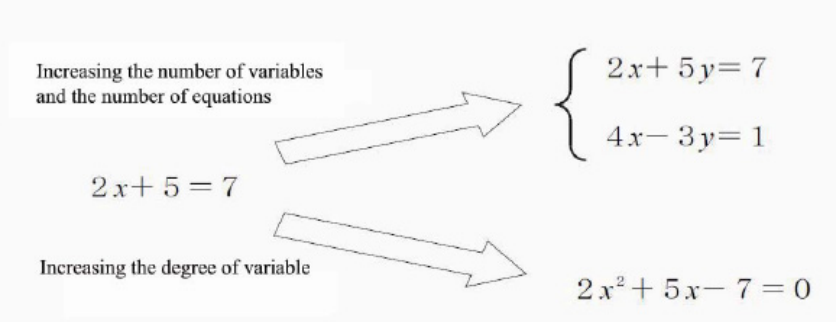
また，二次方程式の意味をこのようにとらえてその解法を考えると，連立二元一次方程式についての「一つの文字を消去して一元一次方程式に帰着させる」という解法から，二次方程式については,「次数を減らして一元一次方程式に帰着させる」という解法があるのではないかと予想できる。

二次方程式の解の意味については，第 1 学年で学習した一元一次方程式や第 2 学年で学習した連立二元一次方程式と本質的に変わっていないが，一般に解が二つあることに注意する。

The need and the necessity of quadratic equations and the meaning of their solutions

In concrete problem solving situations, quadratic equations will make it easier to find their solutions. Suppose the area of a rectangle obtained by extending a side of a square by 1 cm and shortening another side by 1 cm is $24cm^2$. The length of the side of the original square cannot be determined by using linear equations or simultaneous equations discussed previously. Quadratic equations are also necessary to use the Pythagorean theorem to find a missing length. Help students understand the necessity of quadratic equations through concrete problem solving situations like these.

If we consider simultaneous linear equations with two variables as something created by increasing the number of variables and the number of equations, then quadratic equations can be considered as equations obtained by increasing the degree of variable in linear equations with one variable.



Focusing on the number or degree of letters may serve as a chance to recognize that there are other new types of equations. It is important that students can experience the broadening of equations in general by understanding the meaning of quadratic equations.

Moreover, by considering quadratic equations from this perspective and by thinking about their solutions, students may be able to anticipate the solution's process by the following reasoning: since we found the solutions for simultaneous linear equations with two variables, "by eliminating one letter to make use of linear equations with one variable," we may be able to solve quadratic equations, "by reducing the degree to make use of linear equations with one variable."

The meaning of solutions for quadratic equations is fundamentally the same as those of linear equations with one variable, studied in grade 1, and simultaneous linear equations with one variable studied in grade 2. However, it should be noted that there are two solutions to quadratic equations in general.

因数分解したり平方の形に変形したりして解くこと

一般の二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を解くのに，次の二つの方法がある。

① 因数分解によつて一次式の積に変形し,「AB = 0 ならば，A = 0 または B = 0」であることを用いる方法

② 等式の変形によって，$x^2=k$ の形を導き，平方根の考えを用いる方法

①の方法は， 二次方程式 $x^2+px+q=0$ の左辺が一次式の積に因数分解でき，$(x-a)(x-b)=0$ の形に変形できるときに有効な方法であり，二次方程式を既習の一元一次方程式に帰着することで解を求める。こうした学習は，方程式を解くことの意味を，一元一次方程式との関係で学び直す機会になるとともに，積が 0 になる乗法の意味を再認識する機会にもなる。また，この変形の過程で，二次方程式には一般に解が二つあることも理解できる。

なお，①の方法による場合，二次方程式 $(x-a)(x-b)=0$ の左辺は二つの一次式の積の形である。この形から解を求めるときには,「AB = 0 ならば，A = 0 または B = 0」という考えを用いることになる。したがって，論理的な用語としての「または」についての理解が必要となり,「または」の意味と関連させながら，筋道を立てて考えることができるようにする。

ただし，二次方程式 $x^2+px+q=0$ の左辺が常に容易に因数分解できるとは限らないので，この方法によって解が求められる二次方程式は限られたものになる。

②の方法は，平方根を求める考えと関連していて，二次方程式の一般的な解き方として重要な意味をもっている。

$ax^2=k$ の形，つまり x の一次の項をもたない二次方程式の場合は，平方根の考えを直接使って解が求められる。また，$x^2+px+q=0$ の形の二次方程式も，平方の形に変形することによって，平方根を求めることに帰着させ解くことができる。つまり，因数分解による方法では容易に解を求めることのできない二次方程式であっても，②の方法を用いることで，その解を求めることができる。

しかし，この②の方法は，式変形が容易でないこともある。そこで，②の方法については，例えば，$x^2+4x-7=0$ のように x の一次の項の係数が偶数であるものを中心に取り上げ，平方の形に変形すれば，これを解くことができることを理解できるようにする。x の一次の項の係数が奇数である二次方程式については，次に示す解の公式を知ることと関連付けて取り扱うことが考えられる。

Solving quadratic equations by factoring and by completing the square

In general, there are two ways to solve quadratic equations of the form, $ax^2 + bx + c = 0$.

① By factoring, transform the given equation into the form of a product of two linear expressions. Then, use the property, "If AB = 0, then either A = 0 or B = 0."

② By transforming the equation into the form, $x^2 = k$, then use the idea of square roots.

The method ① is useful when the left hand side of the quadratic equation, $x^2 + px + q = 0$, can be factored so that the equation can be transformed into the form $(x - a)(x - b) = 0$. In this method, quadratic equations are solved by relating them to previously learned linear equations with one variable. The study of this method is also an opportunity for students to re-examine what it means to solve an equation by relating it into linear equations with one variable. It is also an opportunity to re-affirm the conditions for a product to be 0. It is also possible to learn from this method that quadratic equations have two solutions in general.

In method ①, the left hand side of quadratic equation, $(x - a)(x - b) = 0$, is a product of linear expressions. To determine the solutions from this equation, we use the fact that, "If AB = 0, then A = 0 or B = 0." Therefore, students need to understand the meaning of the logical connective, "or." Furthermore, by discussing the meaning of, "or," help students to think more coherently.

However, the left hand side of quadratic equation, $x^2 + px + q = 0$, cannot always be factored easily. Thus, this method is applicable to limited types of quadratic equations.

Method ② is related to the idea of determining square roots. It plays an important role as a general solution method for quadratic equations.

Quadratic equations in the form of, $ax^2 = k$, in other words, in quadratic equations with no x term, we can determine the solutions directly by using the idea of square roots. Even quadratic equations in the form of, $x^2 + px + q = 0$, may be solved using the idea of square roots by completing the square. That is, even when quadratic equations cannot be easily factored, we can solve them by using method ②.

However, in some cases, transforming the expression using method ② may not be easy. Therefore, the discussion of method ② should mainly involve quadratic equations with an even number coefficient of x terms, like $x^2 + 4x - 7 = 0$, so that students can understand that quadratic equations can be solved by completing the square. As for quadratic equations with odd number coefficient of x terms may be discussed in conjunction with the study of the solution formula discussed next.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

解の公式を知り，二次方程式を解くこと

上記②の方法を用いれば，因数分解できるかどうかにかかわらず，二次方程式の解を求めることができる。しかし，②の方法は式変形や操作が一般に複雑であり，二次方程式を活用して問題を解決するような場面においては不便である。このような操作や処理の反復を省略し，能率的に解を求めるために生み出されたのが解の公式である。解の公式がなぜ生み出されたのかを知ることは，解の公式を知ることの第一歩である。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式を導くためには，分数の形の式や根号の中に文字を含んだ式を操作することになるので，形式的な変形だけでは理解が困難である。したがって，係数が数字で表されている具体的な二次方程式を平方の形に変形することによって，解の公式が導かれる過程を知ることを重視する。

解の公式を用いる際には，ただ単に公式に係数の数値を代入するだけではなく，二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解が三つの項の係数 a，b，c で定まること，つまり，解の公式は，係数の演算操作によって導かれることを知ることも大切である。また，因数分解で解くことができる二次方程式については，解の公式を用いて求めた解をもとにして因数分解できることを知ることも，先にあげた二つの解き方と解の公式を用いた解き方の間の関連を知ることにつながる。

二次方程式の活用

二次方程式を具体的な場面で活用できるようになることが，ここでのねらいである。これまで解決できなかった問題も，二次方程式を活用すると解決できることを知り，問題の解決に方程式がより広く活用できることを理解する。このことについては，三平方の定理を活用する場面などでも，その理解を深めることになる。

具体的な問題を二次方程式を活用して解決できることが大切であり，特に式をつくる段階の指導に重点を置き，解決の糸口は理解しているが式をつくることができない生徒に適切に対応することが必要である。

さらに，日常生活と深く関連する問題状況において，これを解決しようとしてつくった二次方程式で，数値がやや複雑な場合には，必要な計算を電卓等を利用して行うことに配慮するものとする。公式を用いて導いた解については，ややもすると量感が失われ，実際にはあり得ない答えを出して気付かないような状況に陥りがちである。こうした点も踏まえて，具体的な問題解決の場面で二次方程式を活用する場合には，得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかを調べることをこれまでの一次方程式や連立方程式の活用以上に，重視する必要がある。

Knowing the formula for the solutions and solving the quadratic equations

Using method ② above, we can solve quadratic equations whether or not we can factor them. However, the process of ② involves a rather complicated transformation of expressions, and they are not too useful in the contexts where quadratic equations are used to solve problems. To eliminate the need for repetitious process of complicated manipulation, the quadratic formula was derived. Knowing why the formula for the solutions was derived is the first step in learning the quadratic formula.

It is difficult to understand the quadratic formula if the focus was solely on procedural transformations of expression as the derivation of the formula for quadratic equations, $ax^2+bx+c=0$ involves rational expressions and square roots of expressions with letters. Therefore, the emphasis will be on understanding the process of deriving the quadratic formula by completing the square of quadratic equations with numerical coefficients.

When using the quadratic formula, students should not just substitute the values of coefficients in the formula. It is important for students to understand that the solutions of quadratic equations in the form, $ax^2+bx+c=0$, are determined by the values of the three coefficients, a, b, and c, that is, the solutions can be obtained by arithmetic manipulation of coefficients. Moreover, for those quadratic equations that can be solved by factoring, students should know that they could use the solutions obtained from the quadratic formula to factor the equation. In that way, they can know the relationship between the two solution methods discussed above.

Using quadratic equations

The aim here is for students to be able to use quadratic equations in concrete situations. Students are expected to know that, the problems that could not be solved by using what they had learned previously can be solved with quadratic equations. In that way, students understand that equations can be used in problem solving more broadly. This understanding can be deepened in the context of using the Pythagorean theorem, too.

What is important is for students to be able to solve concrete problems using quadratic equations. The emphasis should be placed on setting up the equations. It is important that appropriate support is provided to those students who understand the problem but cannot set up equations.

Moreover, when dealing with problems related to our daily life, quadratic equations obtained involve complicated numerical values. In those situations, the use of calculators and other tools should be considered. Students sometimes lose the number sense of the solutions obtained through the quadratic equations, and some of them will not notice that the solutions may not be realistic in the situation. By recognizing this issue, when students are using the quadratic equation to solve concrete problems, it is necessary to place more emphasis on checking the appropriateness of the solutions obtained in the context than when linear equations or simultaneous equations were used to solve problems.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

B 図形

(1) 図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を伸ばし，相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。

ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。

イ 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。

ウ 平行線と線分の比についての性質を見いだし，それらを確かめること。

エ 基本的な立体の相似の意味と，相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。

オ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

〔用語・記号〕

∞

数学的に推論することによる図形の考察の意義は，一つには既習の図形の性質を整理し，論理的に体系付け，組み立てていくことにある。その際，合同と相似は重要な概念である。第 2 学年では，三角形の合同条件を用いて三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。

第 3 学年では，三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ，数学的に推論することの必要性や意味及び方法の理解を深め，論理的に考察し表現する能力を伸ばす。また，基本的な立体の相似の意味を理解し，相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることがねらいとなる。

相似の意味

小学校算数科においては第 6 学年で，図形についての観察や構成などの活動を通して，縮図や拡大図について学習している。二つの図形の形が同じであるということを縮図や拡大図を通して理解しているのである。中学校数学科では，これらの学習の上に立って，三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。

相似の意味を理解する場合，いろいろな割合で拡大したり縮小したりして図をかくことによって，相似な図形のイメージを豊かにすることが必要である。

また,「図形Ａを拡大して図形Ｂをかく」,「図形Ａを縮小して図形Ｂをかく」のように，拡大，縮小は，一つの図形を操作して新たな図形を作ることを意味する言葉としてとらえられるが,「図形Ａと図形Ｂは相似である」のように，相似は二つの図形を対象とし，その関係を表す概念である。

なお，二つの図形は，次のそれぞれの場合に相似である。

① 一方の図形を拡大または縮小したときに他方の図形と合同になる。

② 対応する線分の比が等しく，対応する角がそれぞれ等しい。

③ 適当に移動して相似の位置に置くことができる。

B. Geometrical Figures

(1) To verify the properties of geometrical figures based on the facts like the conditions for similar triangles, to develop the ability to think and represent logically, and to be able to consider by using the properties of similar geometrical figures.

(a) To understand the meaning of the similarity of plane figures and the conditions for similar triangles.

(b) To verify logically the basic properties of geometrical figures based on the facts like the conditions for similar triangles.

(c) To find out and verify the properties of ratio of line segments related to parallel lines.

(d) To understand the meaning of the similarity of basic solids, as well as the relationships between the scale factor, the ratio of areas and the ratio of volumes of similar geometric figures.

(e) To make use of the properties of similar geometrical figures in concrete situations.

[Terms and Symbols]

∞

One of the purposes of examining geometrical figures using mathematical reasoning is to organize previously learned properties of geometrical figures to build a logical structure. To do so, congruence and similarity are important concepts. In grade 2 of lower secondary school, students learned to verify logically the basic properties of triangles and parallelograms using the congruence conditions for triangles.

In grade 3, students are expected to deepen their understandings of the necessity and the meaning of mathematical reasoning and their methods as they logically verify the properties of geometrical figures by using ideas such as the similarity conditions for triangles. They are to extend their abilities of examining and representing logically. Moreover, additional aims are for students to understand the meaning of the similarities of basic solids and determine the measures of geometrical figures using the properties of similar figures.

Meaning of similarity

In elementary school mathematics, students learned about reduced and enlarged drawings through observation and construction of geometrical figures in grade 6. In other words, students are expected to understand two geometrical figures that are the same shape through the study of reduced and enlarged drawings. Based on this, in lower secondary school mathematics, what it means for triangles and other polygons to have the same shape will be further clarified.

It is necessary to enrich the image of similar figures by drawing scale drawings of different ratios so that students can understand the meaning of similarity.

Moreover, the words "enlarge" and "reduce" can mean manipulating one figure to create a new figure such as "enlarge figure A to draw figure B," or "reduce figure A to draw figure B."

However, "similarity" is a word that represents a concept relating two geometrical figures as in "figures A and B are similar to each other."

Two figures are considered similar when one of the following is true:

① When one figure is enlarged or reduced, it will become congruent with the other.

② The ratios of corresponding segments are constant and the corresponding angles' measurements are equal.

③ They can be placed in the position of similarity after appropriate transformations.

①は，第 2 学年で学習した合同を図形の移動という操作に基づいて,「一方を移動して他方に重ねることのできる二つの図形は合同である。」と定義しているものに対応する相似の定義となる。この定義は，相似な図形を作図する学習の導入として分かりやすい。また，曲線図形にも適用でき，元の図形との対応が比較的はっきりしている。この定義の場合，②は相似の性質と考えることができる。

②の定義は，線分で囲まれた図形に関する論証の基礎として大切である。これによって，容易に演繹的に推論することを進めていける。しかし，相似な図形を実際に作図する手段とはかけ離れており，どの辺とどの辺が対応するのか，どの角とどの角が対応するかを見つけにくいことがある。

③は，合同な図形が「きっちり重ね合わすことができる図形」であるのに対し，相似な図形は「1 点から見通すことによって重ね合わすことができる図形」であるということを意味している。この定義は曲線図形にも適用ができる。ただ，裏返さないと相似の位置に置けない場合があることに注意する必要がある。

いずれの定義をとるにしても，生徒にとっての分かりやすさと，論理的に矛盾がないことの両面からの配慮が必要である。

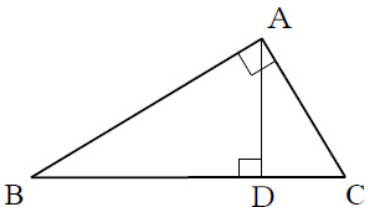
三角形の相似条件

三角形の相似条件としては，次の三つを取り上げる。
二つの三角形は，次のそれぞれの場合に相似となる。

- 対応する 3 組の辺の比がすべて等しい
- 対応する 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
- 対応する 2 組の角がそれぞれ等しい

これらについては，第 2 学年で学習した三角形の合同条件と対比させながら，初期の段階では直観的に，そして学習が進むにつれて論理的に理解ができるようにする。

そして，この三角形の相似条件を演繹的に推論することの一つの根拠として位置付け，その相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめる。例えば，直角三角形ＡＢＣの直角の頂点Ａから対辺ＢＣに垂線ＡＤをひいたときにできる △ ＤＢＡ と △ ＤＡＣ が，△ ＡＢＣ と相似であることを，三角形の相似条件などを用いて論理的に証明することが考えられる。



平行線と線分の比についての性質

平行線と線分の比についての性質を観察や操作を通して見いだし，それが平行線の性質や三角形の相似条件を用いて，演繹的に推論することによって導かれることを理解できるようにする。また，ここで中点連結定理を扱う場合については，平行線と線分の比の特別な場合として扱うことが考えられる。そして，この定理を基にして，例えば，四角形の各辺の中点を結んでできる四角形は平行四辺形であるなど，新たな図形の性質を考えることができるようにする。

Definition ① is the definition of similarity corresponding to the definition of congruence based on the motion of geometrical figures, "If one figure can be moved to overlap the other figure completely, then the two figures are congruent." This definition is easy to understand in the introduction of drawing similar figures. It can be applied to figures including curves, and the correspondences with the original figure are clear. If we use this as the definition of similarity, ② may be considered as a property of similar figures.

Definition ② is important as the foundation for proving the similarity of figures composed of straight segments. Using this definition, we can easily proceed with deductive reasoning. However, it is removed from the methods of actually drawing similar figures, and it may be difficult to identify corresponding sides or corresponding angles.

In contrast to the definition of congruent figures, "figures that can be made to overlap completely," definition ③ means similar figures "may be overlapped when they are looked at from a particular point." This definition may be applied to figures with curves. However, it should be noted that a figure might need to be flipped in order to place it into the position of similarity with another figure.

No matter which definition is used, it is to necessary to consider both the ease of understanding for students and the lack of logical contradiction.

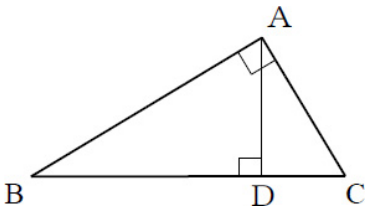
Conditions for similarity of triangles

As the conditions for similarity of triangles, the following three will be taught:
Two triangles are similar under each condition.

- The ratios of all three pairs of corresponding sides are equal.
- The ratios of two pairs of corresponding sides are equal and the measures of the corresponding angles in between the two sides are equal.
- The measures of two pairs of corresponding angles are equal.

These conditions should be compared and contrasted to the congruence conditions of triangles studied in grade 2. Students should understand these conditions intuitively at first, and then develop a more logical understanding as the study progresses.

Then, position these conditions as a possible basis of deductive reasoning so that students can verify the basic properties of geometrical figures logically using the similarity conditions. For example, students may prove the following logically using the similarity conditions: Given a right triangle ABC with the right angle at A. Let D be the point of intersection of a perpendicular segment drawn from A to the hypotenuse BC. Then both △DBA and △DAC are similar to △ABC.



Properties of ratio of line segments related to parallel lines

Through observation and manipulation, help students discover properties of ratios of line segments related to parallel lines. Then, help students understand that those properties may be deduced from properties of parallel lines and the similarity conditions of triangles. It is possible to treat the midpoint theorem here as a special case of ratios of line segments related to parallel lines. Then, based on this theorem, help students to think about new properties of geometrical figures, for example, if you connect the midpoints of the four sides of a quadrilateral, the resulting quadrilateral is a parallelogram.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

相似比と面積比及び体積比の関係

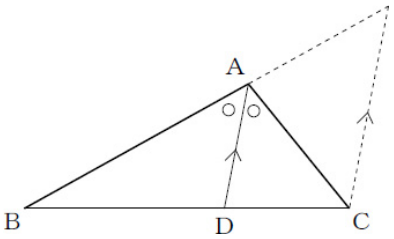
平面図形の相似の意味から類推して，立方体，直方体，柱体，錐体，球などの基本的な立体についての相似の意味が理解できるようにする

一般に，相似な立体では，対応する線分の長さの比はすべて等しい。また，対応する角の大きさもすべて等しい。対応する線分の長さの比が，相似な立体の相似比である。相似な立体では，対応する面は相似で，対応する面の相似比はもとの立体の相似比に等しい。相似な平面図形では，対応する線分の長さの比は相似比に等しいが，それらの面積比は線分の長さの比に等しくならず，相似比の 2 乗に等しくなっていること及び相似な立体の体積比は相似比の 3 乗に等しくなっていることを理解できるようにする。

また，相似な図形の相似比と面積比及び体積比との関係をこのようにとらえることによって，ある図形の面積や体積が分かっているとき，その図形と相似な図形の面積や体積を，元の図形との相似比を知ることによって求めることができるようにする。

相似な図形の性質の活用

相似な図形の性質を活用する場面においては，与えられた図形の中に相似な三角形を見いだすなどして，線分の比や位置関係を考えることが必要である。例えば「△ ＡＢＣ において，∠A の二等分線と辺ＢＣの交点をＤとするとき，AB：ＡＣ ＝ ＢＤ：ＣＤ である」ことの証明においては，そのままでは相似な三角形を見いだすことができない。ＡＢ，ＡＣ，ＢＤ，ＣＤの位置関係に注意して試行錯誤しながら，例えば △ ＡＢＤ と相似な三角形を作ることができるよう指導することが大切である。なお，ここで証明しようとしている性質は，第 2 学年で学習した「二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する」という性質を振り返り，二等辺三角形を一般の三角形に置き換えて考え，実測等を通じて導くことが考えられる。



日常生活で相似な図形の性質を利用する場面として地図がある。地図は縮図であり，現地まで出かけなくとも，地図上で実際の距離を求めることができる。また，電気製品などの小さな部品の設計図は拡大図である。実際には大変細かな部品でも，拡大することで正確に設計できる。このように日常生活で相似を利用している場面を生徒が見いだし，調査することも大切である。また，直接測定することが困難な木の高さや，間に池等の障害物がある 2 本の木の間の距離を求めることなども考えられる。測定が可能な距離や角を作業によって求め，それをもとにして縮図を作成し，必要な高さや距離を求めるというような学習も取り扱うことができる。なお，小学校算数科における縮図や拡大図の学習においても上記のような課題を取り扱ってきている。したがって，相似について学習したことによって，活用の深まりを生徒が実感できるような配慮が必要である。

さらに，相似な立体の体積比に関連して，例えば，ある商品が相似な立体とみられる二つの箱詰めで売られているとき，相似比から体積比を求め，体積比と価格の比からどちらが割安かを考えるような学習が考えられる。

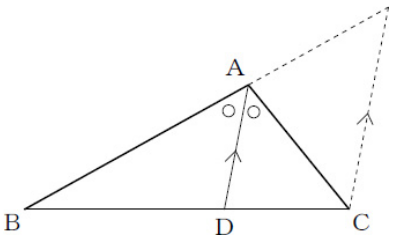
Relationship between the ratio of similarity (scale factor) and the ratio of area, and the ratio of volume

Based on the meaning of similarity of plane figures, by analogy, help students understand the similarity of basic solids such as cubes, cuboids, prisms, pyramids and spheres.

In general, the ratios of corresponding segments of similar figures are constant. In addition, the measures of corresponding angles are equal. The ratio of corresponding segments is the ratio of similarity (scale factor). In similar solids, corresponding faces are similar and the scale factor for the faces is the same as the scale factor of the solids. In similar plane figures, the ratio of the lengths of corresponding segments are equal to the scale factor, but the ratio of areas is not the same as the scale factor. Rather, the ratio of areas of similar figures is the square of the scale factor, and the ratio of volumes of similar solids is the cube of the scale factor. Students are to understand these relationships.

In addition, help students be able to determine the area or volume of similar figures by knowing the scale factor and the area or the volume of one figure by using the relationship between the scale factor and the ratio of area and the ratio of volume.

Making use of properties of similar figures



In the situations where students are making use of properties of similar figures, it is necessary that students identify similar triangles within a given figure so that they can think about the ratio of corresponding segments and positional relationships. For example, consider the proof for the following statement: If D is the point of intersection of the angle bisector of angle A in $\triangle$ABC and the side BC, then, AB : AC = BD : CD. In this situation, similar triangles may not be identified in the figure as it is. It is important to guide students so that they can make, for example, a triangle similar to ABD through trial and error, keeping in mind the positional relationships of AB, AC, BD, and CD. The above property to be proved may be derived by generalizing the property studied in grade 2, "The angle bisector of the angle opposite from the base of an isosceles triangle is the perpendicular bisector of the base," by replacing "isosceles triangle" by general triangles and by actually measuring different parts of the triangle.

As an example, the use of similarity in our daily life is a map. A map is a reduced drawing, and one can determine the distance by using a map, without actually having to go to the locations. Another example is a blue print of electronic devices. Those blue prints are enlarged figures. Even those parts that are very small can be designed accurately by enlarging the drawings. It is important for students to identify and examine those situations where the idea of similarity is being used. We can also consider making measurements that cannot be directly measured, such as the height of a tree or the distance between two trees where there is an obstacle such as a pond in between them. It is possible to organize a lesson in which students will identify distances and angles that can be measured directly first, draw a reduced drawing based on those measurements, then, finally, determine the necessary height or distance using the reduced drawing. These types of activities are incorporated in the study of reduced and enlarged drawings in elementary school mathematics. Therefore, it is necessary to help students feel that the degree of use has been deepened by the study of similarity.

With respect to the ratio of the volumes of similar solids, a possible lesson might investigate the value of two items that are packaged in boxes that are similar. By knowing the scale factor, students can determine the ratio of the volumes. Then, using the ratio of the volumes and the ratio of their prices, students can determine which is a better buy.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(2) 観察，操作や実験などの活動を通して，円周角と中心角の関係を見いだして理解し，それを用いて考察することができるようにする。

ア 円周角と中心角の関係の意味を理解し，それが証明できることを知ること。

イ 円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用すること。

［内容の取扱い］

(4) 内容の「B図形」の (2) に関連して，円周角の定理の逆を取り扱うものとする。

円は，直線とともに最も身近な図形の一つである。円を数学的な見方でとらえることは小学校から学習している。例えば，小学校算数科においては，円の中心，半径及び直径，円周率，円の面積を学習してきている。中学校数学科においては，第 1 学年で円の接線について学習している。

中学校第 3 学年では，数学的に推論することによって円周角と中心角の関係について考察し，円の性質の理解をより深めるとともに，円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用することがねらいである。

円周角と中心角の関係の意味

円周角と中心角の間には,「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは，中心角の大きさの半分である」という関係がある。この関係を，観察，操作や実験などの活動を通して見いだし，それらを考察することができるようにすることが大切である。

この円周角と中心角の関係を基にして,「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは，一定である」ことを見いだすことができる。これら二つの見いだした事柄を，としてまとめる。

円周角と中心角の関係が証明できることを知ること

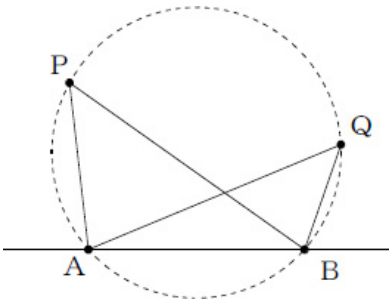
生徒が証明の必要性やよさを感じ取るためには，今まで知らなかったこと，正しさに疑いがもたれるようなことを，証明で明らかにできることを体験することが大切である。

一つの円において同じ弧に対する円周角が等しいことを，観察，操作や実験などの活動を通して見いだし，それを中心角との関係において考察することで，円周角についての性質を証明することができる。

これらの学習を通して，より一層生徒の数学への興味・関心を高めることができる。例えば，コンピュータを用いて，同一円周上の点を動かしたときの円周角と中心角の大きさを調べるなどして，どんな場合でも，円周角は中心角の $\frac{1}{2}$ であるという関係が成り立つのではないかと予想を立て，その理由を考えることもできる。

円周角と中心角の関係について，円周角の大きさが中心角の大きさの $\frac{1}{2}$ であることは，二等辺三角形の底角が等しいことと，三角形の一つの外角が内対角の和に等しいことを使えば証明することができる。このように，円周角と中心角の関係が証明できることを知ることの学習は，円周角と中心角の位置関係の場合分けによる証明の必要を理解することが目的ではなく，証明のよさを理解できるようにすることがねらいである。

さらに，2 点P，Qが直線A Bの同じ側にあり，$\angle \mathrm{APB} = \angle \mathrm{AQB}$ ならば，4 点A，B，P，Qは一つの円周上にある。という円周角の定理の逆については，それを活用することが大切である。



(2) Through activities like observation, manipulation and experimentation, find out and understand the relationships between inscribed angles and its central angle in a circle, and be able to consider by using the relationships.

(a) To understand the meaning of the relationships between inscribed angles and its central angle in a circle, and to know that the relationships can be proven.

(b) To make use of the relationships between inscribed angles and its central angle in concrete situations.

Handling the Contents

(4) In connection with (2) under " B. Geometrical Figures " in " Content ", the converse of the theorem of inscribed angles should be dealt with.

Circles, along with lines, are one kind of familiar geometrical figures. Students have been learning about circles from a mathematical perspective starting in elementary school. For example, in elementary school mathematics, center, radius, diameter, ratio of circumference, and area of circles are taught. In lower secondary school mathematics, tangent lines are taught in grade 1.

In grade 3 of lower secondary school, students examine the relationship between inscribed angles and central angles through mathematical reasoning. Students are to deepen their understanding of circles, and learn to make use of the relationship between central angles and central angles in concrete situations.

The meaning of the relationship between inscribed angles and central angles

Between inscribed angles and central angles, there is the relationship, "in a circle, the measure of the inscribed angle is a half of the measure of the central angle on the same arc". It is important to help students discover and examine this relationship through observation, manipulation, and experimentation.

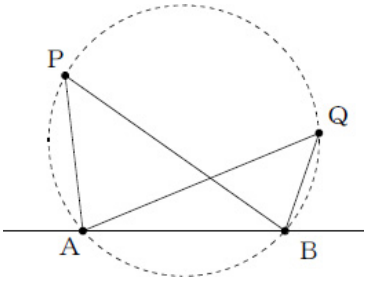
Based on this relationship between inscribed angles and central angles, students can discover the relationship, "the measures of all inscribed angles on the same arc are constant". This discovery is then summarized as the inscribed angle theorem.

To know that the relationship between inscribed angles and central angles can be proven

In order for students to feel the need and the merits of proofs, it is important for them to experience proving something new that they did not know previously or proving something that they were unsure of.

Help students discover that, in a given circle, measures of inscribed angles on the same arc are equal, through observation, manipulation, and experimentation. Then, by examining the inscribed angles in relationship to the central angle, they can prove the property of inscribed angles.

Through the study of inscribed angles, we can increase students' interests toward mathematics. For example, students can use computers to investigate the relationship between the measures of inscribed angles and the central angle as a point is moved around a circle. They may conjecture that the measure of the central angle is a half of the measure of the inscribed angles, and the think about why that is the case.



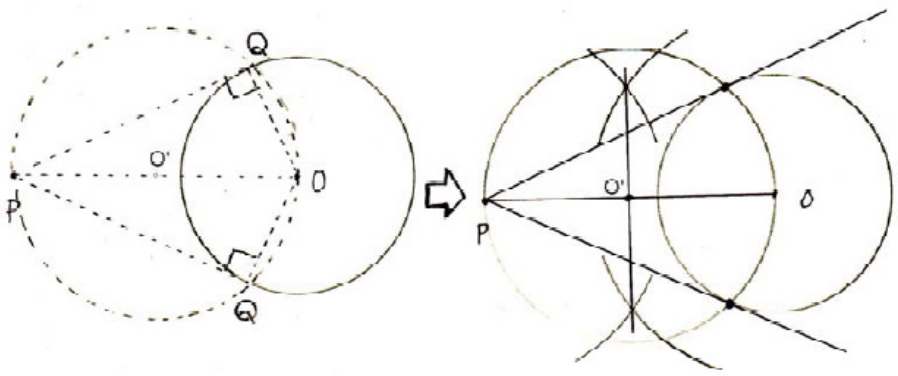
As for the relationship between inscribed angles and central angles, we can prove that the measure of an inscribed angle is a half of the central angle on the same arc by using the following properties: the base angles of isosceles triangles are equal in their measures, and the measure of an exterior angle is equal to the sum of measures of the two opposite interior angles. The study to learn that the relationship between inscribed angles and central angles aims to help students understand the merits of proofs, not understanding the need for sorting the positional relationships between inscribed angles and the central angle in the process.

As for the converse of the inscribed angle theorem, "If points P and Q are on the same side of line AB and ∠APB and ∠AQB, then points A, B, P, and Q are on the same circle," it is important that students can make use of it.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

円周角と中心角の関係の活用

円周角と中心角の関係を活用する場面として，例えば，次の図のように円Oの外側にある1点Pから円に接線をひく作図が考えられる。円の接線はその接点を通る半径に垂直であるから，点Pから円Oに接線PQがひけたとすると，$\angle OQP = 90°$ となる。したがって，接点Qの位置を決めるには，線分OPを直径とする円O′をかき，円Oとの交点をQとすればよい。これは，円O′の弧OPの中心角 $\angle OO'P$ は $180°$ であり，円周角の定理より弧OPの円周角 $\angle OQP$ が $90°$ になるからである。



このように円周角と中心角の関係を活用して，円の接線を作図することは，見通しを立てて作図し，その作図が正しいことを，根拠を明らかにし筋道を立てて説明するよい機会ともなる。

日常生活で円周角と中心角の関係を利用する場面として，例えば，長方形を使って円の中心を求める方法がある。長方形の直角の角を円周上の1点に置けば，その角を作る2辺と円とが交わった2点を結んだ線分が，円の直径となる。この操作を円周上の他の1点に対してもう一度行えば，2本の直径の交点が分かり，円の中心を求めることができる。この方法は円周角と中心角の関係を利用したものであり，こうした利用の場面を通して，大工道具の「さしがね」の仕組を理解することも考えられる。

(3) 観察，操作や実験などの活動を通して，三平方の定理を見いだして理解し，それを用いて考察することができるようにする。

ア 三平方の定理の意味を理解し，それが証明できることを知ること。

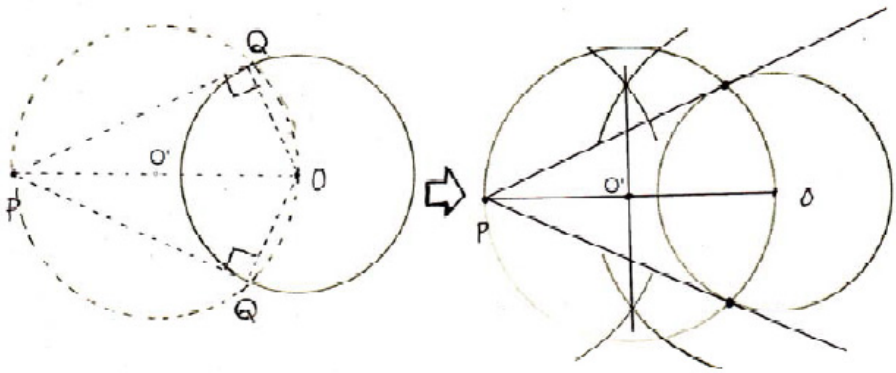
イ 三平方の定理を具体的な場面で活用すること。

三平方の定理は直角三角形の3辺の長さの関係を表しており，数学において重要な定理である。指導に当たっては，ただ単に様々な図形の性質を証明することの延長として三平方の定理を扱うのではなく，直角三角形の3辺の長さの関係としてその美しさに触れられるような工夫と配慮が望まれる。よく知られているように，この三平方の定理は，測量の分野でも用いられるなど活用される範囲が極めて広い定理である。

Making use of the relationship between inscribed angles and central angles

As an example of the use of the relationship between inscribed angles and central angles, we can consider the problem of drawing a tangent line to circle O from point P, which lies outside of the circle.

Suppose you draw a tangent line PQ to circle O. Since a tangent line is perpendicular to the radius through the point of tangency, $\angle OQP = 90°$. Thus, to locate the point of tangency, Q, you draw a circle, O′, with OP as the diameter. Then, the point of intersection of O and O′ will be point Q we need. This is because the central angle on arc OP of circle O′ is $\angle OO'P$, which is 180°. Thus, by the inscribed angle theorem, $\angle OQP$, which is an inscribed angle on arc OP, should be 90°.



In this way, drawing of a tangent line using the relationship between inscribed angles and central angles is also an opportunity for constructing something with a good prospect in mind, then explaining the validity of the construction coherently and making the basis of reasoning clear.

As an example of making use of the relationship between inscribed angles and central angles, we can think of locating the center of a circle using a rectangle. If you place the right angle at a vertex of the rectangle on the circle, points where the two sides of the angle intersect the circle will be the end points of a diameter. If we repeat the process again, we can find a second diameter, and where the two diameters intersect will be the center of the circle. This method is using the property of inscribed angles and central angles. By examining this situation, students can also understand the carpenter's tool called A Carpenter's Square.

(3) Through activities like observation, manipulation and experimentation, find out and understand the Pythagorean theorem, and be able to consider by using the theorem.

(a) To understand the meaning of the Pythagorean theorem, and to know that the theorem can be proven.

(b) To make use of the Pythagorean theorem in concrete situations.

The Pythagorean theorem expresses the relationship among the three sides of a right triangle, and it is one of the most important theorems in mathematics. When teaching the theorem, it is desired that students can appreciate the beauty of the theorem that expresses the relationship of the three sides of a right triangle, instead of simply treating it as an extension of proving various properties of geometrical figures. This theorem is used in a wide range of situations, including the well-known applications of the theorem used in surveying.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

三平方の定理の意味

三平方の定理は，先にも述べた通り，直角三角形の 3 辺の長さの関係を表したものである。また，直角三角形のそれぞれの辺を 1 辺とする三つの正方形の面積の間には，常に一定の関係があるということを表している。したがって，三平方の定理は，長さの関係を表すとともに，面積の関係を表すものとみることができる。つまり，ここでの三平方の定理の学習は，図形と数式を統合的に把握することができる場面の一つである。

三平方の定理の導入に当たっては，例えば，古代エジプトでの縄張り師の話や，古代ギリシャの数学者ピタゴラスによって定理としてまとめられたとされている話など，この定理にまつわる歴史的な背景や逸話の紹介等を通して，生徒の興味・関心を引き出す工夫をすることも大切である。

さらには，方眼用紙のます目を利用して直角三角形をかき，その周りにできる正方形の面積の関係に着目し，観察，操作や実験などの活動を通して三平方の定理を見いだすことも学習のきっかけづくりとして有効である。

三平方の定理が証明できることを知ること

三平方の定理については，図形による方法，代数的な方法など，いろいろな証明方法が知られている。しかし，それらの証明の中には，生徒にとって技巧的ととられる向きのものも見受けられる。したがって，生徒の興味・関心に応じて取り扱うこととし，その結果として証明ができることを知る程度とする。

この場合，生徒の理解を助けるために，コンピュータや情報通信ネットワーク等を活用して資料を収集し，学習に用いることも考えられる。

また， 三平方の定理の逆， つまり「三角形の 3 辺の長さを a，b，c とするとき，$a^2+b^2=c^2$ ならば，この三角形は直角三角形である。」については，数学的な証明に深入りするのではなく，むしろ直角三角形になるかどうかは 3 辺の長さの関係によって決定されているという事実に着目できるようにすることが大切である。

三平方の定理の活用

三平方の定理を活用する場面として，例えば，座標平面における 2 点間の距離や，長方形の対角線の長さ，あるいは，円錐の高さを求めることがある。これらの場面では，求めるものを直接測らなくても三平方の定理を活用することによってその値を導くことができる。このように，平面図形や空間図形の計量について考察する際に，多くの場面で三平方の定理が使われる。一見して直角三角形が存在しないような図形に対しても，その中に適当な直角三角形を見つけて，あるいは補助的に作り出して，線分の長さを求めることができる。空間観念を深めたり，図形を分解・構成する力を育成したりする場面の一つととらえることもできる。

日常生活における三平方の定理を利用する場面として，例えば，地図上に表された標高差のある 2 地点間の距離，あるいは，ビルの上や人工衛星などの地上から離れた地点から見える範囲を求めることがある。このように，求めるものを直接測らずに三平方の定理を利用することによってその値を導くことができる。

Meaning of the Pythagorean theorem

As stated above, the Pythagorean theorem expresses the relationship among the three sides of a right triangle. It also expresses that there is a specific relationship among the area of the three squares constructed on the sides of a right triangle. Therefore, the Pythagorean theorem can be considered as a theorem expressing the relationship of lengths and the relationship among areas. In other words, the study of the Pythagorean theorem is an opportunity to discuss geometrical figures and numbers/algebraic expressions in a unified manner.

In the introduction of the Pythagorean theorem, it is important to pique students' interests by discussing its historical background and anecdotes such as how ancient Egyptians used knotted rope in surveying and the ancient Greek mathematician, Pythagoras summarized it as a theorem.

It is also effective to have students draw right triangles on a grid paper and examine the area of squares built on their sides so that students can discover the Pythagorean theorem through observation, manipulation, and experimentation.

To know that the Pythagorean theorem can be proven

There are many known proofs of the Pythagorean theorem - some are geometrical while others are algebraic. However, students might think some proofs as too technical. Therefore, discuss those proofs that are appropriate for students' interest, and focus on helping students to know that the theorem can be proven.

It is also possible in this process to use computers and information network to gather data to use in the study.

As for the converse of the Pythagorean theorem, that is, "if the three sides of a triangle, a, b, and c, are such that $a^2 + b^2 = c^2$, then the triangle is a right triangle," avoid getting too deep into its proof. Rather, help students to focus on the fact that whether or not a triangle is a right triangle is based on the relationship of the lengths of its three sides.

Using the Pythagorean theorem

Situations where the Pythagorean theorem is used include determining the distance between two points on a coordinate plane, determining the length of a diagonal of a rectangle or the height of a cone. In these situations, we can determine the desired measurements without having to actually measure them by using the Pythagorean theorem. In these ways, the Pythagorean theorem is often used in many places where we examine measurements in plane and space figures. Even when a right triangle is not obvious, by locating an appropriate right triangle, or even creating one, we can determine the lengths of segments. We can consider these situations as opportunities to deepen spatial sense and to foster the ability to decompose and compose geometrical figures.

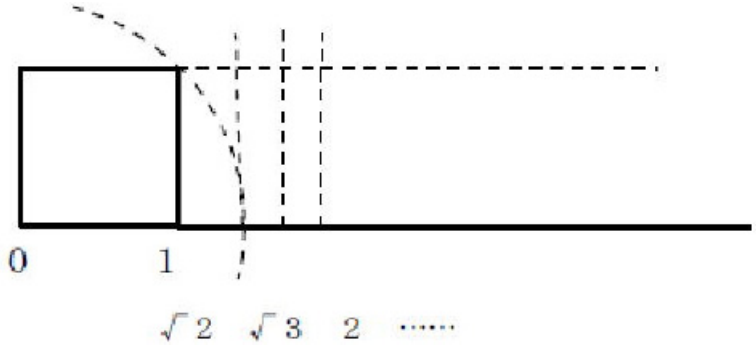
In our daily life, the Pythagorean theorem is used, for example, to determine the distance between two points on a map that are located at different altitudes, or to determine the range of sight from a point above ground such as at the top of a building or from a satellite. The Pythagorean theorem may be used to determine the values without actually measuring them.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

大切なことは，三平方の定理を空間でも利用すること，また，解決したい現実の場面を数学の対象とする際に理想化したり単純化したりする経験をすること，それを基に解決に必要な図を自分でかくことなどである。この際，現実の場面を理想化したり単純化したりしたことによって，求めた答えの適用できる範囲に限界が生じることについても理解できるようにする。

なお，三平方の定理を活用して距離などを求める場合には，その結果得られる多くの値は平方根となる。これは，第 3 学年における平方根の学習の必要性が実感できる一つの場面である。

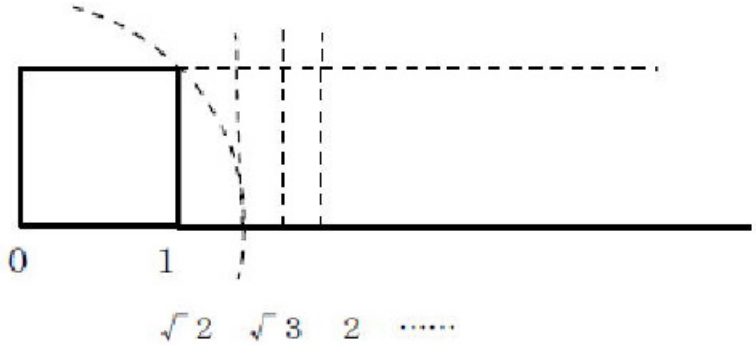
例えば，$\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ といった値を表す線分の作図法としては，下の図のような三平方の定理を活用した方法が考えられ，これによって整数の平方根を表す線分を作図することができる。



さらに，例えば，地図上に表された標高差のある 2 地点間の距離を求めるときは，平方根をそのまま求める値とするのではなく，その値を近似値で求め，実感を伴った理解につなげる。これは，第 1 学年における有効数字の学習の必要性が実感できる場面の一つでもある。

What is important is for students to use the Pythagorean theorem even in space. Also it is important to experience idealizing and simplifying the problematic situations in the real life so that they can be considered as objects of mathematics and to draw figures so that may be necessary to solve those problems. Students are expected to understand that the answers obtained from idealized or simplified problems may be limited because of the process of idealizing or simplifying real situations.

The distances obtained by using the Pythagorean theorem will often involve square roots. Those are opportunities for students to experience the need of square roots. For example, as a method of constructing segments to represent $\sqrt{2}$ or $\sqrt{3}$, something like what is shown below is used which uses the Pythagorean theorem. Using this method, students can construct segments to represent square roots of positive numbers.



Moreover, for example, when determining the distance between two points on a map with different altitudes, instead of using the square roots as the answers, express them using approximations so that the answers are more realistic. This is one instance where students can express the need of significant digits studied in grade 1 of lower secondary school.

C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数 $y = ax^2$ について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

ア 事象の中には関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知ること。

イ 関数 $y = ax^2$ について，表，式，グラフを相互に関連付けて理解すること。

ウ 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

エ いろいろな事象の中に，関数関係があることを理解すること。

第 1 学年では，比例，反比例を取り扱い，第 2 学年では，一次関数を取り扱っている。いずれにおいても，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して関数関係を見いだし表現し考察する能力を漸次高めてきている。

第 3 学年では，これまでと同様に，具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して，関数 $y = ax^2$ を考察する。その際，表，式，グラフを相互に関連付けながら，変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして，これらの学習を通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を一層伸ばす。

また，日常生活や社会には既習の関数ではとらえられない関数関係があることを取り扱うことにより，中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに，後の学習の素地となるようにする。

事象と関数 $y = ax^2$

具体的な事象の中から二つの数量 x，y を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，二つの数量 x，y の間に，次のような関係があることを知る。

- x の値が m 倍になれば，y の値は m^2 倍となる関係がある。

また，表を用いて，x の値に対応する x^2 と y の値を考察することで，それらの比が一定であることが分かる。このことから,「x は x の 2 乗に比例する関数である」とみることができる。すなわち，2 乗に比例する関数が，一般的に，a を定数として，$y = ax^2$ という式で表されることを理解する。そして，事象の中には関数 $y = ax^2$ を用いてとらえられるものがあることを知る。

C. Functions

(1) Through finding out two numbers/quantities in concrete phenomena and exploring their changes and correspondence, understand the function $y = ax^2$, and develop the ability to find out, represent and think about functional relationships.

(a) To know that there are some phenomena which can be grasped as the function $y = ax^2$ in concrete phenomena.

(b) To understand the function $y = ax^2$ by interrelating their tables, algebraic expressions and graphs.

(c) To grasp and explain concrete phenomena by using the function $y = ax^2$.

(d) To understand that in various concrete phenomena there are some functional relationships.

Direct and inverse proportional relationships were taught in grade 1 of lower secondary school, and linear functions were learned in grade 2. In both cases, students' abilities to identify and represent functional relationships have been gradually raised through the examination of changes and correspondences of two quantities in concrete phenomena.

In grade 3, as before, through investigation of changes and correspondences of two quantities in concrete phenomena, students will examine function, $y = ax^2$. At the same time, students' understanding of functions will be deepened by making connections among tables, algebraic expressions, and graphs and also by examining rates of change and characteristics of graphs. Through these studies, students' abilities to identify and represent functional relationships will be further developed.

Furthermore, by discussing the fact that there are many functional relationships in our daily life and in society that cannot be grasped by the functions that have been previously studied, enrich the content of the study of functions in lower secondary school and lay the foundation for future studies.

Phenomena and function, $y = ax^2$

By identifying two quantities, x and y, in concrete phenomena and examining their changes and correspondences, student are to know that there is a relationship like the following:

- When the value of x becomes m times as much, the value of y becomes m^2 times as much.

Furthermore, if we make a table and examine the values of x^2 corresponding to x and values of y, their ratios are constant. Therefore, we can conclude that, "y is directly proportional to the square of x". In other words, students are to understand that when a quantity is directly proportional to the square of another variable, we can represent the relationship as $y = ax^2$ where a is the constant. Students are to know that there are phenomena that can be grasped with function, $y = ax^2$.

関数 $y = ax^2$ の表，式，グラフとそれらの相互関係

関数 $y = ax^2$ については，これまでの関数の学習と同様に，表において x や y の値の対応から関数の変化の様子をつかみ，さらにグラフによって関数の変化や対応の特徴を理解する。また，関数 $y = ax^2$ の特徴を，表，式，グラフでとらえるとともに，それらを相互に関連付けることで，関数 $y = ax^2$ についての理解を深めることも，これまでの関数の学習と同じである。

式で表示できる関数でグラフが曲線になるのは，第 1 学年で学習した反比例に次いで二つ目である。関数 $y = ax^2$ では，変化の割合が一定でないので，グラフが直線にならないことが分かる。このように，グラフの特徴を表と相互に関連付けて考えることができる。また，グラフの増減が原点を境にして変わるのは，関数の式 $y = ax^2$ で，x が 2 乗されていることと関連付けて理解することができる。同じように，グラフの開く方向と開き具合は比例定数 a の符号と絶対値の大きさに関連付けて理解することができる。

このように，関数の指導においては，第 1 学年や第 2 学年でも強調したように，第 3 学年においても，表，式，グラフが，関数の変化と対応の特徴をつかむ手立てとなるように，相互に関連付けながら指導することが大切である。

また，関数の値の変化の割合については，単に計算の仕方を覚えてその数値を求められるようになることを目標としているのではなく，その数値を求めることを通して，関数 $y = ax^2$ の理解を深めるとともに，変化の割合の関数の考察における役割や，グラフでの見方を知ることを目指している。

関数 $y = ax^2$ を用いて事象をとらえ説明すること

関数は，具体的な事象や場面とのかかわりの中で学習することが大切である。関数 $y = ax^2$ にかかわる具体的な事象として，例えば，理科で学習する斜面をころがる物の運動や，車の制動距離，また，噴水の水が作る形，パラボラアンテナなど，身近に感じたり目にしたりすることができるものがある。また，おはじきなどを正方形状に並べ，その数を数える四角数の問題や，面積や体積を利用した具体的な場面で，関数 $y = ax^2$ を学ぶこともできる。こうした事象を関数 $y = ax^2$ を用いてとらえ説明することを通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明する際には，第 1 学年や第 2 学年と同様に，数量の関係を理想化したり単純化したりして考えることによって，関数 $y = ax^2$ とみなし，事象をとらえ説明することも大切である。例えば，車のスピードと停止距離を考察する際には，空走距離を無視して，制動距離が時速の 2 乗に比例するとみなして，与えられた速度の停止距離を予測し，その理由を説明する活動が考えられる。ここでも，第 2 学年と同様に，実験の結果と予測を比較検討し，説明し伝え合う活動を通して，その食い違いの原因を考えたり，よりよい予測のための手立てを工夫したりすることも考えられる。

このように，事象をとらえ説明する能力を伸ばすためには，数学的な表現を用いながら他者に説明するような場面を意図的に設けることが必要である。その際には，表，式，グラフを適切に選択したり，自分の表現を他者の表現と比較することにより，事象の考察を深めることができることを体験できるようにすることが重要である。

いろいろな事象と関数

第 3 学年では，これまでの学習の上に立って，比例，反比例，一次関数，関数 $y = ax^2$ とは異なる関数関係について指導する。例えば，交通機関や郵便物の料金の仕組を取り上げ，二つの数量の関係を式で表すことが困難な場合であっても，これまで学習してきた表やグラフを用いて変化や対応の様子を調べ，その特徴を明らかにすることができる。こうした経験を通して，伴って変わる二つの数量の一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるという関数関係についての理解を一層深め，事象の考察に生かそうとする態度をはぐくみ，後の学習の素地となるようにする。

Table, algebraic expression, and graph of function, $y = ax^2$ and their relationships

As with other functions studied up to this point, examine the function $y = ax^2$ by using a table to capture the way function changes and use a graph to understand the characteristics of the changes and correspondences of the function. In addition to capturing the characteristics of the function $y = ax^2$, deepen students understanding by making connections among those representations as was the case with the prior study of functions.

Of the functions that can be represented with algebraic expressions, this is only the second time the graph of the function turns out to be a curve – the first one was in the inverse proportional relationships studied in grade 1 of lower secondary school. Students will be able to tell that the graph will not be a straight line since the rate of change is not constant. In this way, students can think by connecting the characteristics of the graph and the table. In addition, the fact that the graph changes, the direction of change (increase/decrease) around the origin can be understood by relating it to the algebraic expression, $y = ax^2$, in particular about the fact that x is being squared. In the same way, the direction and the width of the opening of the graph is understood by relating them to the sign and the absolute value of the proportion constant, a. In this manner, as it was done so in grades 1 and 2, it is important to make connections among tables, algebraic expressions, and graphs to help students understand characteristics of changes and correspondences of functions in grade 3. As for the investigation of the ratios of change of functions, the purpose is not to just memorize the methods of calculating the ratio. Rather, the real purpose is to deepen students' understanding of function, $y = ax^2$, and to know the purpose of ratio of change in examining functions and how to perceive graphs.

To grasp phenomena using function, $y = ax^2$

It is important to study functions in the context of concrete phenomena and situations. Some of the concrete phenomena involving function, $y = ax^2$, observed around us include the following: the motion of rolling objects studied in science, the braking distance of a car, the shape of the path of water in a water fountain, and satellite antenna. It is also possible to consider square numbers obtained by lining up counters in the shape of a square or to investigate function, $y = ax^2$, in the context of the problems involving area or volume. By grasping and explaining these phenomena using function $y = ax^2$, students can deepen their abilities to identify, represent, and examine functional relationships.

As was the case in grades 1 and 2, when grasping and explaining phenomena using function, $y = ax^2$, it is important to idealize and simplify the phenomena so that they can be perceived as function, $y = ax^2$. For example, when investigating the relationship between the speed of a car and its braking distance, we ignore the distance traveled before the brake actually starts working so that the braking distance can be considered as directly proportional to the square of the speed. Then, we can predict the braking distance at the given speed and explain why. In such a situation, as was the case in grade 2, compare the results from the actual experiments and the predicted values. Then, through activities of explaining and communicating, think about the reasons for the differences and devise a better way of making predictions.

It is necessary to set up occasions intentionally where students will explain their ideas using mathematical representations in order to extend their abilities of grasping and explaining phenomena. It is important that students can experience the deepening of examining phenomena by selecting appropriate representations from tables, algebraic expressions, and graphs, or by comparing their own expressions with others.

Various phenomena and functions

Based on the previous studies, functions different from direct and inverse proportional relationships, linear functions, and function, $y = ax^2$, are taught in grade 3. For example, consider the pricing system for public transportation system or postal services. Even in those situations, which are difficult to represent using algebraic expressions, relationships between two quantities may be examined by using tables and graphs as before and their characteristics may be made clear. Through these experiences, deepen students' understanding of functional relationships - if one of the two quantities that are changing simultaneously is fixed, the other quantity is also fixed. Students are to develop the disposition to incorporate the idea of functions in examination of phenomena. Those experiences should become the foundation for future learning.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

D 資料の活用

(1) コンピュータを用いたりするなどして，母集団から標本を取り出し，標本の傾向を調べることで，母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにする。

ア 標本調査の必要性と意味を理解すること。

イ 簡単な場合について標本調査を行い，母集団の傾向をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

全数調査

中学校数学科において第 1 学年では，目的に応じて資料を収集して整理し，ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を読み取ることを学習している。また，第 2 学年では，多数回の試行を行って資料を集めることにより，不確定な事象の起こりやすさに一定の傾向があることを調べる活動を通して，確率について学習している。

第 3 学年では，これらの学習の上に立って，母集団の一部分を標本として抽出する方法や，標本の傾向を調べることで，母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにすることがねらいである。

標本調査の必要性と意味

第 1 学年においては，すべての資料がそろえられることを前提に，ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を読み取ることを学習してきた。しかし，日常生活や社会においては，様々な理由から，収集できる資料が全体の一部分に過ぎない場合が少なくない。例えば，社会の動向を調査する世論調査のためにすべての成人から回答を得ることは，時間的，経済的に考えて現実的ではない。また，食品の安全性をチェックするために，製造した商品をすべて開封して調べることはしない。このような場合，一部の資料を基にして，全体についてどのようなことがどの程度まで分かるのかを考えることが必要になる。このような考え方から生み出されたのが標本調査であり，全数調査と比較するなどして，標本調査の必要性と意味の理解を深めるようにする。

簡単な場合について標本調査を行うこと

ここでは，母集団から無作為抽出により標本を抽出することと，標本から母集団の傾向を推定することについて学習する。これらを理解するためには，実際に標本調査を行う必要がある。

標本調査であるから，ある程度大きな母集団を対象にすることは当然であるが，ここでは生徒が標本を取り出すことが困難とならないように注意する。また，標本調査による推定の結果を評価するために，推定しようとする母集団の性質が求められるか，知られていることも必要である。

母集団から標本を抽出する場合，注意しなければならないことは，標本が母集団の特徴を的確に反映するように偏りなく抽出することである。別の言い方をすれば，母集団のどの資料が取り出される確率も等しくなるように抽出すること，すなわち無作為抽出を行うことが必要である。ここでは，乱数を利用することにより無作為抽出が可能になることを理解できるようにする。

例えば，ある英和辞典に掲載されている見出しの単語の数を標本調査で調べることを考える。この英和辞典が 980 ページであるとすると，乱数さいやコンピュータなどを利用して，001 から 980 までの乱数を発生させ，ある程度の数のページを無作為に抽出する。そして，抽出したそれぞれのページに掲載されている単語の数を調べ，その平均値から，この英和辞典に掲載されている見出しの単語数を推定する。英和辞典に掲載されている見出しの単語の数は，その英和辞典に示されているのが一般的であるから，推定した収録単語数と実際の収録単語数を比較することができる。無作為抽出で取り出すページ数を変えて何回か標本調査をしてその結果を比較したり，最初の 10 ページを抽出するというように無作為抽出をしない場合と比較したりして，標本調査についての理解を深める。このような経験を基にして，無作為に抽出された標本から母集団の傾向を推定すれば，その結果が大きくはずれる危険性が少ないことを実感できるようにする。

D. Making use of Data

(1) Through selecting samples out of a population and exploring their trends by using a computer and other means, be able to understand that it is possible to read trends in the population.

(a) To understand the necessity and meaning of a sample survey.

(b) To carry out sample surveys in simple cases, and grasp and explain trends in the population.

[Terms and Symbols]

complete count survey

In lower secondary school mathematics, the idea of collecting data purposefully, organizing it, and identifying trends in data using histograms and representative values are taught in grade 1. In grade 2, probability is taught through activities used to investigate trends in the likelihood of uncertain events by conducting experiments multiple times.

Based on these studies, methods of collecting data from a sample and the fact that the trends of the population may be identified by investigating trends in the samples are taught in grade 3.

The necessity and the meaning of sampling

In grade 1, with the assumption that a complete set of data can be gathered, students learned to identify trends in the data using histograms and representative values. However, in many cases in daily life or in society, we can collect data from only a portion of the population for a variety of reasons. For example, the collecting of data from all adults in order to poll their opinions on various social issues is unrealistic economically and is too time consuming. Or, in order to check the safety of food products, we cannot open all packages. In those situations, it is necessary to think about how much we can say about the whole population based on data from a portion of the population. Thus, the idea of sampling was developed. Help students deepen their understanding of the necessity and meaning of sampling, perhaps by comparing it to the complete count survey

To carry out sample surveys in simple cases

Here, the ideas of random sampling and estimating the population trends from samples are taught. To understand these ideas, it is necessary to have students actually conduct sample surveys.

Since we are dealing with sample surveys, the population must be fairly large, but care should be taken so that it will not be too complicated to actually conduct sample surveys. In addition, in order to evaluate the results of sample surveys, it is necessary that the characteristics of the population are either known or determinable.

When sampling from a population, we must be careful to sample without any bias so that the sample will reflect the characteristics of the population accurately. In other words, it is necessary to select a sample so that the probability of any data from the population is selected is equal to each other - that is, random sampling. Students are to understand that, by using random numbers, it is possible to conduct random sampling.

For example, let's think about determining the total number of words included in an English-Japanese dictionary. Suppose this dictionary has 980 pages. By using a die or a computer, we can generate a random number chart with numbers 1 through 980. Then, we can select a certain number of pages randomly. By counting the number of words on those selected pages and calculating their mean, we can estimate the total number of words in the dictionary. A dictionary typically indicates the total number of words included in it, and students can compare the estimates with the actual number of words. Help students deepen their understanding of random sampling by having them conduct random sampling with different number of samples (number of pages), or by comparing the result to non-random sampling such as using the first 10 pages of the dictionary. From those experiences, students can experience that the risk of large error is minimized when random sampling is used to estimate trends in the population.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
磯田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

母集団の傾向をとらえ説明すること

標本調査により母集団の傾向をとらえ説明することを通して，標本調査についての理解を深める。指導に当たっては，日常生活や社会における事象に関する問題解決を重視し，生徒の活動を中心に展開されるようにする。

標本調査では，母集団についての確定的な判断は困難である。実際に標本調査を活用する場合には，この点を補完するため，予測や判断に誤りが生じる可能性を定量的に評価するのが一般的である。しかし，ここでは標本調査の学習の初期の段階であることに留意し，実験などを通して，標本調査では予測や判断に誤りが生じる可能性があることを経験的に理解できるようにする。

生徒が導いた予測や判断については，生徒が何を根拠にしてそのことを説明したのかを重視し，調査の方法や結論が適切であるかどうかについて，伝え合う活動などを通して共通理解を図るようにする。

例えば,「自分の中学校の 3 年生の生徒 200 人の，一日の睡眠時間は何時間くらいだろうか」を考える場合，次のような活動が考えられる。

① 「一日の睡眠時間」の意味を明らかにして (昨日の睡眠時間か，過去 1 週間の平均睡眠時間かなど) 質問紙を作成する。

② 標本となる生徒を抽出し調査を実施する。

③ 調査の結果を整理する。

④ 調査結果を基にして，全生徒の睡眠時間を予測して説明する。

この場合，④で説明することには，予測だけでなく，①から③のような母集団の傾向をとらえる過程が含まれている。また，これらを基に，標本の抽出の仕方や予測の適切さについて，学級全体で話し合う。

このように，標本調査を行い，母集団の傾向をとらえ説明することを通して，生徒が標本調査の結果や，それに基づく説明を正しく解釈できるようにする。例えば，調査する地域や集団が偏っていないかや，アンケート調査の質問が誘導的でないかなどにも目を向けられるようにする。母集団の傾向をとらえ説明することを通して，標本調査を活用できるようにし，不確定な事象に関する情報に惑わされないようにすることが大切である。

コンピュータなどの利用

コンピュータなどを利用する場面としては，第 1 学年と同様に大量の資料を整理する場合や，大きな数，端数のある数を扱う場合の作業の効率化が考えられる。それ以外にも，母集団から標本を抽出する際に必要な乱数を簡単に数多く得るために利用することができる。この際，乱数さいなども利用すれば，母集団のどの資料も恣意性が無く選ばれることを直観的に理解しやすくなる。また，インターネットなどの情報通信ネットワークを利用して資料を収集したり，様々な標本調査とその結果について調べたりすることもできる。この場合，情報の信頼性等について事前に検討しておくことが必要である。また，生徒自身が予測や判断の前提として，資料の信頼性に目を向けられるようにすることも大切である。

To grasp and explain trends of the population

Deepen students' understanding of sample surveys by grasping and explaining trends of the population through conducting sample surveys.

In sample surveys, it is difficult to make any definitive judgment about the population. In cases where sample surveys are used in real life situations, to compensate for this problem, it is common to quantify the probability of error and report it. However, since this is only the introductory treatment of sample surveys, the aim is to help students understand experientially that predictions and judgments based on sample surveys may involve errors through experimentations and other activities.

When students make predictions or judgments, the emphasis should be on what they used as the basis for their explanations. Help them develop a common understanding of appropriateness of methods and conclusions through activities such as communication activities.

For example, consider the question, "how much do 200 grade 3 students at my lower secondary school sleep a day?" In this case, we can anticipate the following activities:

① Clarify what " how much sleep a day" (how much you slept last night, or the average sleep time over the last week) means and develop a survey.

② Select a sample of students and conduct the survey.

③ Organize the data.

④ Based on the sample survey, predict and explain the amount of sleep for all students.

In this case, "explanation" in ④ includes not only the explanation for the prediction but also the explanation of the process described in ① through ③. Moreover, based on the explanation, conduct a whole class discussion on the appropriateness of the sampling processes and the predictions. In similar ways, enable students to interpret the results and explanations of sample surveys correctly by having students actually conduct sample surveys and grasp and explain trends in the population. For example, help students to pay attention to such issues as, if there is any bias in location or in groups in the samples or that questions on the survey are not too leading. It is important for students to not be confused by information about uncertain phenomena by actually conducing sample surveys and grasping and explaining trends in the population.

Using tools such as computers

As was the case in grade 1, tools such as computers should be used to improve the efficiency of data processing when a large number of data must be organized or the data include large numbers or numbers from fractional parts. In addition, they may be used to produce random numbers needed for sampling. In those situations, it may be easier for students to intuitively understand that any group from the population may be selected without any intention if tools like dice are used as well. It is also possible to collect data or investigate various sample surveys and their results through various information networks such as the intranet. In those situations, it is necessary to discuss with students the reliability of the information. It is also important that students can consider the reliability of data as they consider their own predictions and judgments.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

〔数学的活動〕

(1) 「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けるものとする。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

ウ 数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

第 2 学年においては，各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において,「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動」,「日常生活や社会で数学を利用する活動」,「数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」に取り組む機会を設けることで，生徒が数学的活動に主体的に取り組み，基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに，思考力，判断力，表現力等を高め，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにすることを目指している。

第 3 学年では，こうした基本的な考え方を引き続き重視する。第 2 学年と三つの活動の示し方が同じであるのは，第 2 学年と第 3 学年を通して数学的活動がより充実したものになるように指導することが必要であると判断したためである。

第 3 学年においても,「数学的活動の位置付け」(83 ページ) 及び「数学的活動に取り組むこと」(82 ページ) の内容は，第 1 学年や第 2 学年と変わるものではない。

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

第 3 学年においては第 2 学年に引き続き,「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動」をさらに充実させることが必要である。第 3 学年における「既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

[Mathematical Activities]

(1) In learning each content of " A. Numbers and Algebraic Expressions, ""B. Geometrical Figures, " "C. Functions ", and " D. Making Use of Data ", and in learning the connection of these contents, students should be provided opportunities for doing mathematical activities like the following:

(a) Activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics

(b) Activities for making use of mathematics in daily life and society

(c) Activities for explaining and communicating to each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations

In grade 2, in learning the content of each domain and in learning connections among them, opportunities for students to engage in the following types of activities were provided: activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics; activities for making use of mathematics in daily life and society; and, activities for explaining and communicating to each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations. As students engage in these mathematical activities willingly and autonomously, it is aimed that students master the basic and fundamental knowledge and skills, that they improve their ability to think, make judgments, represent, and experience the joy and purpose of learning mathematics.

In grade 3, these fundamental ideas will continue to be emphasized. The reason the three types of activities discussed are the same as those discussed in grade 2, is that mathematical activities should be continuously enriched through grades 2 and 3.

The grade 3 content of, "Role of mathematical activities" (pp 83) and " Engaging students in mathematical activities" (pp. 82) do not change from those of grades 1 and 2.

a. Activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics

In grade 3, continuing what was started in grade 2, it is necessary to further enrich "activities for finding out and developing the properties of numbers and geometrical figures based on previously learned mathematics." Here are some examples of "activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations" in grade 3 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

○速算法 (簡便算) の仕組を明らかにし，新たな速算法とその仕組を考える活動

この活動は，第 3 学年「A数と式」の (2) のウの指導における数学的活動であり，例えば「十の位が同じで一の位の数の和が 10 である 2 桁の自然数の積を暗算で計算する方法」(図 1) の仕組を文字式を用いて明らかにし，新たな速算法とその仕組を考えることで，発展させることをねらいとする。また，その過程において，文字式を用いて一般的に表すことや目的に応じて式を変形すること，また式の意味を読み取ることなどのよさを知り，その後の方程式の学習や図形の性質の学習に生かせるようにする。

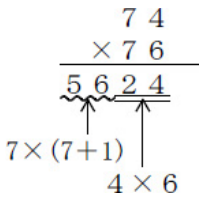


図 1

そのために，例えば「一の位が 5 である 2 桁の自然数の 2 乗を暗算で計算する方法」(図 2) の仕組を文字式を用いて明らかにすることを活動を通して指導しておく。その際，十の位が a で一の位が b の自然数を 10a ＋ b と表すことができることや乗法公式を用いて目的に応じた式変形をすることなどを理解できるようにする。また，2 数がある関係にあると，暗算で計算できるような場合が他にもあるのではないかを考えるきっかけをつくる。

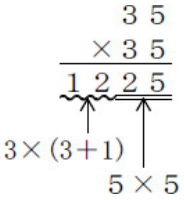


図 2

こうした学習を基にして,「一の位が 5 である数の 2 乗」を「一の位の和が 10 である 2 数の積」と一般化した場合の速算法について具体的な数で計算して予想を立て,「十の位が同じで一の位の数の和が 10 である 2 桁の自然数の積を暗算で計算する方法」の仕組を文字式を用いて明らかにする活動に取り組む機会を設ける。速算法の仕組を明らかにできない生徒には，文字を用いた式をどのように変形できればよいのか，その目的を明らかにする。

さらに，条件をかえるなどして新たな速算法を考える。例えば，上述のことから「一の位が同じで十の位の数の和が 10 である 2 桁の自然数の積を暗算で計算する方法」(図 3) があるのではないかと考え，具体的な数で計算して予想を立て，文字式を用いてその仕組を明らかにすることが考えられる。

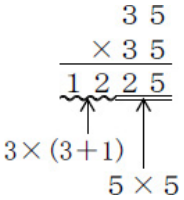


図 3

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

第 3 学年においては第 2 学年に引き続き,「日常生活や社会で数学を利用する活動」をさらに充実させることが必要である。第 3 学年における「日常生活や社会で数学を利用する活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

○Activities used to make clear the reasons behind various methods for quick calculations and to think about new methods for quick calculations

In the activities for grade 3 content, "A. Numbers and Algebraic Expressions," (2)-c, the purpose is to think about the reasons behind various methods for quick calculations, for example, "how to mentally calculate the product of two 2-digit numbers whose tens digits are the same and the sum of the ones digits is 10" (Figure 1), using algebraic expressions with letters and think about new quick calculation methods and the reasons behind them. In the process, students should also learn the merits of representing generally using algebraic expressions with letters and purposefully transforming them, as well as interpreting those expressions. This learning can in turn be made use of in the later study of equations and properties of geometrical figures.

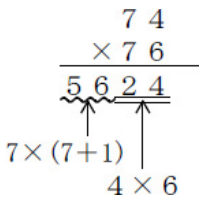


Figure 1

As a precursor, teach them, through doing activities, about "how to mentally calculate the square of 2-digit numbers with 5 as the ones digit" (Figure 2) and examine why the method works using algebraic expressions with letters. In that process, help students understand that a natural number with a as the tens digit and b as the ones digit may be represented as 10a + b, and its square may be calculated by using a multiplication formula and transformed purposefully. This may also become an opportunity for students to think if there is any other quick calculation method.

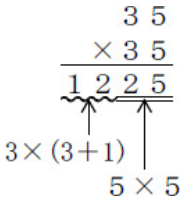


Figure 2

Based on these studies, provide opportunities for students to engage in activities to generalize "square of numbers with 5 as the ones digit" into "numbers whose ones digit add up to 10," to conjecture the results of the generalized statement using specific numbers, and to clarify the reason behind "how to calculate mentally the product of two 2-digit numbers with the same tens digit and the sum of their ones digits is 10" using the algebraic expressions with letters. For those students who cannot clarify the reason behind the quick calculation method, help them to think about the purpose of transforming algebraic expressions with letters - that is what form we would like to obtain.

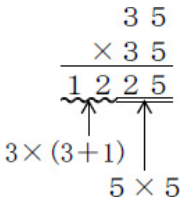


Figure 3

Furthermore, think about other quick calculation methods by changing the conditions. For example, from the above example, students might think that there may be a quick calculation method, "how to mentally calculate the product of two 2-digit numbers whose ones digits are the same and the sum of their tens digits is 10" (Figure 3). They should use specific numbers to develop a conjecture, and then clarify the reasons behind the method.

b. Activities for making use of mathematics in daily life and society

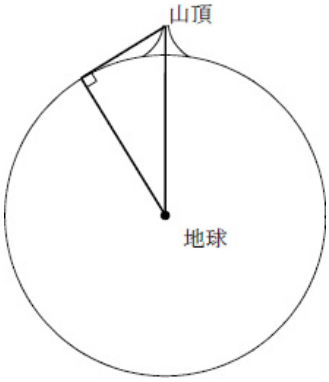
In grade 3, continuing what was started in grade 2, it is necessary to further enrich "activities for making use of mathematics in daily life and society." Here are some examples of "activities for making use of mathematics in daily life and society" in grade 3 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
磯田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

○三平方の定理を利用して，実測することが難しい距離などを求める活動

この活動は，第３学年「Ｂ図形」の (3) のイの指導における数学的活動であり，例えば，高さの分かっている山の頂上から見渡すことができる距離を，三平方の定理や円の接線の性質などを基にして求めることをねらいとする。また，その過程において，遮蔽物がないと仮定したり，地球を球とみなしたりするといった理想化したり単純化したりすることで対象を図形ととらえることのよさを知り，事象の考察に生かせるようにする。

そのために，直角三角形の２辺の長さが既知であるとき，三平方の定理を用いて残りの１辺の長さを求めることや，空間における２点間の距離を求めるために直角三角形を見いだして三平方の定理を用いることができるようにしておく。また，現実の場面を理想化したり単純化したりして考察することを活動を通して指導をしておく。



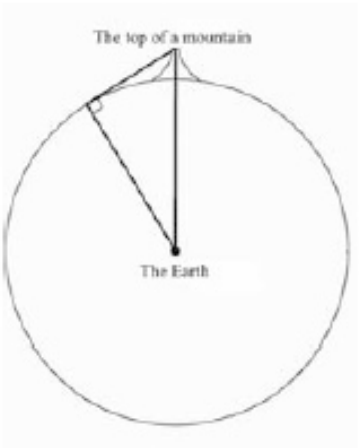
こうした学習を基にして，山頂から見渡すことができる距離を求めるための計画を立てる。つまり，すでに分かっていることを整理して，問題場面を図に表し，山頂から見渡すことができる距離を求めるためにはさらに何を求める必要があるのか，またこれまでに学習した図形の性質のうち，どれを用いればよいのかなどを明らかにしていく。この計画に従って，必要な資料を集め，三平方の定理や円の接線の性質などを用いることで距離を求める。計算の過程では電卓などを適宜用いることでおよその距離を求めることができるようにする。適切な図がかけない生徒については，観測者と見渡すことができる地点の関係を第三者の立場から図示するように促す。

なお，対象となる山頂を遠くから撮影した写真などを事前に準備して，求めた結果を検証できるようすることも大切である。これらの活動から，その場に行かなくても数学を使えば距離などが計算できることを実感できるようにする。

○Activities to determine the distances that may be difficult to directly measure using the Pythagorean theorem

These activities are for grade content, "B. Geometrical Figures," (3)-b. The purpose is to determine distances that cannot be measured directly, for example, how far you can see from the top of a mountain, based on such ideas as the Pythagorean theorem and the properties of tangent lines to a circle. In the process, help students understand the merits of idealizing and simplifying to consider an object as a geometrical figure, for example, by assuming there is no obstacle or that the Earth is a sphere. Students are to make use of such processes.

As a prerequisite for these activities, enable students to use the Pythagorean theorem to determine the length of the third side of a right triangle when the other two sides are given or to determine the distance between two points in space by imagining a right triangle. In addition, teach, through doing activities, the idea of idealizing and simplifying concrete situations.



Based on these studies, students are to plan how to determine the distance one can see from the top of a mountain. That is, they must organize the known information, draw a diagram representing the problem situation, determine what additional information is needed to determine the distance one can see from the top of a mountain, and clarify what previously learned ideas may be used. Then, following this plan, collect necessary information and determine the distance by using such ideas as the Pythagorean theorem and properties of tangent lines. In the process of calculation, enable students to use approximate distance using calculators and other tools. For those students who cannot draw an appropriate diagram, suggest that they draw a picture showing the relationship between the observer and the points that he/she can see from a third person's perspective.

In addition, it is also important to prepare items such as photographs of the mountain taken from a distance so that the results may be verified. From these activities, help students to experience that features such as distance may be determined mathematically without having to actually go to the specific location.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

ウ 数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

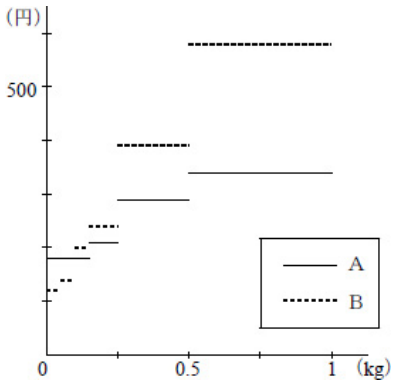
第 3 学年においては第 2 学年に引き続き,「数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」をさらに充実させることが必要である。第 3 学年における「数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」として，例えば次のような活動が考えられる。ここでは，生徒が数学的活動に主体的に取り組むことができるよう，その前提となる指導についても触れる。

○いろいろな事象の中にある関数関係を見いだし，その変化や対応の特徴を説明する活動

この活動は，第 3 学年「C 関数」の (1) のエの指導における数学的活動であり，例えば，身の回りにある交通機関の料金や郵便物の料金を関数関係ととらえ，表やグラフに表し，その変化や対応の特徴を説明することをねらいとする。

そのために，関数関係の特徴を，表，式，グラフを用いてとらえるとともに，具体的な事象における数量の関係としてその意味を解釈し説明することを活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして，いろいろな事象の中にある関数関係の特徴を説明する活動に取り組む機会を設ける。交通機関の乗車距離と料金の関係や郵便物の重さと料金の関係に着目してその関係を調べ，料金が距離や重さの関数であることを明らかにし，その関係を表やグラフに表して変化や対応の特徴を説明する。また，複数の交通機関や異なる郵送方法を比較し，どのような場合にどちらを利用すれば料金が安くなるかをグラフを用いて説明することも考えられる。関数関係は必ず式で表すことができると考えている生徒については，伴って変わる二つの数量について，一方の値を決めたとき他方の値がただ一つに決まれば関数関係といえることを確認する。グラフについては，連続した直線や曲線にはならず，階段状の線分になることを明らかにし，このことは，ある区間の料金が一定であることを意味していることなどを説明する。グラフに表すことができない生徒については，具体的な距離と料金の関係などを座標平面上に点で示すことで，グラフの概形をとらえることができるようにする。



2 種類の郵送方法（A，B）の重さと料金の関係

c. Activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations

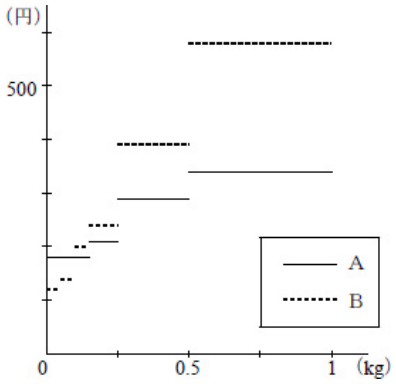
In grade 3, continuing what was started in grade 2, it is necessary to further enrich "activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations." Here are some examples of "activities for explaining and communicating each other in an evidenced, coherent and logical manner by using mathematical representations" in grade 3 of lower secondary schools. We will also discuss prerequisites necessary for students to willingly and autonomously engage in these activities.

○Activities used to identify functional relationships in various phenomena and explain the characteristics of changes and correspondences

These activities are for Grade 3 content, "C. Functions," (1)-d. The purpose is to grasp functional relationships from our surroundings, such as the fares for public transportation systems or postal services, and to explain the characteristics of changes and correspondences by representing them in tables and graphs.

As a prerequisite, teach, through doing activities, the idea of grasping the characteristics of functional relationships from tables, algebraic expressions, and graphs, as well as interpreting and explaining what those characteristics mean as quantitative relationships in the concrete phenomena.

Through these studies, provide students opportunities to engage in activities used to explain the characteristics of functional relationships found in various phenomena. For example, have students investigate the relationships between the distance and the fare on a public transportation system or the weight and the shipping cost. Students are to clarify that the cost is a function of distance or weight, and are to explain the characteristics of changes and correspondences by representing the relationships in tables and graphs. Or, students can compare different modes of transportation or methods of shipping and determine which may be most economical for what conditions by using graphs. For those students who think functional relationships can always be represented as an algebraic expression, re-affirm that two quantities that are changing simultaneously are in a functional relationships if whenever one quantity is fixed, the other quantity is also fixed to one value. Make it clear that graphs for these relationships will be a collection of segments arranged like steps, not a continuous line or curve, and explain that these segments mean that for a certain segment, the cost is the same. For those students who cannot graph the relationships, suggest that they plot specific combinations on the coordinates and grasp an approximate shape of the graph.



the relationships between the distance and the fare of two modes of transportation

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

第 3 章 指導計画の作成と内容の取扱い

学習指導要領の「第 3 指導計画の作成と内容の取扱い」については，これまで 6 項目にわたる配慮事項が示されていた。今回の改訂においてはその趣旨に鑑み，これらを「指導計画作成上の配慮事項」,「第 2 で示した内容の取扱いについての配慮事項」,「数学的活動の指導に当たっての配慮事項」及び「課題学習とその位置付け」の四つに整理した。以下，これらの趣旨について簡単な説明を加えることとする。

1 指導計画作成上の配慮事項

(1) 各学年で指導する内容について

> (1) 第 2 の各学年の目標の達成に支障のない範囲内で，当該学年の内容の一部を軽く取り扱い，それを後の学年で指導することができる。また，学年の目標を逸脱しない範囲内で，後の学年の内容の一部を加えて指導することもできる。

中学校数学科の指導に当たっては，生徒の実態に応じて適切な指導計画を作成することが必要であり，指導計画作成に当たっては，教師の創意工夫をより一層生かすためにも，弾力的な取扱いができるようにすることが重要である。

そのため，この項目では，各学年の目標の達成に支障のない範囲内で，各学年で取り扱う内容の一部について，学年にまたがって指導順序を変更したり，前の学年の復習を取り入れたり，後の学年の内容の一部を加えたりすることもできるものとして，弾力的な指導が行えるようにしている。

(2) 学び直しの機会を設定することについて

> (2) 生徒の学習を確実なものにするために，新たな内容を指導する際には，既に指導した関連する内容を意図的に再度取り上げ，学び直しの機会を設定することに配慮するものとする。

学習指導要領においては，一度示した内容を再度示すことは原則としていない。しかし，実際の指導においては，ある内容を取り上げる際にそれまでに指導した内容を意図的に取り上げることが，生徒の理解を広げたり深めたりするために有効な場合がある。例えば，第 2 学年において一次関数の変化の割合について指導する際に，第 1 学年で指導した反比例を再度取り上げ，その変化の様子やグラフの形状についての理解をより確かなものにするとともに，変化の割合が一定でない関数が存在することを理解できるようにすることが考えられる。

このように，学び直しの機会を設定することは，単に復習の機会を増やすことだけを意味するものではないことに注意し，適切に位置付ける必要がある。

Chapter 3. Syllabus Design and Handling the Content

"Chapter 3 Syllabus Design and Handling The Content" of the previous COS, 6 items of considerations were discussed. In the current revision, in view of the purposes of the chapter, consideration points are organized into the following four items: "Consideration Points for Designing a Syllabus," "Consideration Points for Handling the Content in Chapter 2," "Consideration Points for Instruction of Mathematical Activities," and "Project-Based Learning and its Position."

1. Consideration Points for Designing a Syllabus

(1) In regard to the contents to be taught in each grade

(1) Some of the contents for each of the grades can be dealt with lightly, to the extent that this treatment does not hinder the achievement of the objectives for the grade in Section II, with the instructional content being provided in upper grades. In addition, the teaching can be carried out by adding some content from upper grades, to the extent that this treatment does not deviate from the objectives for the grade.

Teaching lower secondary school mathematics requires the designing of appropriate syllabi (lesson plans) to match the ability of students. In order to make use of teachers' creativity, it is important that a certain amount of flexibility is provided as they design lesson plans.

Therefore, this statement permits teachers to treat the contents to be taught flexibly across grades as long as the adjustments do not hinder achieving the objectives for the grade - for example, changing the sequence of the contents across grades, providing reviews from the previous grade, or incorporating a part of the content from the later grade.

(2) In regard to setting up opportunities to relearn

(2) In order to ensure reliable learning on the part of the students, when teaching new content, consideration should be given to intentionally take up related content that has already been taught once again and provide opportunities to relearn the content.

In the COS, content that has been discussed previously is not discussed again later as a general rule. However, in actual teaching, it is sometimes effective to broaden and deepen students' understanding if previously discussed topics are intentionally treated again when a new content is taught. For example, while teaching the rate of change in the study of linear functions in grade 2, discuss the inverse proportional relationships discussed in grade 1. Such a discussion can solidify students' understanding of the ways the quantities change and understand the shapes of graphs, and it will also help them understand that there are functions for which the rate of change is not constant.

In this way, providing opportunities to relearn does not simply mean to increase opportunities to review. Care should be taken to set up these opportunities appropriately.

Edited by Masami Isoda with support of Mari Usami and Masaru Sanuki
礒田正美編、宇佐美茉莉・讃岐勝支援

(3) 道徳の時間などとの関連について

(3) 第 1 章総則の第 1 の 2 及び第 3 章道徳の第 1 に示す道徳教育の目標に基づき，道徳の時間などとの関連を考慮しながら，第 3 章道徳の第 2 に示す内容について，数学科の特質に応じて適切な指導をすること。

学習指導要領の第 1 章総則の第 1 の 2 においては,「学校における道徳教育は，道徳の時間を要として学校の教育活動全体を通じて行うものであり，道徳の時間はもかなめとより，各教科，総合的な学習の時間及び特別活動のそれぞれの特質に応じて，生徒の発達の段階を考慮して，適切な指導を行わなければならない」と規定されている。

これを受けて，数学科の指導においては，その特質に応じて，道徳について適切に指導する必要があることを示すものである。

数学科における道徳教育の指導においては，学習活動や学習態度への配慮，教師の態度や行動による感化とともに，以下に示すような数学科の目標と道徳教育との関連を明確に意識しながら，適切な指導を行う必要がある。

数学科においては，目標を「数学的活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と示している。

生徒が事象を数理的に考察し筋道立てて考え，表現する能力を高めることは，道徳的判断力の育成にも資するものである。また，数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てることは，工夫して生活や学習をしようとする態度を育てることにも資するものである。

次に，道徳教育の要としての道徳の時間の指導との関連を考慮する必要がある。数学科で扱った内容や教材の中で適切なものを，道徳の時間に活用することが効果的な場合もある。また，道徳の時間で取り上げたことに関係のある内容や教材を数学科で扱う場合には，道徳の時間における指導の成果を生かすように工夫することも考えられる。そのためにも，数学科の年間指導計画の作成などに際して，道徳教育の全体計画との関連，指導の内容及び時期等に配慮し，両者が相互に効果を高め合うようにすることが大切である。

(3) In regard to the relationship with moral education

(3) Based on the objectives of moral education listed in Sections I-2 of Chapter 1, " General Provisions " and in Section I of Chapter 3, " Moral Education ", instructions concerning the content listed in Section II of Chapter 3, " Moral Education " should be given appropriately. The instructions should be in accordance with the characteristics of mathematics and should be related to the period for moral education.

In Section I-2 of Chapter 1 of the COS, "General Provisions," it is stated that, "moral education in schools will proceed with the class period of moral education serving as the cog, but appropriate instruction should also take place in other subject areas and in the integrated study periods reflecting the unique characteristics of subjects, while considering students' developmental levels".

Thus, this statement indicates that ideas related to moral education should be taught when appropriate in mathematics as well.

Instruction related to moral education in mathematics should include considerations for learning activities and dispositions toward learning and the influence of teachers' attitudes and actions. In addition, appropriate instruction should be conducted while clearly paying attention to the relationships between the objectives of mathematics and moral education as shown below.

In mathematics, the objectives have been set as the following: through mathematical activities, help students deepen their understandings of fundamental concepts, principles and rules regarding numbers, quantities, geometrical figures and so forth; to help students acquire the way of mathematical representation and processing; to develop their ability to think and represent phenomena mathematically; to help students enjoy their mathematical activities and appreciate the value of mathematics; and to foster their attitude toward to making use of the acquired mathematical understanding and ability for their thinking and judging.

Helping students develop their ability to think and represent phenomena mathematically also contributes to developing students' ability to make moral judgments. Also, fostering the attitude toward making use of the acquired mathematical understanding and the ability for thinking and judging contributes to fostering the attitude to devise better ways for living and studying.

Next, it is necessary to consider the connection mathematics has with the cog of moral education, the classroom time of moral education. There are occasions where using the teaching materials from a mathematics lesson in the class period of moral education is effective. Also, when using the teaching materials from the period of moral education in mathematics lessons, think about ways to make use of what was taught in the class period of moral education. Therefore, it is important during the planning of annual instruction plans for mathematics to consider the relationships of the overall plans of moral education and the relationships among contents and the allocation of time so that they can support their mutual learning.

2. 内容の取扱いについての配慮事項

(1) 用語・記号

(1) 第 2 の各学年の内容に示す〔用語・記号〕は，当該学年で取り扱う内容の程度や範囲を明確にするために示したものであり，その指導に当たっては，各学年の内容と密接に関連させて取り上げるよう配慮するものとする。

この項目は，数学の学習における用語・記号，学習指導要領における用語・記号の示し方について述べたものである。

① 数学の学習と用語・記号

用語・記号の重要性

用語・記号は，社会で共通に認められた内容を簡潔に表現し，それらを的確に用いることによって，思考が楽になり，コミュニケーションの効率性が高まる。数学においては，特に記号が大きな役割を果たしている。記号は，抽象的で形式的であるだけに，操作がしやすく，しかも，より一般性をもっている。上手に記号体系を作ることにより，現実の意味を離れて形式的な操作が可能になり，思考を能率的に進めることができるようになるのである。このように，数学において用語や記号の使い方に慣れることで，思考を，より正確に，より的確に，より能率的に行うことができるようになることは，社会や文化の発展に貢献することにもつながる。

数学の用語・記号は，その機能によって大まかに三種類に分けられる。第一は，数学の考察の対象に関する用語・記号であり，第二は，対象に対する操作や演算に関する用語・記号であり，第三は，対象間の関係に関する用語・記号である。このような数学における用語・記号の機能を意識することによって，数学の理解が一層深まるとともに，より正確に，より能率的に思考を進めることができるようになる。

用語・記号の指導上の留意点

数学の用語・記号については，各領域における具体的な内容の学習を通して，用語・記号の意味や内容が十分に理解でき，用語・記号を用いることのよさ，すなわち，簡潔さ，明瞭さ，そして，的確さについて把握できるように指導する必要がある。つまり，用語・記号が具体的な内容から離れ，形式的な指導に陥ったりすることのないようにしなくてはならない。用語・記号の指導については，例えば，次のような点に配慮する必要がある。

用語には，数学と日常生活で同じ言葉遣いなのに，それらの意味にずれがある場合がある。例えば，比例，反比例は，日常生活では伴って変わる二つの数量について単に一方が増えると他方が増える，一方が増えると他方が減るというように使われる場面を見かけることもあるが，数学においては二つの数量の比としての関係が重要なのである。

数学と日常生活における用語の使われ方の微妙な差異を指導する側が意識する必要がある。

② 学習指導要領における用語・記号

数学の指導において使われる用語・記号は，基本的に次のようにまとめることができる。

ア 数学の学習に当たって，意味を理解し，それを使用することが必要であると考えられる用語・記号

イ 内容と関連して，内容の取扱いを明確にするのに必要であると考えられる用語・記号

ウ 内容を示すときに用いる用語・記号

エ 内容を示すときに用いられなくても，その内容と関連して取り扱われることが自明である用語・記号

2. Consideration Points for Handling the Content in Chapter 2

(1) Terms and symbols

> (1) Terms and symbols indicated under the content for each grade in Section II have the purpose of clarify the range and the extent of the content dealt with in each grade. In teaching of these terms and symbols, consideration should be given to dealing with them in close connection with the content for each grade.

This statement is about how terms and symbols in mathematics learning and also in the COS are discussed.

① Mathematics learning and terms and symbols

Importance of terms and symbols

Terms and symbols concisely express socially agreed upon contents, and by using them appropriately, we can think more easily and communicate more effectively. In mathematics, symbols play significant roles. Since symbols are abstract, they are easy to manipulate and can be used more generally. By developing a symbol system, we can manipulate procedurally without being bound by specific meanings and can proceed with our thinking more efficiently.

By being accustomed to the ways symbols and terms are used in mathematics, students can think more accurately, appropriately, and efficiently, which in turn may contribute to the development of society.

Mathematical terms and symbols may be divided into three types. First are those terms and symbols about the objects of mathematical thought. The second type of terms and symbols are about manipulations and operations on those objects. The third type of terms and symbols are about the relationships among the objects. By understanding the functions of mathematical terms and symbols, students may deepen their understanding of mathematics, and they can think more accurately and efficiently.

Points of consideration on teaching of terms and symbols

It is necessary to teach mathematical terms and symbols through the study of specific content in each domain so that students can fully understand the meaning of terms and symbols and the content. It is also necessary to help students grasp the merits of using terms and symbols, that is, conciseness, clarity, and appropriateness. We must avoid making the study of terms and symbols separate from the specific content and just formal instruction. We must consider things like the following while teaching terms and symbols:

There are terms that are used differently in mathematics than in our everyday situations. For example, we may sometimes encounter situations in our daily life that the phrases, direct and inverse proportional relationships, are used to mean the relationship where one quantity increases as the other also increases, or one quantity decreases while the other increases. However, in mathematics, what is important is the ratio of the two quantities. Teachers must be conscious of those situations where there is a gap between mathematical and daily uses of terms.

② Terms and symbols in the Course of Study

Terms and symbols used in mathematics instruction can be summarized as follows:

a. The terms and symbols whose meaning and usage are necessary to mathematics learning

b. The terms and symbols related to contents that are necessary to clarify the treatment of content

c. The terms and symbols used to discuss content

d. The terms and symbols that are obviously treated in connection to specific content even though they may not be used to discuss the content.

学習指導要領に示す用語・記号は，内容の記述との関連で，上のアからエのうちからウ，エを除外したものである。内容が示されれば，それに伴う用語・記号は当然含まれると考えるからである。

例えば，第1学年の内容の「A数と式」の (1) については，符号や絶対値はアとしての用語・記号に，自然数や項はイとしての用語・記号にそれぞれ該当するものとして示している。また，ウに該当するものとして，正の数，負の数，四則計算があり，エに該当するものとして，プラス，マイナスなどがある。

学習指導要領において各学年段階で示した用語・記号は，その学年で指導が完結して「用いることができるようにする」というのではなく，その学年からそれらの用語・記号の使用が始まることを示しているものである。したがって，その学年以降において，それらの用語・記号を用いる能力をしだいに伸ばしていくように配慮して取り扱うことが必要である。

(2) コンピュータや情報通信ネットワークなどの活用

> (2) 各領域の指導に当たっては，必要に応じ，そろばん，電卓，コンピュータや情報通信ネットワークなどを適切に活用し，学習の効果を高めるよう配慮するものとする。特に，数値計算にかかわる内容の指導や，観察，操作や実験などの活動を通した指導を行う際にはこのことに配慮するものとする。

中学校数学科におけるコンピュータや情報通信ネットワークなどの活用については，大きく分けて，計算機器としての活用と，教具としての活用，情報通信ネットワークの活用が考えられる。すなわち，コンピュータや情報通信ネットワークなどについての指導そのものではなく，数学を指導する際の道具としての活用である。「D資料の活用」の (1) においては，その内容との関連を踏まえ，第1学年と第3学年で「コンピュータを用いたりするなど」と記述しているが，他の内容においてもどのような指導に用いることができるかを検討して，積極的な活用を図ることが必要である。

なお,「適切に活用し」とは，特にインターネットなどの情報通信ネットワークの活用において，情報を収集したり，他者とのコミュニケーションを図ったりする際に，生徒が的確に判断し対処することができるよう，メディア・リテラシーの育成にも配慮する必要があることを意図したものである。

① 計算機器としての活用

計算機器としてのそろばん，電卓，コンピュータなどの活用について，例えば電卓について考えると，基礎的な計算力を身に付けることは必要なことであるが，複雑な計算を伴うものについては，電卓を活用することにより，学習効果を一層深めることができる。特に，やや大きな数や小数が含まれている面積や体積を求めるなどの数値計算にかかわる内容の指導，あるいは観察，操作や実験などの活動により得られた数量を処理する際に数値計算を伴う内容の指導などには，計算するために時間を多く費やすのではなく，電卓を積極的に活用し，考えたり説明したりする時間を確保することが望まれる。その際，簡単に計算結果が得られるが，結果をそのまま書き写すのではなく，求めようとしている数値のおおよその大きさと比較して確かめたり，どの程度まで詳しい数値であればよいのか考えて適切に判断したりできるよう指導する必要がある。

また，電卓の手軽さとコンピュータの簡易機能を持ち合わせたグラフが表示できる電卓も活用することが考えられる。関数式の係数の値を変化させたときにグラフがどのように変化するかを連続的に調べたり，方程式の解を簡単に求めたりすることができる。こうした電卓の機能を使うことによって，例えば，関数の学習で，表，式，グラフの関連を有機的に示したり，センサーを取り付けて動的な事象に対する資料の収集に利用したり，あるいは日常生活や社会に関する問題解決において方程式の解を簡単に求めたりすることができる。

The above terms and symbols, a. and b. are discussed in the COS — while c. and d. are omitted because when content is discussed, those terms and symbols related to the content will be naturally included in the discussion.

For example, grade 1 content, "A. Numbers and Algebraic Expressions," (1), positive and negative signs and the absolute value symbols are examples of type (a), while "natural numbers" and "terms" are type (b) terms and symbols. Type (c) terms and symbols will include "positive numbers," "negative numbers," and "arithmetic operations," while "plus" and "minus" are type (d). In the COS, the terms and symbols shown in each grade do not suggest that instruction of those will complete in that grade and "students are expected to use them." Rather, they indicate that starting in that grade, those terms and symbols are beginning to be used. Therefore, it is necessary to consider helping students extend their ability to use those terms and symbols starting from that grade level and beyond.

(2) Use of computers, information networks and other tools

> (2) In teaching the content of each area, consideration should be given to properly using tools like the soroban (Japanese abacus), calculators, computers, and information and communication networks as needed in order to improve the learning results. This should especially be taken into account for the instructional content related to numerical calculations, as well as in teaching through activities like observation, manipulation and experimentation.

In lower secondary school mathematics, , tools like computers and information networks may be used in one of the following ways: as tools for calculation, as instructional materials, or making use of information and communication networks. In other words, the purpose is not to teach students about computers and information networks, rather, they are used as tools to teach mathematics. In grades 1 and 3, with respect to content, "D. Making Use of Data," (1), it is specifically stated to "using computers," however, it is necessary to examine how these tools may be used in teaching of other contents and actively incorporate them.

The phrase "properly using" indicates the need for considering the development of "media literacy" so that students can make appropriate judgments and respond as they use information networks such as the internet to collect information or communicate with others.

① As calculation tools

Let us consider the soroban, calculators, computers, etc., as calculation tools. It is certainly necessary that students master basic computational ability; however, when dealing with problems involving complicated calculations, the use of calculators can make learning much more effective. In particular, when calculating area or volume involving relatively large numbers or decimal numbers; or processing the quantitative data obtained from observations, manipulations, or experimentations; instead of spending much time on calculation, secure sufficient time to think and explain by actively using calculators. In those situations, it is necessary to teach students to not just copy the results from the calculators but to compare them with estimated results, and how detailed the values should be.

It is also possible to consider using graphing calculators, which combine portability of calculators and simple features of computers. With graphing calculators, it is possible to investigate how changes in coefficients of function expressions will influence their graphs continually, or determine the solutions of equations easily. By utilizing the features of those calculators, for example, it becomes possible to represent the relationships among tables, algebraic expressions, and graphs organically as students learn about functions. It is also possible to collect data from moving objects using a motion detector or to solve equations obtained in the process of solving problems in our daily life or in society easily.

② 教具としての活用

教具としてのコンピュータは，それを活用して教師の指導方法を工夫改善していく道具であると同時に，観察，操作や実験などの活動を通して生徒が学習を深めたり，数学的活動の楽しさを実感したりできるようにする道具である。「D資料の活用」にかかわる活用の例は，すでに第 2 章で紹介したが，それ以外にも例えば,「A数と式」の指導においては，文字を用いた式の計算の確実な定着を図るために，個々の生徒に応じて補充，習熟といった学習に用いることができる。「B図形」の指導においては，三角形の 2 辺の中点を結んだ線分について，この「2 辺の中点を結ぶ」という条件が当てはまる図形を，ディスプレイ上でいろいろな形に変形することにより，形は変わっても長さの比が一定であることに気付くなど，その中に含まれる図形の性質を見つけることができる。「C関数」の指導においては，グラフの x の値を細かく取って，その形状をより正確に表示したり，x の値の変化に応じて座標上の点を動かし表示したりすることができる。また，一次関数 $y = ax + b$ について，b の値を固定し a の値を変化させる，あるいは a の値を固定し b の値を変化させることによってグラフの変化の様子を考察するなど，条件設定を状況に応じて自在に変えながら考えを進めることができる。課題学習の指導においても，学習効果を高められると判断できるものについては，必要に応じてコンピュータ等を活用する。このように数学的な性質の発見という場面でコンピュータを活用することについても特に配慮する必要がある。

また，その活用の形態については，コンピュータ教室などで生徒一人が一台のコンピュータを用いて学習するだけでなく，普通教室にノートパソコンと液晶プロジェクタを持ち込んで提示器具として用いるなど，指導内容との関係で柔軟に対応できるようにすることも考えられる。

③ 情報通信ネットワークの活用

教具としての活用のうち，特にインターネットなどの情報通信ネットワークの活用については，その目的を明確にして積極的な活用を図る。例えば，三平方の定理の証明方法，江戸時代の和算や算額の問題など，数学に関する歴史的な事柄について調べたり，統計にかかわる資料を集めたりして学習している内容の理解をより深めたりするためには，参考書や事典類ばかりでなく，情報通信ネットワークで検索することが有効である。また，電子メールや掲示板，動画通信などを用いて遠隔地にいる者の間で問題を出したり，解いたりして相互に伝え合い数学を楽しむことで数学を学ぶことに対する興味や関心を高めることも考えられる。この際，何のために活用するのか，目的を明確にした活動が求められるとともに，資料の収集や問題解決に当たってメディア・リテラシーなどにも配慮する必要がある。

② As instructional materials

Computers used as instructional materials will serve not only as a tool for teachers to modify and improve their teaching methods but also as a tool for students to make their learning through observations, manipulation, and experimentation more effective and to experience the joy of mathematical activities. Examples of how computers may be used in "D. Making Use of Data" were already discussed in Chapter 2. However, they may be used in other domains. For example, in "A. Numbers and Algebraic Expressions", computers may be utilized to help students master calculations with algebraic expressions by providing them with supplementary problems appropriate for their individual needs. Or, in "B. Geometrical Figures", suppose a problem includes a statement, "connect the mid-points of two sides ". Teachers can display and dynamically change the shape using a computer so that students can understand that even though the shapes are different, the ratios of the lengths stay constant or they may discover other properties of geometrical figures. In teaching of the domain, "C. Functions", computers may be used to show the shapes of graphs more accurately by plotting points with much finer intervals of x values, or to trace the point on a graph as the corresponding value of x changes. It is also possible to change the conditions of problems freely to further develop ideas. For example, we can investigate graphs of the linear equation, $y = ax + b$, by fixing the value of a and by changing the value of b, or by fixing the value of b and changing the value of a. Computers and other tools should be used as necessary in project-based learning activities to make them more effective. It is necessary to consider the use of computers in those situations where students may discover mathematical properties.

By considering the content of instruction, the mode of instruction may be adjusted flexibly. For example, in some cases, a lesson can take place in a computerized classroom where each student can work at a computer terminal, while in other cases a single laptop computer equipped with a projector may be used as a presentation device in a regular classroom.

③ Use of information and communication networks

Among the uses of these tools as instructional materials, the use of information and communication networks such as the internet should be actively pursued while making their purposes clear. For example, it is effective to use them instead of just relying on encyclopedias and other reference materials while searching for information that may deepen students' understanding of contents, for example, various proofs of the Pythagorean theorem, historical information about mathematics such as wasan (Japanese style mathematics) and problems posed tablets dedicated to temples and shrines, and statistical data. It is also possible for students from different parts of the country to pose problems to each other or communicate their solutions using e-mail, bulletin boards, or video conferencing. Such activities may raise their interest in learning mathematics. In these situations, it is required that teachers make clear the purpose of the activities. It is also necessary that teachers consider the idea of media literacy as they have students gather information or solve problems using these tools.

3 数学的活動の指導に当たっての配慮事項

(1) 数学的活動を楽しみ，数学を学習することの意義や必要性を実感すること

(1) 数学的活動を楽しめるようにするとともに，数学を学習することの意義や数学の必要性などを実感する機会を設けること。

生徒が数学的活動の楽しさを実感することについては，中学校数学科の目標にも示されており，数学的活動の指導に当たっても留意する必要がある。第 2 章第 1 節でも述べた通り，数学的活動の楽しさとは，単に楽しく活動をするという側面だけではなく，知的成長がもたらされることによる楽しさという側面も意味している。生徒が数学的活動それ自体に楽しみを見いだしたり自分自身の知的成長を楽しみに数学的活動に主体的に取り組んだりできるようになり，学習の状況に応じて自分なりに自信を持って遂行できるようにすることが大切である。また，こうした経験を基にして，生徒が数学を学習する意義や数学の必要性について自らに問いかけ，自分なりの答えを見いだすことができるようにすることにも配慮する。

(2) 見通しをもって数学的活動に取り組み，振り返ること

(2) 自ら課題を見いだし，解決するための構想を立て，実践し，その結果を評価・改善する機会を設けること。

数学的活動は，基本的に問題解決の形で行われる。その過程では，生徒が見通しをもって活動に取り組めるよう配慮する。生徒が取り組む問題については，教師が提示するものだけでなく，適切な場面を設け，生徒が既習の数学を基にするなどして自ら課題を見いだす機会も設ける。また，その解決の過程では，場当たり的な取組に終始しないよう，問題を解決するために何をどのようにする必要があるのかについて構想をまとめられるようにすることが重要である。さらに，その構想に基づいて試行錯誤をしたり，資料を収集整理したり，観察したり，操作したり，実験したりするなどの活動を必要に応じ適切に選択し行ないながら，結果を導くことができるようにすることも重要である。このように見通しをもって数学的活動に取り組むことができるようにすることは，数学的活動に主体的に取り組むことができるようにするために必要である。また，導いた結果については，たとえそれが期待していたものとは異なっていても，自らの活動を振り返り評価することにより，よりよいものに改めていくためのきっかけや新しい課題を得ることができる機会が生まれる。このことを実体験することは，生徒の自立的な取り組みを促す上で大切である。

(3) 数学的活動の成果を共有すること

(3) 数学的活動の過程を振り返り，レポートにまとめ発表することなどを通して，その成果を共有する機会を設けること。

数学的活動の指導においては，結果だけではなくその過程を重視する観点から，レポートにまとめ発表することなどを通して，数学的活動の過程を振り返り，生徒間で成果を共有する機会を設ける。「レポートにまとめ発表する」というと，それだけで膨大な時間が必要であるように思われるかもしれないが，例えば数学的活動が一通り終了した場面で，レポート用紙 1 枚程度に簡潔にまとめて説明し伝え合うことでも十分に可能である。共有するものとしては，活動の成果だけでなく，例えば，途中までであっても自分なりに考えたことやその過程で苦労したこと，結果そのものは間違いであったとしても課題を追究して感じた成就感などが考えられる。

重要なことは，上述の (1) や (2) にかかわる思いや取組を，生徒間で共有し，今後の数学的活動に生かすことができるようにすることである。

3. Consideration Points for Instruction of Mathematical Activities

(1) Enjoy mathematical activities and experience the significance and the necessity of learning mathematics

(1) Mathematical activities should be enjoyable for students, and opportunities should be created in order for them to realize the significance of learning mathematics and the necessity of mathematics.

Helping students enjoy mathematical activities is included in the objectives of the lower secondary school mathematics, and it should be considered while teaching through mathematical activities. As it was stated in Section 1 of Chapter 2, the joy of mathematical activities is not limited to simply enjoying the activities themselves but also must include the joy arising from intellectual growth. It is important that students can enjoy mathematical activities, engage in those activities autonomously while anticipating the joy of their own intellectual growth, and carry out the activities with confidence. Moreover, based on these experiences, considerations should be given so that students can ask about the significance and the necessity of learning mathematics to themselves and find their own answers.

(2) To engage in mathematical activities with foresight and to reflect on them

(2) Opportunities should be given to students for finding out one's own problems to be solved, making a plan for solving them, implementing the plan, and then evaluating and improving the results.

Mathematical activities will in general take place in the form of problem solving. Considerations should be given so that students will engage in the process with some foresight. Appropriate opportunities should be set up so that students will discover their own problems based on mathematics that they have learned previously instead of just solving problems given by their teachers. It is important that students will not engage in the activities haphazardly but rather plan what they need to do to solve problems. It is also important that students can follow their plans, selecting appropriate strategies such trials and errors, collect data, observe, manipulate or experiment in order to reach conclusions. It is necessary to enable students to engage in mathematical activities with foresight so that they can engage in mathematical activities autonomously. Moreover, even when the results are different from what was expected, reflecting on and evaluating their own activities may provide chances for them to improve the results or discover new problems to be solved. Having such experiences is important in fostering students' autonomy.

(3) To share the results of mathematical activities

(3) Opportunities should be given to students to share among others the results of mathematical activities by looking back at the process of mathematical activities, and then making and presenting their reports on the activities

Because the instruction through mathematical activities emphasizes not only the results but also the processes, provide opportunities for students to reflect on the processes and share their results with each other perhaps by having them present reports. Although "presenting reports" may suggest that a large amount of time is needed, it is also possible, for example, to have students summarize their results briefly in 1-page reports after they complete their activities. What to be shared should be more than just the results and may also include such things as their own ideas, challenges they faced while doing the process and the satisfaction they felt in the process even if the results turned out to be incorrect.

What is important is that students can share ideas and thoughts related to (1) and (2) above so that they can make use of them in the future.

4 課題学習とその位置付け

> 4 課題学習とは，生徒の数学的活動への取組を促し思考力，判断力，表現力等の育成を図るため，各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する学習であり，この実施に当たっては各学年で指導計画に適切に位置付けるものとする。

課題学習については，今回の学習指導要領においても，そのねらいを踏まえ，生徒の実態等に応じて各学年の指導計画に適切に位置付けることとする。

(1) 課題学習のねらい

課題学習のねらいは,「A数と式」,「B図形」,「C関数」及び「D資料の活用」の各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を生徒が主体的に解決していくことを通して，数学的な見方や考え方をさらに深めていくことである。このため，課題学習においては生徒の数学的活動への取組を促し，その楽しさを実感するとともに，思考力，判断力，表現力等を高めることが大切である。これらが重要であることは，通常の授業においても同様であるが，通常の授業では，領域ごとに指導が行われるため，取り上げる課題も領域の内容を中心としたものが多い。このため，生徒は各領域の内容を関連性のないものととらえる傾向がある。それに対して課題学習では，各領域の内容を総合して課題の解決に取り組む学習が行われる。このような学習を通して，生徒が数学の有用性をより深く実感し，同時に，問題解決能力を一層伸ばすことができるようにする。

(2) 課題の満たすべき要件

上のような課題学習のねらいを達成するために,「各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題」を設け，観察，操作や実験などの活動を重視した課題学習を行うものとする。

その際，どのような課題をどのような形で生徒に提示するかが極めて重要である。課題学習での課題は，一人一人の生徒がその解決に興味をもって積極的に取り組み，その主体的な追究が最後まで持続するような内容であることが必要である。

それには，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが可能であり，かつ，例えば，次のような要件を満たす課題であることが望まれる。

ア 一人一人の生徒が様々な思考や創意工夫を行うことができ，意欲的な追究を継続することができるような課題

イ 一人一人の生徒がそれぞれの方法で結果を見通すことのできるような課題

ウ 解決のために多様な数学的な見方や考え方が発揮されるような課題

エ 課題の解決だけにとどまらず，その解決を振り返り発展的に考えることができるような課題

また，生徒の主体的な学習を実現するためには，通常の授業や日常生活及び課題学習の過程で生徒が自ら見いだした課題を収集，整理してそれらに挑戦する機会設けることも大切である。

4. Project-Based Learning and its Position

> 4. The "problem situation-based learning" is a type of learning which solves the problems found out through such means as synthesizing the content in different areas, or making the connection of them with everyday phenomena and the learning of other school subjects. It is designed with the aim of encouraging initiatives for mathematical activities on the part of the students, as well as fostering their abilities to think, to judge, express themselves and so forth. The implementation of "problem situation-based learning" should be properly positioned within the syllabus for each grade.

The current revision of the COS states that the problem situation-based learning (also described as "project-based learning" elsewhere in this document) should be appropriately positioned in the instruction plan in each grade by reflecting on their purposes and considering students' development.

(1) Aim of Project-Based Learning

The aim of Project-Based Learning is to deepen students mathematical ways of viewing and thinking by having them autonomously identify and solve problems identified as they integrate the contents of the domains, "A. Numbers and Algebraic Expressions", "B. Geometrical Figures", "C. Functions", and "D. Making Use of Data", or make connections to phenomena from their daily life or their studies in other subject areas. Therefore, it is important that students' engagement in mathematical activities is facilitated through Project-Based Learning so that students can not only experience the joy but also raise their ability to think, judge and express themselves. These are also important in everyday lessons as well; however, in regular lessons, because instruction typically takes place along the specific content domains, the problems also tend to focus on the contents of the specific domain. Thus, students tend to consider the contents of different domains as unrelated to each other. In contrast, Project-Based Learning involves students in problem solving integrating contents of different domains. Through these studies, help students to experience the usefulness of mathematics more deeply and extend their ability to solve problems further.

(2) Essential factors of tasks

In order to achieve the aim discussed above, Project-Based Learning that "integrates the contents of the domains, or makes connections to phenomena from their daily life or their studies in other subject areas" is to be implemented.

In those cases, it is very important how the task is posed to the students. It is necessary that tasks in Project-Based Learning must be something that students can actively engage in with interest and persist until their conclusions.

For that purpose, tasks should possess the potential for students to enjoy mathematical activities and to experience the merits of mathematics, as well as essential factors such as the following:

a. The tasks that will make it possible for each student to utilize his or her own ideas and creativity and to willingly persist until their conclusions.
b. The tasks that will make it possible for each student to anticipate the results on their own.
c. The tasks that will allow various mathematical ways of viewing and thinking.
d. The tasks whose solutions may allow students to think about extensions as they reflect on them.

Moreover, in order to realize students' autonomous learning, it is important that students are given opportunities to tackle tasks that are collected and organized in their everyday lessons, daily life, or during Project-Based Learning.

(3) 通常の授業と課題学習

課題学習は,「実施に当たっては各学年で指導計画に適切に位置付けるものとする」とされている。実施に当たり，通常の授業では知識を一方的に教え込み，課題学習では主体的な学習を促すということでは，これまで述べてきたような課題学習の指導の実現は難しい。通常の授業においても，数学的活動などを基に，生徒の主体的な学習を促すような問題解決的な学習を定着，充実させていくことが求められる。つまり，問題解決的な学習と課題学習とは，互いに独立した学習ではない。指導計画においては，通常の授業における各領域の内容に関する問題解決的な学習を継続し，各領域で学習した内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する学習として課題学習を位置付け，課題学習を通して「主体的な学習」「数学的な見方や考え方の育成」を一層促進していくことが大事である。

課題学習を通して養われる意欲や態度，見方や考え方は，それ以降の通常の授業にも有効に働くことになる。

このような課題学習の指導は，教師にとっても教材研究や指導法の改善のためのよい機会になる。教師自身が課題学習に一層主体的に取り組んでいくことが求められる

(3) Project-Based Learning and everyday lessons

Project-Based Learning is to be "properly positioned within the syllabus for each grade". It will be difficult to implement Project-Based Learning envisioned above if everyday lessons are teacher-centered dissemination of knowledge and facilitate autonomous learning during Project-Based Learning. Therefore, it is required that even in everyday lessons instruction based on mathematical activities centered around problem solving that will facilitate students' autonomous learning should be established and enhanced. That is, learning through problem solving and Project-Based Learning are not mutually independent. Project-Based Learning may be positioned as the continuation of the study of the content of various domains or as opportunities to solve problems and tasks identified by integrating the content of various domains or making connections to daily phenomena or the content of other subject matters.

Thus, it is important that, through Project-Based Learning, "autonomous learning" and "fostering of mathematical ways of viewing and thinking" are further facilitated.

Attitudes, dispositions, and ways of viewing and thinking developed through Project-Based Learning can be useful in the future lessons.

Project-Based Learning will also provide opportunities for teachers to engage in *kyozaikenkyu* (researching instructional materials) and to improve their teaching methods. Thus, it is desired that teachers further engage in their own Project-Based Learning.

中学校学習指導要領解説数学編作成協力者（五十音順）
Committee

（職名は平成20年６月末日現在）

板　垣　章　子　　千葉県千葉市立稲浜中学校教諭
(Shoko Itagaki)
内　田　洋　一　　埼玉県蓮田市立蓮田中学校長
(Yoichi Uchida)
江　森　英　世　　群馬大学准教授
(Hideo Emori)
大　谷　　実　　金沢大学教授
(Minoru Ohtani)
小　山　正　孝　　広島大学大学院教授
(Masataka Koyama)
重　松　敬　一　　奈良教育大学理事・副学長
(Keichi Shigematsu)
清　水　静　海　　筑波大学大学院准教授
(Shizumi Shimizu)
立　花　正　男　　岩手大学准教授
(Masao Tachibana)
藤　本　禎　男　　和歌山県紀美野町立野上小学校長
(Sadao Fujimoto)
増　田　律　子　　東京都台東区立浅草中学校副校長
(Ritsuko Masuda)
松　元　新一郎　　金沢大学准教授
(Shinichrio Matsumoto)
水　谷　尚　人　　近畿大学講師
(Naohito Mizutani)
吉　岡　睦　美　　奈良教育大学附属中学校教諭
(Mutsumi Yoshioka)
吉　川　　厚　　教育測定研究所主席研究員
(Atsushi Yoshioka)
渡　邊　公　夫　　早稲田大学大学院教授
(Kimio Watanabe)

なお，文部科学省においては，次の者が本書の編集に当たった。
髙　橋　道　和　　初等中等教育局教育課程課長
(Michikazu Takahashi)
牛　尾　　則　　文初等中等教育局視学官
(Norifumi Ushio)
神　山　　弘　　初等中等教育局教育課程課専門官
(Hiroshi Kamiyama)
坂　下　裕　一　　金沢大学研究国際部学術国際課長
（前初等中等教育局教育課程課専門官）
(Yuichi Sakashita)
永　田　潤一郎　　初等中等教育局教育課程課教科調査官
(Junichiro Nagata)

Junior High School Teaching Guide for the Japanese Cuurse of Study : Mathematics (Grade 7–9)

2010 年 1 月発行
編　者　：　礒田正美 (CRICED)
発　行　：　筑波大学教育開発国際協力研究センター
文部科学省国際協力イニシアティブ事業
「青年海外協力隊必携としての日本の教育情報の整備と活用」
〒 305-8572　茨城県つくば市天王台 1-1-1
電話 029-853-7287
印　刷　：　前田印刷株式会社　筑波支店
〒 305-0836　茨城県つくば市山中 152-4
電話 029-875-6696